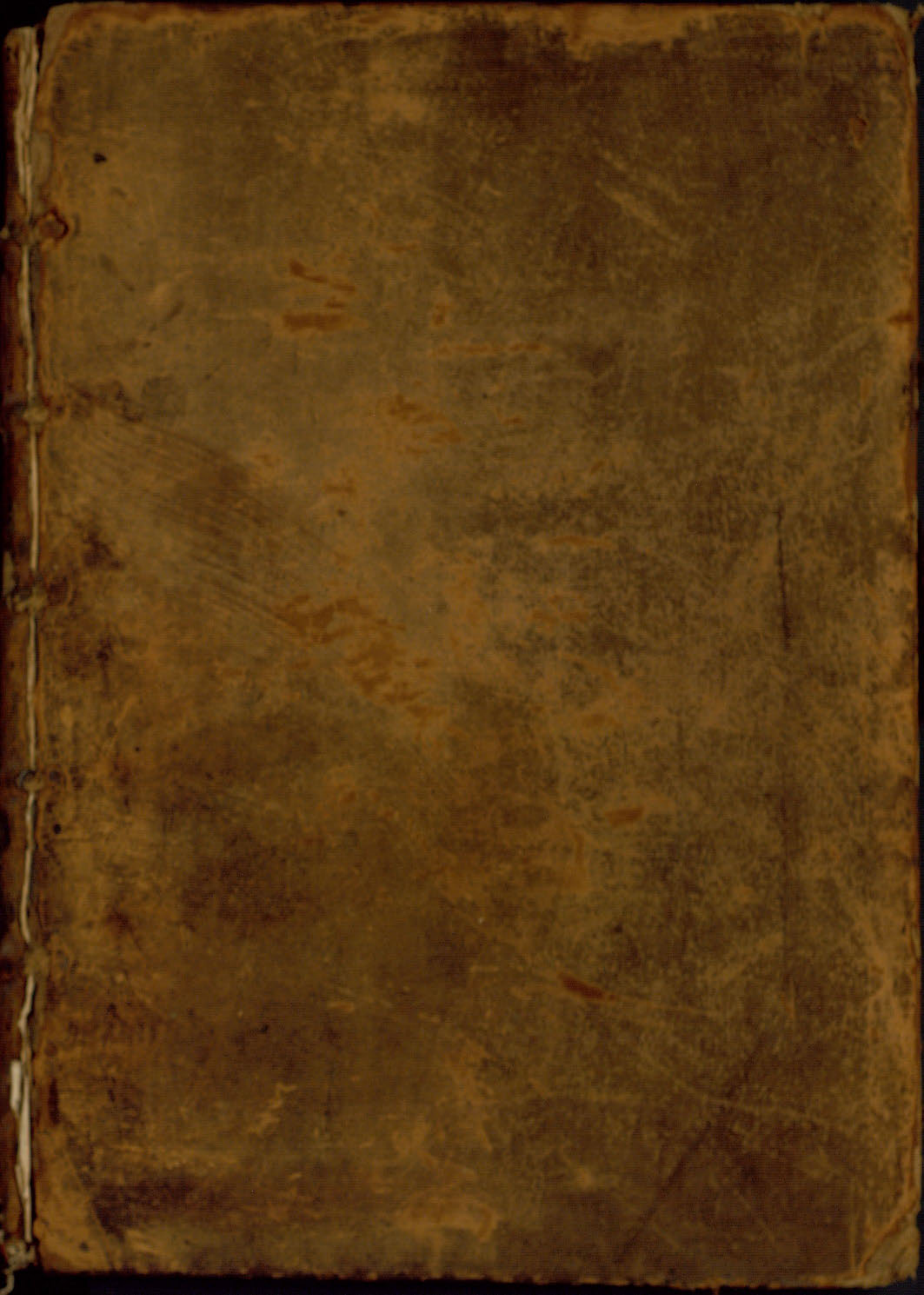
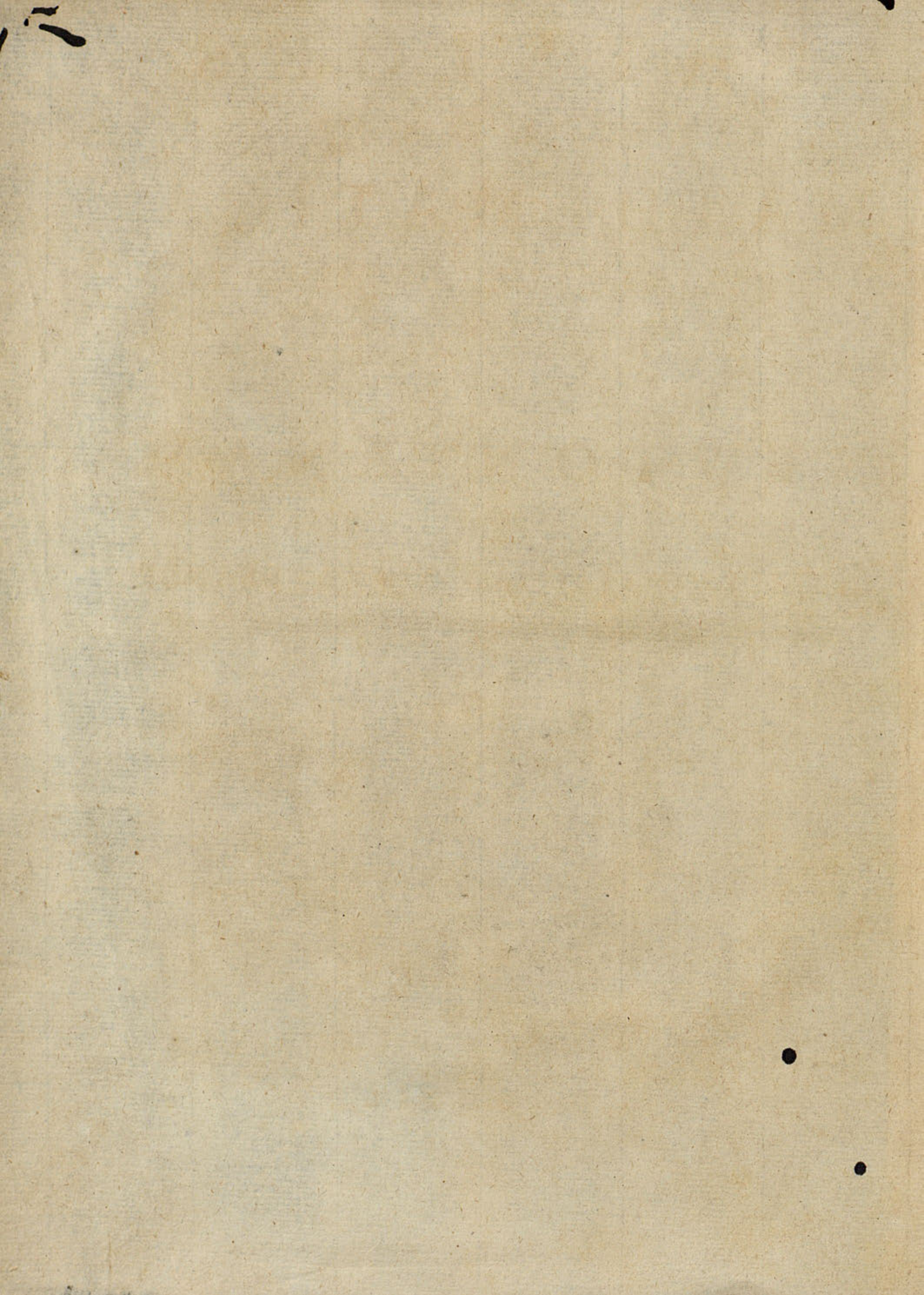

UNIVERSIDAD DE SEVILLA
Biblioteca


UMASS
BOSTON




EX BIBLIOTECÂ
D. A. de VLLOA



PHYSICES ELEMENTA MATHEMATICA, EXPERIMENTIS CONFIRMATA.

Sive

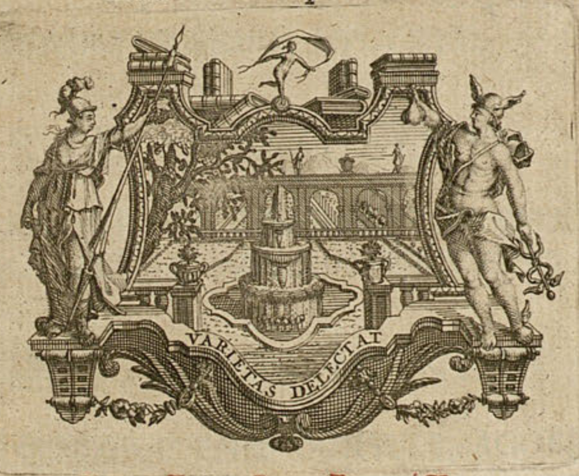
Introductio ad Philosophiam NEWTONIANAM.

Auctore

GULIELMO JACOBO 's GRAVESANDE.

TOMUS PRIMUS.

Editio Tertia duplo auctior.





LEIDÆ,

Apud { JOHANNEM ARNOLDUM LANGERAK, JOHANNEM ET HERMANNUM VERBEEK. } Bibliop.

MDCCXLII.

EORUMQUE COLLEGIS

NOBILISSIMIS GRAVISSIMISQUE VIRIS

REIPUBLICÆ LUGDUNENSIS

CONSULIBUS,

D. JOANNI VANDEN BERGH, JCTO.
EX FOEDERATA HAC REPUBLICA OLIM, NOMINE IMPERATORIS CAROLI VI., BRABANTIÆ, FLANDRIÆ, HANNONIÆ, ETC. EPHORO, ET AD RES EARUM ORDINANDAS DELEGATO.

D. JOHANNI VAN ASSENDELFT, JCTO.

D. HENRICO VAN WILLIGEN, JCTO.

D. ABRAHAMO VAN GERWEN, JCTO.

NEC NON

VIRO SPECTATISSIMO

D. PETRO GIJS, JCTO.
REIPUBLICÆ LUGDUNENSIS SCABINO, AMPLISSIMIS CURATORIBUS ET CONSULIBUS A SECRETIS,

Hæc Physices Elementa
D. D. D.
G. J. 's GRAVESANDE.

PRÆFATIO

Primæ Editionis anni 1719.

QUi variorum Philoſophorum circa *Phyſicam* ſcripta contulerit, ſcientias omnino diverſas hoc nomine deſignari, in dubium vocare vix poterit, dum omnes ſe veram cauſam Phænomenôn naturalium tradituros pollicentur. Nil mirum, Matheſis fallere neſcia non ſemper contentionem omnem à ſe removere potuit.

Sed ne nos ſententiarum varietas à veritatis inquiſitione abducat, ſtudio & labore, quantumvis abſcondita, in lucem protrahitur veritas; & qui flagranti hujus amore rapitur, ſi errores non omnes, quod minime humanum, evitet, difficilius tamen in illos cadit.

Caute in Phyſicis procedendum; circa Intelligentiæ ſupremæ opera verſatur hæc ſcientia; tradit

quas, dum primordia rerum
Pangeret omniparens, Leges violare Creator
Noluit, æternique operis fundamina fixit: Hal.

quomodo hiſce legibus univerſa rerum congeries regatur; &, quomodo ordo, nunquam ſatis mirandus, quibus omnia peraguntur, iiſdem legibus in mundo ſervetur, explicat.

Cavendum ne fictum pro vero admittamus, eo ipſo ulteriori examini januam claudimus; nulla vera Phænomenôn explicatio ex falſo principio deduci poteſt; mentiſque humanæ figmentum diſcere, aut Intelligentiæ ſapientiſſimæ opus perpendere quantum intereſt! Cumque ſapientiæ divinæ inveſtigatio, & cum hac ſemper conjuncta veneratio, ſcopus Phyſici eſſe debeat, hîc ex fictis

ctis hypothesibus ratiocinandum non esse ulterius probare inutile foret.

Ipsa ergo Natura indefesso labore, animoque attento, continuo examinanda est. Lente quidem progredimur, sed quæ deteguntur certa sunt; &, ubi mortalium cognitionibus limites ponantur, sæpe determinamus. Quod fere omnes in errorem duxit, est sciendi immoderata cupido; & quia pudet fateri nescire quæ nesciunt. Sæpe tamen studio acquiritur ignorantia; &, si in verbis ludere non vetitum, docta indoctæ scientiæ anteponenda ignorantia est.

Physica inter partes Matheseos, cujus objectum est quantitas in genere, merito refertur. Dividitur Mathesis in puram & mixtam. In generales figurarum, aliarumque quantitatum, proprietates inquirit illa, abstractasque ideas pro objecto suo habet. In hac res ipsæ examinantur, consequentiasque non modo legitimas dari requiritur, sed ut cum rebus ipsis congruant ideæ circa quas ratiocinamur.

Ad Mathesin mixtam pertinet Physica; ratiociniorum mathematicorum bases sunt corporis proprietates, & naturæ leges, quod nemo, qui hujus scientiæ scopum examinavit, inficias ire potest. Quid autem pro naturæ lege sit habendum, qua methodo ad has leges investigandas procedendum, minime inter Philosophos convenit. Necesse ideo duxi in hac præfatione tueri quam in hoc opere secutus sum philosophandi Methodum *Newtonianam*, quæ in primo capite breviter exponitur.

Non agitur in Physicis de prima rerum formatione; nihil magis rationi consentaneum est, quàm quod Sacræ

Litte-

Litteræ tradunt, mundum à DEO conditum; nequidem per momentum temporis naturam examinantem Intelligentiæ supremæ vestigia latent. Asserere ex quibusdam generalibus motûs legibus mundum originem ducere potuisse, & *omnino parum referre* quid de prima materiæ divisione fingatur. *Et vix aliquid supponi posse ex quo non idem effectus per easdem naturæ leges deduci possit:* illudque hac de causa, quod *cum illarum ope materia formas omnes quarum est capax successive assumat, si formas istas ordine consideremus, tandem ad illam, quæ est hujus mundi, nos posse devenire: adeo ut hîc nihil erroris ex falsa suppositione sit timendum.*

Hæc, inquam, asserere, & notiones maxime claras evertere, vix differt, ut à plurimis Viris doctis abunde probatum, & ad quod argumenta proferre inutile videbitur illi, cui ignotum, sententiam, adeo à ratione remotam, & Divino Numini contumeliosam, ab antiquis & novis, etiam præclaris Philosophis, & ab omni atheismi labe remotissimis, in medium prolatam.

Positis ergo omnibus à DEO creatis, explicandum quibus legibus omnia regantur; & ut solam Lunam memorem, dicendum:

quâ causâ argentea Phœbe
Passibus haud æquis graditur, cur subdita nulli
Hactenus Astronomo numerorum fræna recuset;
Cur remeant nodi, curque auges progrediuntur.

quantis refluum vaga Cynthia Pontum
Viribus impellit; dum fractis fluctibus ulvam
Deserit, ac nautis suspectas nudat arenas;
Alternis vicibus suprema ad littora pulsans. Hal.

De

De investigatione autem naturæ legum ut dicam, res altius petenda est.

Substantiæ quid sint inter nobis ignota referendum est. Quasdam ex. gr. materiæ proprietates novimus, sed in quo subjecto hæreant hæ nos omnino latet. An corpori non multæ aliæ tribuendæ sint proprietates, de quibus nullam habemus ideam, quis asserere potest? Cui etiam enotuit an, præter corporis proprietates, quæ à materiæ essentia profluunt, non dentur aliæ à DEI libera potestate pendentes, substantiamque extensam & solidam (hæc enim à nobis corpus vocatur) quibusdam, sine quibus existere posset, proprietatibus ornari. De ignotis nihil affirmandum aut negandum est.

Quantum ab hac regula aberrant illi, qui, quasi omnia quæ ad corpus pertinent plenissime perspecta haberent, in Physicis ratiocinantur, paucasque Corporis proprietates notas ipsum Corpus constituere asserere non dubitant!

Quid obsecro sibi vult proprietates substantiæ ipsam constituere substantiam? An quæ separatim subsistere non possunt simul juncta subsistent? An extensum, impenetrabile, mobile esse, &c. concipi possunt, sine subjecto cui hæ proprietates competant? Et an hujus subjecti ullam habemus ideam?

In dubio relinquendum quod certum non est; & ne ignorantiam fateri pudeat: neque timendum de ignoto nimium affirmari, dum subjectum omnino ignotum quibusdam incognitis proprietatibus forte præditum esse asserimus. Qui vero cum hoc axiomate se nixos dicunt, quod de incognitis non sit ratiocinandum, pro ratiocinii tamen fundamento habent, nil circa cor-

pus

pus ignoti dari, nisi forte fortuna errorem non vitabunt.

Corporis proprietates à priori detegi nequeunt; Corpus ipsum ideo est examinandum, hujusque proprietates exactissimè perpendendæ sunt, ut possimus determinare quid, in rerum Phænomenis, ex illis proprietatibus sequatur.

Corpus majori cum cura examinando, videmus quasdam leges dari generales, secundum quas corpora moventur. *Corpus motum in motu continuare: corpus quiescens motui resistere, dum motum acquirit*, extra omne dubium est. Variæque aliæ similes circa corpus deteguntur leges, quæ minime ex proprietatibus, quæ ipsum corpus constituere dicuntur, deduci possunt; cumque hæ leges semper, id est, in omnibus occasionibus, & ubique, obtineant, & omnia corpora iis subjiciantur, pro generalibus naturæ legibus habendæ sunt. Circa has in obscuro est, an ex materiæ essentia fluant; an deducendæ sint ex proprietatibus, corporibus, ex quibus constat Mundus, à DEO tributis, sed Corpori minime essentialibus; tandem, an non pendeant effectus, qui pro naturæ legibus habentur, à causis extraneis nobis nequidem ideis attingendis.

Quis mortalium de omnibus aut singulis naturæ legibus hac in parte aliquid non temere asserere poterit? Multas etiam leges non esse detectas, circa alias varia desiderari, qui naturæ Phænomena examinavit, plenissime persuasum habebit.

Non tamen, ut ignoto fundamento nixum, contemnendum Philosophiæ naturalis studium. Limitibus arctis circumscribitur mentis humanæ cognoscendi capacitas; &, qui nisi evidentiæ assensum dare negat, omni-

** bus

bus momentis in dubio hæret, & inter incognita refert multa, circa quæ vix per momentum temporis dubitandum plerique credunt. Cognita tamen ab ignotis rite ſeparare eſt animæ intelligentis perfectio, terræ incolam ſuperans, ſed ad quam acquirendam, continuo, animo attento, ſeſe applicare debet. Si in Phyſicis nos multa latent, quæ in hac ſcientia traduntur certa ſunt. Ex paucis generalibus principiis innumera Phænomena peculiaria explicantur; hæcque ex illis mathematicâ demonſtratione deducenda ſunt. Agitur ubique de motuum collatione, id eſt, de quantitatum comparatione, circa quam ille, qui demonſtrationibus mathematicis in ratiociniis non progreditur, ſi non in errorem, ſaltem in dubias concluſiones incidet.

Quæcunque ergo habeat ignota Phyſica, vaſta & certiſſima eſt nihilominus hæc ſcientia, & maxime utilis. Corrigit innumera circa res naturales, & divinam ſapientiam, falſa judicia; omnibuſque momentis in DEI operibus hanc ſapientiam ante oculos ponit; & ſatis non eſt ſupremi Numinis potentiam, ſapientiamque, argumento metaphyſico noviſſe: ſed & has omnibus momentis in effectibus ipſis contemplari debemus; eo magis magiſque ad DEO debitam venerationem excitamur.

Satis ergo patet, quinam ſit ſcopus Phyſices, ex quibus naturæ legibus phænomena ſint deducenda; & quare, quando ad leges generales pervenimus, non ulterius in cauſarum cognitionem penetrare poſſimus. Supereſt, ut de ipſarum legum inveſtigatione dicamus, & tres regulas *Newtonianas*, in primo hujus operis capite traditas, ſequendas eſſe probemus.

Prima eſt, *cauſas rerum naturalium non plures admitti debere*

debere quam quæ veræ ſint, & earum phænomenis explicandis ſufficiant. Pars prior ex ante dictis pleniſſime ſequitur. Altera à nemine, qui ſapientem rerum Conditorem non negat, in dubium vocari poteſt; ſi cauſa non ſufficit, veram non eſſe ſponte ſequitur; ſi ſufficit, aliam ſuperaddere inutile erit. Adde effectum ex duplici cauſa nunquam exactiſſime eundem eſſe cum effectu ex ſimplici; ergo ſi duabus effectus explicetur, unica non ſufficiet.

Regulæ duæ ſequentes ut probentur, quædam generalia præmittenda ſunt.

Jam monuimus demonſtrationes mathematicas niſi circa ideas non verſari, & ubi de rebus ipſis agitur ante omnia requiri, ut cum rebus ideæ conveniant, quod nullâ mathematicâ demonſtratione probari poteſt. Cum tamen omnibus momentis circa res ipſas ratiocinandum ſit, & nil de rebus in mente dari poſſit præter harum ideas, ratiociniaque omnia ideas immediate ſpectent, ſequitur â DEO conſtitutas quaſdam regulas, quibus de convenientia idearum cum rebus poſſimus judicium ferre.

Omnia ratiocinia mathematica talem idearum tantum comparationem ſpectant, ex qua ſequitur contrarium contradictionem involvere. Triangulum rectilineum, cujus tres anguli duos rectos non æquant, impoſſibile eſt; quia idea trium angulorum trianguli, ipſa eſt idea duorum angulorum rectorum. Ubi de rebus ipſis agitur, contraria propoſitio impoſſibilis non ſemper datur. Indubitatum eſt, ex. gr. *Petrum vivere*, licet certiſſimum ſit, illum heri potuiſſe mori. Cum autem in innumeris occaſionibus in caſu ſimili, remoto dubio affirmandum

dum aut negandum ſit, cùmque hoc clarè ex rerum conſtitutione, deducatur, ſequitur, voluiſſe rerum Conditorem in talibus occaſionibus, ratiocinia dari certa, à mathematicis demonſtrationibus neceſſario diverſa. Qui enim homines neceſſitate cogit, de veritate aut falſitate propoſitionis pronunciare, aſſentiendum eſſe, clare indicat, argumentis, quibus judicium neceſſario nititur; & non digne de DEO ſentit, qui aliter ratiocinatur.

Ut ad Phyſicam redeamus, in hac de convenientia rerum cum ideis ſenſibus judicandum. Extenſio, ex. gr., materiæ & hujus ſoliditas, quæ hoc fundamento affirmantur, extra omne dubium ſunt. Non hîc agitur, an ſenſus quibusdam in occaſionibus fallant, & quomodo error vitetur, rem in genere hîc examinamus.

In Phyſicis de omnibus non poſſumus immediate ſenſibus judicium ferre; datur & alia legitima, licet non mathematica, ratiocinandi methodus, hoc axiomate nixa: *Pro vero habendum omne, quod ſi negetur, ſocietas inter homines deſtruitur, aut his vivendi ratio adimitur.* Ex qua propoſitione, quæ à nemine in dubium vocari poteſt, regulæ philoſophandi *Newtonianæ* ſecunda & tertia evidentiſſime deducuntur.

Niſi enim, quæ ubique obtinent ubi experimenta inſtituere licet, pro generaliter veris habeantur, effectusque ſimiles ex cauſa ſimili oriri ponantur, quis per momentum temporis tranquille vivere poterit?

Quotidie, nequidem ad illud attendendo, ſequentia ratiocinia unusquisque pro indubitatis habet, & clare videt horum concluſiones, ſine præſentis rerum conſtitutionis deſtructione, in dubium vocari minime poſſe.

Ædi-

Ædificium, hodie in omnibus partibus firmum, crastino die sponte non ruet: id est, partium corporum cohæsio horumque gravitas, quas, nisi interveniente causa extranea, nunquam mutatas vidi, aut audivi, hac nocte non mutabuntur; quia causa cohæsionis & gravitatis eadem erit crastino die ac hodie. Cujus ratiocinii firmitatem, nisi ex memorato principio deduci non posse, quis non videt?

Tigna & lapides, quæ in quacunque regione ad ædificium construendum apta sunt, seposita omni mutatione ex causa extranea, hîc translata inservire poterunt, & de ruina non magis sollicitus ero, ac in prima regione incolæ fuissent, si, non translatis tignis & lapidibus, ipsi ex his domum construxissent; id est, vis, qua partes cohærent, & illa, qua corpora gravia sunt, in variis regionibus non differunt.

Tali cibo per tot annos usus sum, & hodie eo sine timore vescar.

Ubi cicutam video, venenum ibi dari concludo, licet de hac ipsa, quam video, nullum experimentum sumsero.

Hæc omnia ratiocinia analogiam pro fundamento habent, & extra omne dubium est, nos à rerum Conditore necessitate cogi, per analogiam ratiocinari; & hanc ideo ratiociniorum legitimum esse fundamentum. Analogiæ autem fundamentum est hoc; *rerum universam congeriem legibus immutatis regi.*

Quibus semel probatis, hac ratiocinandi methodo uti poterimus etiam in illis occasionibus, in quibus non similis ratiocinandi necessitas datur. Argumento, quod in uno casu procedit, in alio assensum negare non debemus. Quis enim concipiet, *quæ eodem modo probantur non æque certa esse?* Adde ex necessitate quidem generaliter

raliter deduci, ratiocinandi methodum esse legitimam, ratiocinia vero peculiaria ab hac necessitate non pendere. Ex analogia concludo, cibum non esse veneficum; an argumentum non procedit nisi cum esurio? Ex necessitate ratiocinandi per analogiam, mundum fixis legibus à rerum Conditore regi, probamus; unde deducimus, & sublatâ necessitate, ratiocinia hæc extra dubium esse posita.

In physicis ergo per Phænomena naturæ leges sunt detegendæ; per inductionem pro generalibus habendæ; de cetero mathematice ratiocinandum. Qui, quo hæc tractandæ Physices methodus fundamento nitatur, serio examinaverit, solam hanc esse legitimam, hypothesesque omnes esse rejiciendas, facillime percipiet.

Hæc de philosophandi methodo; restat ut de ipso opere quid dicatur.

Dividitur totum opus in quatuor libros. Primus agit de corpore in genere, & corporum solidorum motu. Secundus fluida spectat. Quæ ad lucem pertinent, in tertio tractantur. In quarto tandem motus corporum cœlestium, & quæ in terris ad hos relationem habent, explicantur. Primi duo libri hoc Tomo continentur.

Ut Physices studium, quantum fieri potest, amœnum & facile reddatur, omnia experimentis esse elucidanda, ipsasque conclusiones mathematicas, hac methodo sub oculos esse ponendas, necessarium duxi.

Qui scientiæ elementa conscribit, non quid novi, quantum ad materiam, pollicetur; ideoque inutile duxi monere, ubi reperiantur, quæ hîc traduntur. Pro meo sumsi, quodcunque proposito meo utile mihi visum est, credidique satis esse de hoc monere

ad

ad omnem furti ſuſpicionem vitandam. Malo gloriam, ſi quam ex paucis novis, quæ ſparſim in hoc tractatu dantur, ſperare poſſum, amittere, quam alii ſuam detrahere; ſumat ergo quisque quod ſuum credit, nihil mihi vindico.

Quod machinas attinet, quibus experimenta inſtituenda ſunt, varias juxta præſcriptum aliorum Auctorum conſtrui curavi, multas inter has mutavi perfectioresque reddidi, plures novas addidi. Neque mirum in hanc neceſſitatem illum incidiſſe, qui ad experimentum vocavit multa, de quibus nil ſimile nemo antea forte tentavit. Mathematicus enim circa illa, quæ mathematicè demonſtrantur, experimenta ſuperflua credit: nos autem mathematicas demonſtrationes, ſemper abſtractas, faciliores reddi, ſi experimentis concluſiones ſub oculos ponantur, extra omne dubium habuimus; in hoc imitati Anglos, quorum docendæ Philoſophiæ naturalis methodus nobis occaſionem dedit cogitandi de hac, quam in hoc opere ſecuti ſumus; illorum veſtigia tenere ſemper gloriabimur, qui, Principe Philoſophorum duce, primi in philoſophicis detegendæ veritatis viam ingreſſi ſunt, fictas omnes hypotheſes ex phyſicis amandantes.

Circa machinas ulterius monebo, pleraſque conſtructas eſſe ab artifice in hac urbe ingenioſiſſimo, & ſimul Philoſopho non imperito, *Joanne van Muſſchenbroek*, cui omnes quæ hîc explicantur pleniſſime notæ ſunt; quod monere non ingratum fore iis credidi, qui fortè quasdam ſimiles machinas comparare vellent.

MONITUM.

Secundæ Editioni præfixum.

Cum primùm ad hæc Elementa conſcribenda animum applicarem, hoc mihi fuit propoſitum, ut auditores, quæ fuſius explicata audiviſſent, & demonſtrata vidiſſent, illa facile in memoriam revocare poſſent. Etiam, ut lectoribus, quibus prima tantum Geometriæ elementa nota eſſent, ideam darem Philoſophiæ naturalis mathematicâ methodo tractatæ. Cùmque, ut tironibus præcipue liber hicce utilis eſſet, difficiliora omnia intacta relinquerem, ſæpe propoſitiones indicavi, de quibus tantum monui, has à Geometris probari.

Ut autem ſecunda hæc editio, & lectoribus magis in Mathematicis verſatis, uſui eſſet, propoſitiones tales omnes, in capite quocunque indicatas, mathematicè demonſtratas in ſcholiis, capitibus ſubjunctis, adjeci. Et ne hæc lectores alios turbarent, ipſa minore charactere imprimi curavi. Omnia tamen ita diſpoſui, ut illa ſola, quæ majore charactere edita ſunt, ſeparatum quaſi opus conſtituant.

In ſcholiis etiam alia quædam tradidi, quæ in ipſo opere commode tractari non potuere, quamvis cum explicatis relationem habeant, aut ad hæc illuſtranda inſerviant.

Secunda hæc editio, & aliis reſpectibus, eſt auctior & magis accurata.

Novæ multæ machinæ, & antiquæ emendatæ, in hujus tabulis exhibentur; & experimenta, ipſorumque ſucceſſus, in hac majori cum curâ exponuntur.

Novam etiam noſtram Percuſſionis Theoriam, *quæ* Leibnitzianam, *quam &* Hugenianam *dicere auſim, de viri-*

viribus insitis doctrinam pro fundamento habet, hìc plenius explicatam, novisque variis experimentis fulcitam, & illustratam tradimus.

Non animus unquam mihi fuit, nec adhucdum est, cum ullo, utcunque provocatus, in arenam descendere, ut de veritate contendam. Quod mihi verum videtur, hoc, ubi datur occasio, pro viribus defendo; & in his ut, quantum possem, omnem contentionis speciem removerem, argumenta, quibus memoratæ Theoriæ inniti mihi videntur, ita proponere conatus sum, ut responsa ad difficultates inde facile deduci queant, paucasque tantum directe solvere suscepi: lectorique dijudicandum relinquo, an non Virium, Percussionum, *ut &* Resistentiarum, Retardationumque, *corporum in fluidis motorum, Theoriæ cum Phænomenis, & inter se, quàm exactissime conveniant.*

Nostro labore quisque pro arbitrio utatur, & ne nos ad respondendum objectionibus, quæ proponi poterunt, devinctos credat. Quamdiu illa pro veris habebimus quæ scripsimus, nos jure silere posse persuasum habemus.

Quamvis in multis, quæ spectant memoratas Theorias, à NEWTONIANA recesserim sententia, non tamen titulum Introductionis ad Philosophiam Newtonianam *servare, & huic secundæ editioni ipsum inscribere, ullo modo dubitavi. Varia enim in hisce illustramus ex iis, quæ ab eximio illo Philosopho fuere tradita; & pleraque, quæ hìc explicamus, eo conducunt, ut facilius intelligantur, à summis Philosophis in perpetuum celebranda, & à nemine unquam sine admiratione legenda, NEWTONI scripta Philosophica*

Qui tantum ex Phænomenis, omni fictâ rejectâ hypothesi, in Physicis ratiocinatur, &, quantum in ipso est, caste hanc methodum sequitur, ille NEWTONI vestigiis insistere conatur,

natur, & merito NEWTONIANAM se sectari Philosophiam profitetur; non autem ille, qui in verba jurat magistri.

Ut autem augmenta, & emendationes, hujus editionis, & illis, qui primam jam possident, inservirent, supplementum separatum edi curavi: in quo, ut primæ editionis possessoribus utilis essem, præstiti quod potui, non autem omne quod voluissem. In supplemento dedi omnium machinarum novarum descriptiones, additamenta omnia, & propositiones mutatas. Non autem huic inserere potui, machinarum correctiones, neque illa, quibus, quæ in prima editione continentur, aut illustrantur, aut clare & magis accurate exprimuntur; supplementum omnibus partibus completum; lectori nimio fuisset labori, & ipsius pretium nimium excrevisset.

PRÆFATIO

Hujus tertiæ Editionis.

SCopus, Librum hunc cùm ſcriberem, fuit, *Phyſices Elementa Mathematica* dare. Hac de cauſâ illa tractanda elegi, in quibus certa à dubiis ſeparari poſſe mihi videbatur; & intacta relinqui poſſe credidi, quæ ex fictis hypotheſibus deducuntur.

Non diffiteor hypotheſes ſæpe ad veritatem viam aperire; ſed ubi conſtat illud verum eſſe, quod antea fuit hypotheticum, nullum ſupereſt figmentum.

Uſitatum hodie eſt argumentum: *ſi, quam fingo cauſam, vera non eſſet, non daretur cauſa.*

Hoc autem probandum foret; non enim, quia nos aliam detegere non poſſumus, inde ſequitur, non aliam dari; probatio per excluſionem omnium cauſarum poſſibilium, ubi agitur de rebus naturalibus, de quibus, arctis admodum limitibus circumſcriptam, ſcientiam habemus, difficilis eſt.

Alii ex principiis ab his diverſis hypotheſes tueri conantur. Nullam nos, niſi mancam, habere rerum naturalium cognitionem, contendunt; primaque ratiociniorum de his ipſis hypothetica eſſe; ipſamque analogiam, ſine qua nihil in phyſicis detegere poſſumus, ad hypotheſes debere referri.

Hiſce jam reſponſum dedimus in præcedenti præfatione anni 1719. Poſtea, cùm mihi in ſolemnitate academicâ publicè verba eſſent facienda, hoc ipſum thema ad examen revocavi, & de fundamento perſuaſionis, ubi agitur de rebus corporeis, diſtinctius egi; ſermonem hunc, quamvis jam publici juris factum, huic Præfationi ſubnectam, ut omnem, ſi quis ſuperſit, ſcrupulum removeam.

Hypotheſium defenſores ſæpe quoque argumentis utuntur, quæ vocantur ad hominem, ſed hæc ad me non pertinent; ſi quis enim mihi probaverit, me hypotheſim unam aut alteram admiſiſſe, non inde ſequeretur hypotheſes eſſe admittendas; ne quidem ipſe hanc concluſionem admitterem, ſed hypotheſes rejicerem.

Præter generalem ſcopum indicatum, peculiarem hunc alium ulterius mihi propoſui; ut ipſas mathematicas demonſtrationes

cum experimentis conjungerem; & omnia ita disponerem ut systema efficerent, & introductionem continerent ad altiora in physicis.

Non deficiebant auctores, qui experimenta suppeditarent, sed pleraque ad scopum nostrum non pertinebant; & plura, nobis necessaria, nullibi reperiebamus.

Plerique, qui de rebus physicis, quæ mathematicè tractari possunt, scripsere, minimè solliciti fuere de experimentis, quibus demonstrata illustrari possent. Illi verò, qui experimentis animum applicarunt, circa illa tentamina præcipuè occupati fuere, ad quæ mathesis deducere non potest, & quæ cum mathesi non intimam connexionem habent.

Directe magis ad nostrum propositum spectabant experimentales cursus, quos tunc temporis Londini demonstrabant, vir doctiss. *Joh. Theoph. Desaguliers*, ut & *Joh. Hauxbee, Jun.*, hujus experimenta explicante viro eruditiss. *Gul. Wisthon.*

Ordine naturali omnia explicabantur, & simul corpus quoddam efficiebant; sed hæc prima & levissima principia tantum spectabant; & triginta duabus Lectionibus primus, viginti sex secundus, absolvebatur cursus.

Latiorem campum circumarare mihi in animum induxeram; & plura, huc usque intacta quantum ad experimenta, sub oculos ponere mihi proposueram, ut in præcedenti præfatione monui, ubi reliqua habentur, quæ ad primam editionem pertinent.

De secunda editione egi in monito, illi editioni præfixo, quod ante hanc præfationem quoque repetitur.

Libenter illa, quæ in præsenti editione addita, aut mutata, fuere, separato supplemento comprehensa dedissem, quod illis inserviret, qui secundam editionem, aut primam, cum supplemento ipsius possident; sed nimium tale supplementum excrevisset, cùm ita mutatus, & auctus, sit hic liber, ut pro novo opere haberi possit.

Eundem tamen ordinem servavi, sed opus integrum, quod in præcedentibus editionibus in quatuor libros erat distributum, hac vice in sex divisi; quia, rebus dispositis ut nunc sunt, hæc divisio mihi magis commoda visa est.

Eadem quoque est materia, ad quam, quæ nova addita sunt, referuntur; & quamvis pauca hìc tractentur, quæ non ab aliis jam fuere explicata, non ea mente scripsi, ut lectores à studio aliorum

aliorum auctorum avocarem; quisque propriam habet methodum, & una uni, alia alteri, magis placet.

Nemo quoque in intimam scientiarum cognitionem penetrare potest, nisi varia scripta circa hanc ipsam inter se conferat; quod ita intellectum velim, ut quis auctorem sibi eligat, & duce hoc primum generalem, deinde magis peculiarem scientiæ cognitionem acquirat. Postea quosdam alios auctores eâdem curâ perlegat, pluraque deinde scripta perlustret, ita tamen ut integrum auctoris persequatur systema, & illa tantum prætermittat, quæ alibi jam vidit. Tandem ad Tractatus peculiares transeundum erit.

Ut illis, qui ita studia dirigunt, præcipuè prodessem peculiarem adhibui curam: ideo illa, quæ alibi habentur, novis saltem demonstrationibus illustrare tentavi, & quoties, quæ ab aliis fuere tradita, commodè prætermitti potuere, hæc prætermisi, ut apud ipsos auctores videantur: nam propositum meum fuit introductionem dare ad intelligentiam illorum, quæ ab aliis fuere tradita, præcipue quæ sunt altioris indaginis, qualia quotidie nova in lucem prodeunt; plures enim hodie inter summos mathematicos & philosophos hoc ipsum philosophiæ mathematicæ & experimentalis studium mirè excolunt, & illustrant, continuoque magis ac magis proferunt.

Testimonia exstant in commentariis annuis tot academiarum in bonum harum scientiarum, in diversis Europæ regionibus, præcedenti, & hoc ipso sæculo, erectarum.

Præter illos, quorum scripta in his commentariis reperiuntur, quotidiana nobis suppeditant testimonia, & quid juncta mathesis cum experimentis præstare possit demonstrant viri celebres *Poleni*, *Desaguliers*, *Bernoullii*, *Wolf*, *Musschenbroek*, totque alii, quos recensere longum foret. Horum scriptis mathematico-physicis addenda sunt quæ de his ipsis rebus reliquerunt, *Gallileus*, *Toricelli*, *Gulielmini*, *Mariotte*, *Huigens*, plurimique alii, qui de peculiaribus matheseos partibus, ad physicam pertinentibus, scripsere, & quorum quosdam in sequentibus indicabo.

Inter illos autem, qui physicam mathematicis demonstrationibus & experimentis illustrarunt, principem locum occupat *Isaacus Newton*, qui in *Philosophiæ naturalis Principiis mathematicis*, quid mathesis in physicis præstare possit, demonstravit, cùm nemo ante illum in tam abscondita penetraverit.

In opticis novum detexit systema physicum, & quantumvis mira sint quæ dedit, ingenii vis præcipuè elucet in ipsa arte, qua viam sibi aperuit, quam constanter persecutus est, quasi Ariadneo filo duceretur, donec ad scopum pervenerit.

Experimenta quasi cohærent inter se; ex uno, magnâ sæpe subtilitate, deduxit auctor quodnam aliud esset tentandum, ut ad scopum magis accederet.

Quæ superius dixi de prætermissis, quæ apud alios habentur, ut nempe ibi legantur, cum restrictione indicata intelligenda esse clarum est; pleraque enim de quibus agimus ab aliis fuere explicata; sed in hoc casu, potius novam adhibendam esse demonstrationem, dixi, si nempe hoc cum scopo conveniat; nam ubi aliùs demonstratio majorem dat perspicuitatem, sine dubio eâ uti debemus, & absurdum foret aliter agere: Cavendum autem ne sæpius hoc fiat, eo enim plures lectores tædio afficerentur.

In hac editione machinæ sunt multiplicatæ, & aliæ ita correctæ, ut fere omnes pro novis haberi possint; cùm autem plures jam sæpius in usus aliorum constructæ sint, majori cum curâ ipsas & harum usus explicavi; hoc me illis debere credidi, qui ipsis utuntur, aut in posterum utentur.

In præcedentibus editionibus non indicavi ubi habeantur illa, quæ ex aliis desumsi, quod à multis improbari percepi; ego vero libenter, si hoc utile credant, ipsis morem geram, breviterque opus percurram, & conabor in memoriam revocare, ubi habeantur, quæ mea non sunt; machinas eodem modo ad veros inventores referam; paucæ tamen in hac editione aliorum habentur.

Hoc tantum rogo, ut, si quid prætermiserim, credat B. L. præter intentionem hoc accidisse.

Liber primus tres continet partes. In prima, vulgo notas, generales corporum proprietates ad examen revocamus.

In schol. I. cap. IV. divisibilitatem materiæ illustrare conamur, consideratione curvæ logarithmicæ spiralis; cujus curvæ proprietates primi demonstrarunt *Wallis* (1.), *Barow* (2.), & *Jac. Bernoulli* (3.).

(1.) Tractatus de Cycloide; operum Tom. I. pag. 560.
(2.) Lectio 12. Geom.; Prob. 4.
(3.) Acta Lipf. 1691; pag. 282.: sed præcipuè 1692; pag. 210.

In tranſitu indicamus, in caſu peculiari, angulum, quem tangens cum radio efficit; error autem datur in præcedenti editione, qui in hac corrigitur.

Pendet hæc determinatio, à ſolutione hujus problematis. *Dato centro, & duobus punctis ad libitum, in dictâ ſpirali, cùm numero revolutionum inter puncta data, ſive numerus hic ſit integer, ſive fractus, detegere angulum, quem tangens cum radio efficit.*

Solutio eſt perquàm facilis, quamvis primo intuitu intricata appareat. Si enim concipiamus curvam de qua agitur, ſervatis uno ex punctis datis, cum tangente in hoc puncto, ut & ordinatis, mutari in logiſticam vulgarem, cujus aſymptos per centrum tranſeat, & perpendicularis ſit ad radium tranſeuntem per punctum quod ſervatur, ſtatim patebit ſine ullo calculo, quomodo regulâ proportionum, adhibitis tabulis logar. & tang., anguli quæſiti tangentem habeamus.

Quæ in ſchol. 3. ejuſdem capitis de infinitorum claſſibus explicamus, *Newtoniana* ſunt (4.), ſed demonſtrationem addidi in editione 1725; quæ hîc repetita eſt.

Experimenta 5. 6. & 7. capitis V. *Hauxbeana* ſunt (5.); Exp. 11. 12. 13. à *Mariotte* deſcribuntur (6.), reliqua ſunt vulgo nota. Plures de cauſis horum phænomenorum ſcripſerunt; ſed nos, ex aliis principiis, hæc in ſcholiis illuſtrare conamur, quare iis quæ alii dederunt inhærendum non eſt.

Vulgo nota ſunt quæ in cap. VI. habentur.

In parte ſecundâ Lib. I. agitur de actionibus potentiarum, ſed de talibus, quæ contrariis aliarum potentiarum actionibus deſtruuntur; id eſt, in totâ hac parte 2dâ. agitur de æquilibrio.

De fundamento æquilibrii variæ ſunt mathematicorum demonſtrationes; ſed hoc perſuaſum habeo, paucas dari, in quibus ille, qui attentè ipſas ad examen revocabit, non percipiet, implicitè illud poni, quod eſt demonſtrandum. *Walliſius* verum fundamentum indicavit (7), quidam etiam alii.

De hac materiâ agimus in cap. VII. & abſtractè rem conſideramus.

In cap. VIII. generalia de gravitate indicamus, præcipuum

(4.) Schol. Lemm. 10. Libri 1. Princ.
(5.) Philoſoph. Tranſact. N. 305. p. 2223. N. 336. p. 539. N. 332. p. 395.
(6.) Mouvement des Eaux; part. 2. Diſc. 1.
(7.) Mechan. cap. 2. prop. 5.

puum eſt, corpora omnia æquali velocitate gravitate deſcendere, quando non cohibentur; reliqua ſunt vulgo nota.

Hanc velocitatem æqualem, de qua philoſophi contendebant, primus experimentis cum plumbo & ſubere demonſtravit *Galileus* (8.). Diſtinctius poſtea rem illuſtravit *Newtonus* cum auro, argento, plumbo, vitro, arenâ, ſale communi, ligno, aquâ, tritico (9.). Deinde etiam hoc ipſum fuit confirmatum experimentis in vitris, ex quibus aër erat exhauſtus, tentatis cum corpore leviſſimo & auro. Tale quoque eſt experimentum, quo nos hanc de gravitate aſſertionem confirmamus.

Pleraque experimenta de libra & centro gravitatis, quæ in cap. x. explicantur, habentur in curſibus *Hauxbei* aut *Deſaguleri*, de quibus ſupra locutus ſum. Experimentum 11. à *Caſſato* deſcribitur in Mechanicâ (10.).

De centro gravitatis *Walliſius* primus obſervavit, non debere ſine demonſtratione hanc admitti propoſitionem: in omni corpore dari determinatum punctum, circa quod, in omni ſitu, illud ſit in æquilibrio; demonſtravit ideò omne corpus habere centrum gravitatis (11.). Demonſtratio noſtra ejusdem propoſitionis habetur in ſcholio 1. In hoc ipſo *Walliſium* ſequimur pro centri gravitatis determinatione (12.). In ſecundo ſcholio hujus ejusdem capitis arithmeticam mechanicam tradimus. Hujus explicandi occaſionem dedit *Caſſini*, qui, per libram quasdam iniri poſſe operationes arithmeticas demonſtravit, diviſis brachiis in partes æquales (13.)

De machinis ſimplicibus & compoſitis, quarum nullam, niſi vulgo notam, proponimus, nihil hic monendum habemus, ſi cuneum excipiamus.

Mira de hac machinâ eſt ſententiarum varietas. Qui maximâ cum curâ hanc examinarunt ſunt *de la Hire* (14.) & *Varignon* (15.). Hujus ultimi tamen auctoris ſolutio, quia neglexit anguli cunei conſiderationem, tantum applicari poteſt caſibus, in

(8.) Mech. Dialog. 1.
(9.) Princip. Lib. 3. Prop. 6.
(10.) Lib. 1 Cap. 7.
(11.) Mechan. cap. 4. prop. 15.
(12.) ibid. prop. 24.
(13.) Journ. des Sçavans 27. Decemb. 1676.
(14.) Mechan. chap. *du Coin*.
(15.) Mechan. ſect. 8.

in quibus cuneus replet angulum, quem partes ligni ſeparatæ efficiunt. Solutio noſtra in præcedenti editione anni 1725. jam habetur.

In editione primâ anni 1719. propoſueram machinam, qua vim cunei demonſtrarem, aliùs erat & parum tantùm mutata; ipſam poſtea rejeci propter nimium attritum, & præcipuè quia actionem cunei non demonſtrabat.

Novam ideò in editione ſequenti dedi, quæ in hac diſtinctius exhibetur & explicatur.

Poſt machinas agimus de potentiis obliquis. In præcedentibus editionibus, ſtatim punctum conſideravi, quod tribus trahitur potentiis, & quod quieſcit; & *Varignonis* demonſtrationem (16.) dederam; ex hac poſtea deduxeram reductionem potentiæ obliquæ ad directam.

Ordinem nunc mutavi, quia ſecunda hæc propoſitio magis ſimplex eſt, & quàm facillimè demonſtratur; ſi vecti angulari duas potentias directas applicatas ponamus, quarum ſemper una obliqua eſt reſpectu aliùs. Ex hac reductione poſtea facilè deducimus, quæ ſpectant punctum quod tribus trahitur potentiis, & ad triangulum *Varignonis* reducimus propoſitionem.

Cujus ſit demonſtratio, propter ſimplicitatem magni facienda, per vectem angularem, non memini, ſed mea non eſt.

De puncto, quod tribus trahitur potentiis, quoque egit *Merſennus*, & demonſtravit proportionem harum haberi inter latera trianguli, cujus conſtructionem demonſtrat (17.). Hoc ſimile eſt triangulo *Varignonis*, quod adhibeo; quia facilior eſt hujus conſtructio.

In præcedentibus editionibus dedi machinam pro potentiis demonſtrandis, quando plures idem punctum trahunt, ipſam & hic dedi, quia admodum ſimplex eſt. Novam tamen addidi, quæ magis compoſita eſt, ſed cujus uſus admodum extenditur, quamvis in his elementis de caſibus intricatis virium obliquarum, quibus hæc machina applicari poteſt, non agam.

Pars tertia libri I. agit de potentiarum actionibus in corpora, quæ non retinentur.

Galilei doctrina de deſcenſu gravium in cap. XVIII. & XIX. explicatur. In

(16.) Projet d'une nouv. Mech. Lemme. 3. & prob. pag. 23.
(17.) Phænom. baliſtica, prop. 6.

In cap. XX. agitur de pendulis. Plura, & quidem præcipua, quæ in hoc capite, aut hujus ſcholiis, habentur, ſunt ex *Hugenio* (18.), ſed aliter demonſtrata. De cycloide plura hic habentur, non tamen *Hugenius* eſt hujus curvæ inventor, *Galileo* jam nota fuit, & de iis, qui præcipuas hujus proprietates invenerunt, magna fuit contentio (19.). *Hugenius* verò hanc detexit proprietatem, deſcenſum in cycloide ſemper fieri æquali tempore. Ille quoque primus evolutam dedit hujus curvæ, cujus ope viam penduli direxit. Ante illum hoc genus curvarum Mathematicis ignotum erat. Primus quoque *Hugenius* de centro oſcillationis egit. In præcedenti editione demonſtrationem, quæ quoque in hac repetitur, dedi de hoc centro, ex generali theoriâ compreſſionum deductam; hæcque tunc, quia tantùm corpora conſiderabam eidem lineæ applicata, ſufficiebat. Nunc autem plura addita fuere & in textu & in ſcholiis, quæ in ſequentibus uſu veniunt; quare etiam centrum oſcillationis in aliis caſibus determinari debuit, quod cùm, niſi magis intricatâ demonſtratione, ex ſolâ theoriâ compreſſionum præſtare non poſſem, in N°. 476. in ſubſidium vocavi principium *Hugenianum*, ex quo ille omnes demonſtrationes de centro oſcillationis deduxit.

In ultimo ſcholio demonſtramus cycloeïdem eſſe lineam celerrimi deſcenſûs; quam hujus lineæ proprietatem primus detexit Mathematicus ante dimidiatum ſeculum jam celeberrimus, & adhuc dum hodie ſtudium mathematicum juvenili vigore promovens, *Johannes Bernoulli* (20.).

Caput XXI. eſt integrum novum, ſpectat materiam, huc uſque à ſcriptoribus de Mechanicâ neglectam, utilem tamen.

In cap. XXII. de gravium projectione poſt *Galileum* demonſtramus, viam corporis projecti eſſe parabolam conicam. In hoc capite duo ſolvimus problemata, primum eſt. *Datâ velocitate ex puncto dato, in punctum datum corpus projicere.* Secundum eſt. *Ex dato puncto, per punctum datum, in punctum datum projicere corpus.*

Primum ex his vulgare eſt, & plures diverſorum Mathematicorum

(18.) vide Horol. Oſcill.
(19.) vide Gröningii Hiſt. Cycloeidis.
(20.) Acta Lipſ. An. 1697. pag. 206.

ticorum solutiones videri possunt apud *Blondel* (21.). Solutio, quam damus, est *Cotesii* (22.). Quomodo autem in hanc solutionem methodo facillimâ inciderim, antequam dicti celeberrimi viri solutionem videram, in *Mathefeos Universalis principiis* explicavi.

Caput XXIII. ultimum Lib. I. est de viribus centralibus. Præcipua *Hugeniana* theoremata de hoc motu (23.) demonstramus; Theoremata hæc vir ille celebris dedit anno 1673. ad calcem libri *de Horologio Oscillatorio.* Illa quoque, quæ de hoc ipso motu apud *Newtonum* habentur, illustramus, pluresque ex nostris demonstrationibus idem cum *Newtonianis* fundamentum habent.

In primâ editione machinam explicaveram pro comparatione virium centralium; sed cùm ageretur de primo tentamine, non admodum perfecta hæc erat; sæpius postea illam correxi, & tandem rejeci; nunc autem novæ, qua admodum accuratè experimenta demonstrantur, explicationem dedi. De viribus hisce quidem experimenta instituebantur, plura demonstrabant *Desagulier*, & alii; sed de conferendis corporum, separatim agitatorum, viribus, nemo quod sciam ante primam à me propositam machinam quid tentaverat.

In Libro II. agitur de viribus insitis, & corporum collisione.

In capite I. de naturâ virium agitur; quod primùm de his demonstramus, est vim insitam in infinitum superare compressionem. Non nova est hæc opinio, quamvis plures Mechanici de comparatione harum quantitatum agant quasi has conferri posse clarum esset.

Aristoteles primus dictam differentiam indicavit; hic enim quærit, quare securis feriens dividit, premens verò non (24.).

Ipsa hæc quæstio ponit effectum compressionis esse nullum, saltem infinitè exiguum respectu effectûs percussionis; in responsione etiam nihil aliud continetur. Responsio enim hæc, si aliis verbis exprimatur, significat, in uno casu tantùm dari compressionem, in alio compressionem cum percussione. *Gallileus* ex quibusdam experimentis eandem deduxit conclusionem (25.) *Borellus* verò primus clarè

(21.) Art de jetter les Bombes. part. 3. Liv. 5. chap. 5. 6. 7.
(22.) Opera miscellanea p. 87.
(23.) Opera varia. p. 188. Opera reliqua Vol. II. Tom. 2. p. 107.
(24.) Mechanica. Quæst. 20.
(25.) Mechan. Dial. 4. in fine. Mersennus Cogit. Phys. Math. Tom. III. Reflex. cap. 23.

clarè demonſtravit, quantitates has eſſe incommenſurabiles, & percuſſionem eſſe infinitè magnam, ſi cum compreſſione quacumque conferatur (26).

In II. & III. cap. agimus de menſurâ virium; plures auctores de his egerunt, & duæ hodie ſententiæ de his ipſis Philoſophos dividunt. Omnes vim ſequi proportionem maſſæ concedunt; plures autem, ubi velocitas differt, hujus rationem ſequi vim contendunt; dum alii velocitatis rationem duplicatam in his locum habere tueri conantur.

Prima controverſia de hac menſurâ, indirecta ſaltem, fuit *Hugenium* inter & *Abbatem Catalanum*, occaſione determinationis centri oſcillationis.

Qui *Hugenii* demonſtrationes examinabit in 4ta. parte libri *de Horologio Oſcillatorio*, & has conferet cum objectionibus *Catalani*, evidentiſſimè videbit agi revera in hac controverſiâ de menurâ virium.

Ambo viri celebres perpendunt caſum, in quo plura corpora juncta, ſolâ vi gravitatis deſcendentia, deinde ſoluta, velocitatibus acquiſitis, in altum feruntur; aut quæ ſoluta deſcendunt & conjunctim adſcendunt.

Hugenius dum hunc caſum perpendit, ex hoc axiomate ratiocinatur, *corpora actione gravitatis adſcendere non poſſe*, & demonſtrat, ſummam productorum ponderum, ſingulorum multiplicatorum per altitudines, à quibus deſcendunt, aut ad quas adſcendunt, eſſe eandem ante & poſt ſolutionem; id eſt, quando pondera ſunt ſoluta, quærit ſummam productorum quadratorum velocitatum per maſſas (27.).

Catalanus contra ita ratiocinatur. „ Si pondera duo æqua-
„ lia, ſeparatim ſuſpenſa ex eodem puncto, [ad diſtantias inæ-
„ quales] & elevata ad idem planum horizontale, quod per
„ punctum ſuſpenſionis tranſit, demittantur ita, ut arcus ſimi-
„ les deſcribant, ... acquirent velocitates tales, ut horum
„ quadrata ſint inter ſe, ut altitudines, unde illa pondera per-
„ pendiculariter deſcendunt ad horizontem „.

„ Quod ſi deinde pondera hæc duo, lineâ, aut virgâ infle-
„ xili, quam pondere expertem ponimus, conjungamus, &

„ ex

(26.) De vi percuſſionis prop. 90.
(27.) Horol. Oſcill. pars. IV. prop. 3. & 4.

„ ex eodem puncto, ad easdem distantias, suspensa demitta-
„ mus, ab eadem, qua ante, altitudine; pendulum ex illis com-
„ positum acquiret tantum velocitatis, quantum summa duo-
„ rum pendulorum simplicium.„ Rationem hanc statim addit. „
„ Nam separatio ponderum non mutat quantitatem motûs
„ (28.). „

Hugenius facilè demonstravit, principia hæc ad absurdas deducere consequentias (29.). Ponebat quidem ille cum reliquis, quantitatem motûs proportionalem esse producto velocitatis per massam, (quam proportionem sequitur translatio) sed absurdam esse *Catalani* opinionem, quantitatem hanc non mutari, facilè demonstravit. Circa quantitatem motûs jam antea dixerat (30.), quod postea demonstravit (31.), in collisione corporum perfectè elasticorum, (quæ ab ipso ad perfectè dura referebantur) quantitatem motûs non servari; sed summam productorum quadratorum velocitatum per massas collisione non mutari, hancque summam ante & post collisionem esse eandem; postea verò magis generaliter locutus est; cum dixit in ultimâ responsione ad *Catalanum*, *minimè pro lege naturæ esse habendum, eandem motûs quantitatem semper conservari, nisi alicui impendatur, & consumatur; sed hanc esse constantem legem naturæ, corpora servare vim suam adscendentem* (force assensionelle) *& idcirco summam quadratorum velocitatum illorum semper manere eandem* (32.) Observandum agi de massis æqualibus, nam ad illum casum reduxerat *Catalanus* quæstionem, ut vidimus.

Ante finitam hanc controversiam alia orta est inter *Leibnizium* & eundem *Abbatem Catalanum*. Penultimum *Hugenii* scriptum pertinet ad annum 1684. ultimum, ex quo verba memorata sunt desumta, est anni 1690. Anno autem 1686. *Leibnizius* Actis Lipsiensibus mensis Martii inseruit scriptum, in quo hæc verba subjungit demonstrationi, quam dederat, & in qua agitur de altitudinibus ex quibus corpora descendunt, aut ad quas adscendunt. „ *Ex his apparet quomodo vis æstimanda sit à quantitate effectûs, quem producere potest, ex. gr. ab altitudine ad quam*

(28.) Journal des Scavans 1682. in initio. Opera varia p. 217.
(29.) Journal des Scavans, 29. Juin 1682. Opera varia pag. 222.
(30.) Journal des Scavans 18. Mars 1669; 5. & 6. règle du mouv.
(31.) Opera posthuma de Motu. prop. 6. & 11.
(32.) Histoire des Ouvrages des Scavans, Juin 1690. & Opera varia pag. 148.

quam ipsa corpus grave datæ magnitudinis, & speciei, potest elevare, non verò à velocitate, quam corpori potest imprimere. . . . . Dicendum ergo est vires esse in compositâ ratione corporum & altitudinum, ex quibus cadendo tales velocitates acquirere potuissent. . . . Ex quo quamplures errores nati sunt. . . Quin & hinc factum puto, quod nuper regula Hugeniana *circa centrum oscillationis pendulorum, quæ verissima est, à nonnullis viris doctis in dubium fuit vocata.*

Hæc satis conveniunt cum verbis *Hugenianis* quæ supra habuimus, & quæ quamvis posteriora sunt *Leibnitianis*, tantùm explicant illa, quæ in scriptis anterioribus *Hugenii* revera continebantur. Simile quid sæpius contingit; ita qui præcedunt res explicant, ut auctori novi inventi nihil faciendum supersit, quàm distinctius exponere, & verbis magis apertis illa declarare, quæ alter tantùm obscurius indicavit. Non nego *Leibnizium* pro auctore esse habendum illius mensuræ virium, quam in verbis memoratis exponit, sed hoc affirmare ausim *Hugenium* illum eò deduxisse.

Leibnizio Catalanus, (33.) postea & *Papinus* (34.) responderunt; scripsit iterum *Leibnizius* variaque scripta inde orta (35.). Deinde plures alii de hac eâdem quæstione egerunt.

Hæc ipsa est de qua agitur in indicatis capit. II. & III. libri II. hujus operis; plura addidi experimenta nova iis, quæ in præcedenti editione proposueram. De verbis non contendo, hæc duo probare, & experimentis directis probare in animum induxi; *Corpori quiescenti non communicari velocitatem, nisi actione quæ sit ut productum massæ per quadratum velocitatis. Et corpus motum nunquam amittere totam velocitatem nisi resistentiam superet, id est, effectum præstet, qui sequatur dictam rationem.* Agitur de integrâ, & hac solâ, actione, quæ movendo corpus impenditur; & de effectu integro, & solo, quem corpus, dum motum amittit, præstat. Qui has negaverit propositiones, negabit quæ ad oculum patent: si verò quis has concedat, & affirmet has sequi ex mensurâ virium antea receptâ, cum tali ego non contendo, vim voco agendi capacitatem in corpore, quæ

(33.) Nouvelles de la Republique des lettres Sept. 1686.
(34.) Acta Lipf. 1689. pag. 186.
(35.) Nouv. de la Rep. Juin & Sept. 1687. Acta Lipf. 1690. pag. 228. 1691. p. 6. & 439. 1695. p. 145.

quæ per integrum effectum mensurari debet. Rogo tamen illos qui aliam illam mensuram adhibent, ut videant an omnia, non tantùm quædam, experimenta nostra, de viribus & collisione, explicare possint. Rogo quoque ubi tempora considerabunt, quibus effectus præstantur, ne figmenta pro veris temporum mensuris adhibeant; plura de hac temporis mensurâ in scholiis habemus.

De experimentis, quæ virium mensuras spectant, monere debeo virum nobiliss. & eruditiss. *Jo. Poleni* primum immediatè experimento demonstrasse, effectibus æqualibus consumi vires positis massis inversè ut quadrata velocitatum (36.). Hoc ipsum *Polenii* experimentum, adhibitâ machinâ, ut magis accuratè peragatur, dedimus in n. 834.

In secundâ parte libri II. agimus de corporum percussione; de hac diu hallucinati sunt Philosophi. Tandem anno 1669. *Wallisius* veras leges dedit, quæ locum habent in corporibus mollibus, quamvis ille ad perfectè dura has referat; circa idem tempus *Hugenius* & *Wrennius*, idem pro corporibus elasticis præstiterunt (37.), quamvis de elasticitate non loquantur.

De duobus his ultimis hæc in actis societatis Anglicanæ leguntur. *Extra omne dubium est, neutrum horum Theoriæ illius quicquam, priusquam scripta eorum simul compararent, rescivisse ab altero; sed utrumque propriâ ingenii fœcunditate pulchellam hanc sobolem enixum fuisse.*

Solvit equidem Hugenius *ante aliquot jam annos, Londini cùm ageret, illos de motu casus qui ipsi tunc proponebantur; luculento sanè argumento eum jam tum exploratas habuisse regulas, quarum id evidentia præstaret. At non affirmabit ipse se cuiquam Anglorum suæ theoriæ quicquam aperuisse* (38.).

De hac Theoriâ demonstramus in cap. 5. lib. 2. ipsam cum *Wallisianâ*, quæ in cap. 4. datur, in eo solo differre; quod, ubi corpora sunt elastica, mutatio velocitatis ex ictu dupla sit illius quæ locum habet, quando non sunt elastica, & eo Theoriam hanc ad magnam simplicitatem reduximus. Ubi autem agitur de demonstrandis regulis *Wallisianis*, propriam sequor Theoriam.

Quod ad experimenta attinet, plura circa collisionem, jam ante

(36.) De Castellis §. 118.
(37.) Philos. Transactions N. 43. & 46.
(38.) ibid. N. 46. pag. 927.

ante notas veras hujus regulas fuere tentata cum corporibus pendulis; sed hæc nulliùs usûs fuere; quædam generalia tantùm spectabant & nulliùs momenti sunt.

Primus *Wrennius* & *Rooscius* magis accurata demonstraverunt, illi enim talibus experimentis regulas datas coram societate Regiâ confirmarunt (39.). Postea *Mariotte* integrum tractatum de collisione dedit cum accuratâ experimentorum expositione.

Nos etiam utimur corporibus suspensis; sed quam jam in primâ editione, perfectam satis machinam, & cum *Mariottianâ* in plurimis convenientem, dedimus, quam correctam in secundâ editione exhibuimus, nunc multò perfectiorem redditam adhibemus; & collisionem ipsam multis novis experimentis illustramus.

Postquam à viris cel. memoratis veræ regulæ collisionis directæ fuere detectæ, nulla in explicandâ percussione obliquâ duorum corporum difficultas supererat; quod etiam à plurimis viris doctis est præstitum, hisce casibus applicatâ resolutione motûs *Keplerianâ*; separatim nempe considerando mutatum motum directum, & manentem motum lateralem (40.).

De collisione compositâ, sive directâ, sive obliquâ, trium corporum concurrentium, pauca & ad casus simplices pertinentia apud auctores habentur, non tamen omninò hanc materiam esse negligendam credidi & plura in hac editione addidi.

Pars ultima libri 2[di]. agit de legibus elasticitatis. Illa, quæ de motibus fibrarum dicimus, sunt ex *Mersenno*. *Hugenius* detexit laminæ elasticæ vibrationes esse æquè diuturnas. Experimentum I. cap. XIV. quoque novum non est, sed his omnibus demonstrationes addidi, & veram legem elasticitatis experimentis illustravi.

Liber III. agit de fluidis, & quidem pars I. de pressione fluidorum. Plura ex iis quæ explicamus sunt ex *Archimede* (41.); reliqua

(39.) ibid. N°. 46. & Newtonus Princip. Schol. Corr. 6. Legis Motûs 3æ.

(40.) Paralipom. in Vitellionem Cap. I. prop. 19. „ Cùm quid obliquè movetur versùs superficiem, motus is componitur ex perpendiculari & parallelo superficiei. At superficies tantùm ei parti objicitur, quæ est in se perpendicularis, non ei quæ est sibi parallelos. Quare nec impedit partem sibi parallelon, sed patitur mobile resiliendo pergere ad partem alteram, sic ut advenerat. „

(41.) De insidentibus Humido.

reliqua fere omnia à plurimis auctoribus explicantur; inter præcipuos numeramus *Simonem Stevinum* (42.), *Pascalium* (43.) & *Boileum* (44.); Nihil in hisce mihi vindicare possum præter methodum explicandi, & plura quæ ad experimenta pertinent; in quibus tamen quoque eosdem auctores, præcipuè *Boileum*, prædecessores habui.

Vir doct. *Jo. Georg. Leutmannus* in Actis Academiæ Petrop. demonstravit methodum exiguas ponderum differentias accuratè determinandi adhibitâ bilance, cujus brachia essent inæqualia (45.). Occasione hujus inventi negotium hoc examinavi, & hydrostaticè illud adhucdum magis accuratè posse præstari percepi; methodus hæc in cap. 4. libri 3ii. habetur.

In parte secundâ hujus libri 3ii. motus fluidorum, & horum effluxus ex vasis perpenditur. Plura ex *Newtono* explicantur. Magnum etiam lumen huic materiæ communicant, quæ ex *Mariotte* & *Poleno* mutuatus sum. In reliquis relictis controversiis, inter viros doctos de hisce motibus agitatis, illud quod mihi verum videtur proposui, additis rationibus quare ita judicavi.

Experimentum 2. cap. IX. dedit *Mariotte* (46.), quartum & quintum jam dedimus in editione præcedenti anni 1725. Monere autem hic debeo virum ingeniosum & doctiss. unum ex his, quintum nempe, explicasse in commentariis Academ. Scient. Gall. anni 1736. (47.), mutatâ circumstantiâ hac: utitur tubis lateraliter vitro clausis; quam methodum ut illi sequantur, qui experimentum imitari in animo habebunt, commendo. In reliquis nostram methodum esse anteponendam haud difficulter probari potest.

Caput X. agit de motu fluminum. Quæ de determinandâ velocitate aquæ habemus, dedit *Gulielmini* (48.). Ex quo auctore etiam quædam alia desumsimus (49.).

Illa quæ de motu Penduli collato cum motu undæ demonstramus,

(42.) De la Statique. liv. 4. & 5.
(43.) De l'Equilibre des Liqueurs.
(44.) Paradoxa Hydrostatica.
(45.) Tom. III. pag. 138.
(46.) Mouv. des eaux 3. part. 2. discours, sur la fin.
(47.) Memoires pag. 191.
(48.) Mensura Aquarum fluentium.
(49.) De Fluminum Natura.

*****

ſtramus, in capite ſequenti de undis, *Newtoniana* ſunt (50.).

In parte tertiâ libri 3[ii]. fluidorum motorum actiones perpenduntur, & tria examinantur: impetus fluidorum proſilientium; preſſio lateralis fluidorum per tubos motorum; & tandem reſiſtentia, quæ ſuperari debet, ut fluidum, auxilio machinæ, in locum elatum transferatur.

Quod ad primum attinet, non diffiteor experimentum, quod dedi de impetu fluidorum, non convenire cum experimentis virorum celebrium; ſed nullus dubito ſemper eventum illum futurum, quem retuli, ſi modo omnes quas indicavi cautelæ obſerventur.

Circa preſſionem lateralem in tubis monere debeo, me, poſtquam jam per aliquod tempus conſtructam habuiſſem, cum omnibus partibus, machinam, quam adhibui in experimentis cap. XIII., ſimilem, quæ fortè ante meam conſtructa fuit, deſcriptam vidiſſe in actis Acad. Petrop. à viro celeberrimo, & primi ordinis mathematico, *Daniele Bernoulli* (51.), qui eandem iterum exhibuit in elaboratiſſimo opere Hydrodynamices.

De machinis Hydraulicis in capite ſequenti plura huc uſque neglecta demonſtramus, quæ inſignem uſum habere poſſunt; generaliſſimè tantùm rem conſideramus, applicatio ad peculiares machinas ſcopum noſtrum non ſpectat.

In parte ultimâ libri 3ii. agimus de corporibus in fluidis motis; & in hac editione nihil addidi, pauca magis illuſtravi. Plures ex propoſitionibus quæ in ſcholiis cap. XVI. demonſtrantur ſunt *Newtonianæ*; in demonſtrationibus autem hæc eſt præcipua differentia. Ubi vir celeberr. adhibet hyperbolæ quadraturam, ſubſtitui lineam logiſticam, quod facilè fieri poſſe notum eſt, quo tamen minus abſtractæ fiunt demonſtrationes; *Newtonus* autem à generali ſua methodo determinandi magnitudines per quadraturas curvarum, quam in multis occaſionibus feliciter adhibet, in hoc caſu peculiari recedere noluit.

Proprietates lineæ hujus logiſticæ primus *Hugenius* indicavit ad calcem tractatûs de Gravitate; hasque *Hugenianas* propoſitiones in libello peculiari demonſtravit Mathematicus celebris *Guido Grandi* (52.).

Liber

(50.) Princip. Lib. 2. prop. 44.
(51.) Tom. 4. pag. 194.
(52.) vide Hugenii opera reliqua tom. 1.

Liber noſter quartus agit de aëre & igne. In primâ parte de aëre, hujus gravitatem & elaſticitatem conſideramus, & præcipua phænomena quæ ab his pendent explicamus.

Gravitas aëris, antiquis nota, & experimentis comprobata (53.), nullius fere usûs erat in explicandis phænomenis. Ipſe *Galileus*, qui *Ariſtotele* duce, aërem, in lagenâ accumulatum, ponderaverat (54.), nunquam ſuſpicatus eſt pondere aëris aquam in antliis ſuſtineri, quamvis ipſi notum eſſet, non ultra certam altitudinem, aquam in antlias ſuctorias, ut loquuntur, attolli poſſe (55.).

Torricellius primus eſt, qui cum anno 1643. ſimilem effectum cum mercurio detexiſſet, & vidiſſet hunc in tubo aëre vacuo non ultra certam altitudinem ſuſtineri, in ſuſpicionem incidit effectum hunc preſſioni aëris à gravitate oriundæ eſſe tribuendum. Veram hanc eſſe conjecturam anno 1648. probavit *Paſcalius* experimento celebri, quod ad hujus petitionem fuit inſtitutum, quo conſtitit in apice montis *le puits de domme* in comitatu *Alverniæ*, mercurii altitudinem in tubo *Torricelliano* minorem fuiſſe quàm ad ejusdem montis radicem, & differentiam ſuperaſſe pollices tres; quod imminutam preſſionem cum ipſâ quantitate aëris deorſum prementis demonſtravit (56.).

Brevi poſtquam hæc fuere detecta plura circa aërem nova fuere tentata, & inter hæc præcipua ſunt experimenta *Ottonis de Guericke, Roberti Boile*, & Academiæ Italicæ *del Cimento* dictæ (57.); quæ ultima, quamvis laude digniſſima, minus notabilia ſunt, ſaltem quantum ad aërem; non enim hunc, niſi ex globulis minoribus, cum tubis *Torricellianis* in ſuperiori parte cohærentibus, eduxerunt. *De Guericke* autem & *Boileus* majora vaſa adhibuerunt, & auxilio antliarum aërem eduxerunt; vocaturque hodie *Antlia pneumatica*, quæ ad hunc uſum eſt accommodata.

De inventore hujus antliæ *Boileus* nos docet, *Ottonem de Guericke*

(53.) Ariſtoteles de cœlo lib. 4. cap. 4.
(54.) Dialog. 1. Mechan.
(55.) ibid.
(56.) Paſcal Recit de la grande Experience de l'Equilibre des liqueurs.
(57.) Vir Clariſſ. P. van Muſſchenbroek anno 1731. latino idiomate editionem dedit horum Exp. cum commentario pulcherrimo & multis experimentis novis.

ricke primum aërem ex vase eduxisse, se verò primum machinam commodam ad hunc usum construi curasse (58.). *Papinus* autem primus duas antlias conjunxit, quæ simul motibus contrariis agitabantur, ut breviori tempore, & magis commodè (conjunctio enim antliarum admodum laborem minuit) effectus desideratus obtineretur (59.).

Post *Boileum* plures diversæ antliarum constructiones adhibitæ fuere, quæ omnes cum *Boileanâ* & methodo *Guerickianâ* idem fundamentum habent.

Ego varias methodos ab aliis propositas adhibui, & incommoda, quæ occurrebant, corrigere tentavi. Sed varias methodos explorando, & corrigendo, tandem ad illam, quam in cap. 4to. libri IV. explicavi, duplicis antliæ constructionem perveni; quam eandem constructionem postea ad minorem simplicem antliam, in eodem capite demonstratam, applicavimus. Duplicem hanc antliam, omnibus aliis mihi notis anteponendam credo; non tamen hanc non perfectiorem fieri posse contendo; sed illos monere debeo qui hoc tentabunt, sæpe contingere, ubi, ut incommodum vitemus, aliquid mutamus, inde aliud imprævisum majus, & nisi usu detegendum, profluere. Quod & ad alias machinas quoque referri debet; facilè inexpertus corrigendo deteriorem machinam facit.

Fundamentum constructionis antliæ cujuscumque, qua aër exhauritur, est aëris elasticitas, quare *de Guericke* proprietatem hanc ignorare vix potuit. *Galileus* qui, ut supra vidimus, aërem in lagenam compressit, cùm hunc ponderavit, effectum elasticitatis sub oculis habuit. Ipse *Aristoteles*, cùm uteros inflatos graviores detexit quàm vacuos (60.), aëre compresso usus est, aliter enim gravitas aucta non fuisset. Nihilominus tamen nemo ante *Boileum* de hac ipsa egit; vir hic celeberr. primus est, qui hanc proprietatem distinctè exposuit, & experimentis illustravit (61.).

In cap. V. & VI. plura explicamus de aëris gravitate & elasticitate experimenta hoc tempore vulgo nota, quod tamen de omni-

(58.) Procem. Experim. Physico-Mechan.
(59.) Boilei Exp. Phys. Mech. continuatio 2da in præfatione.
(60.) Loco supra indicato.
(61.) Exp. Phys. Mechan. & alibi.

omnibus, septimo & octavo ex. gr. cap. VIti. & quibusdam aliis, dici non potest. Pro omnibus demonstramus quomodo in ipsis procedendum sit, & in variis non à vulgo receptâ methodo recedimus. Duas tantùm novas machinas in hisce dedimus, pro aëris compressione primam; & alteram, cujus ope pluribus vicibus repetitur experimentum de corporibus in vacuo cadentibus.

Occasione aëris, generalia quædam observamus de aliis fluidis elasticis. De his fluidis plura habentur apud *Boileum*, qui hæc designat nomine aëris factitii (62.); de his etiam plura notatu admodum digna dedit vir diligentiss. *Steph. Hales*, qui hæc omnia fluida ad aërem refert (63.).

Sonus per aërem propagatur; de illo quoque agimus in hac parte libri IV. *Newtonianam* explicamus theoriam; & ipsa est *Newtoni* demonstratio, quam in scholio I. cap. VII. damus de agitatione particularum aëris, sed hanc minus abstractè proposuimus. Circa hanc ipsam viri celebres observarunt vitium dari in hac *Newtoni* demonstratione; propositionem tamen ipsam esse veram demonstravit vir doctiss. Philosophiæ & Matheseos Professor Genevensis *Gabr. Cramer* (64.).

De velocitate soni plures tentarunt experimenta, præcipua autem sunt, quæ dedit vir plurimis scriptis clarus *Gul. Derham* (65.).

In parte 2dà. libri IV. agitur de igne. Ex observationibus, & experimentis, notis deduxi quasdam ignis proprietates, quæ mihi plurium phænomenorum explicationes suppeditarunt.

In physicis quando ex simplicibus naturæ legibus ratiocinari non conceditur, non alia patet via, & intacta relinquenda sunt, quæ ignoramus. Non tantùm ita egi circa plura, quæ ignem spectant; sed multa alia, quæ apud scriptores de Physicâ explicantur, prætermisi; quia hyphoteses admittere nolui.

In capite IX. mentionem feci de lapidibus lucidis: quæ indicavi habentur in Actis Academiæ scientiarum Galliæ (66.).

Ubi in cap. 10. ago de dilatatione corporum ex calore, simplici experimento tantùm demonstro hanc obtineri omnes partes

(62.) Exp. Phys. Mech. contin. 2da.
(63.) Vegetable Statiks. Vol. 1. Chap. 6.
(64.) Newt. Princ. editio Genev. Tom. 2. pag 364.
(65.) Philos. Transact. No. 313. pag. 2.
(66.) Memoir. de l'an. 1730. p. 524. & 1735. p. 347.

tes versùs. Hæc autem corporum proprietas majori cum curâ ab aliis fuit explorata, præcipuè à viro illustri, nuper nostræ Academiæ ornamento *Hermanno Boerhave* (67.). Primus autem qui ad accuratissimam mensuram hanc dilatationem revocavit est vir clariss. Collega conjunctiss. *Pet. van Musschenbroek*, qui philosophiam experimentalem quotidie feliciter promovet (68.). Machinam, à *Musschenbroekianâ* diversam, ingeniosè quoque excogitatam in actis societatis Londinensis dedit *J. Ellicott* (69.). Hæc hunc in finem constructa est, ut diversorum corporum dilatationes dato eodem caloris gradu possent conferri inter se. Sed quamvis sæpius hoc, magnâ cum curâ, adhibitâ tali machinâ tentaverim, & usus fuerim machinâ accuratissimè elaboratâ ex Angliâ transmissâ, pervenire eo non potui; sed experimenta me docuerunt, inutiliter hanc comparationem tentari, nisi corpora quæ explorantur fluido immersa fuerint, ut à fluido circum ambiente ipsis calor communicetur.

Occasione ignis pauca dedi de electricitate, ut pateret, connexionem dari inter phænomena quædam ignis & ipsam electricitatem. Experimenta hæc sunt ex *Hauxbeio;* cui etiam debentur experimenta, quæ dedi de attritu in vacuo; sed machina, qua in his experimentis utor, diversa est ab illa, quam indefessus ille novorum experimentorum investigator adhibuit. Plura admodum sunt quæ ad electricitatem pertinent; qui distinctius cognoscere cupit quæ ad hanc materiam spectant videat loca quæ ad calcem hujus paginæ notamus (70.). Experimenta varia de mercurio lucido, habemus in capite xi. Primus hanc proprietatem in Barometro detexit *Picardus* (71.) Postea in majoribus vasis aëre vacuis etiam, hanc proprietatem demonstravit supra laudatus *Johannes Bernoulli*, qui etiam detexit mercurium præsente aëre lucere (72.).

Liber

(67.) vide Elementa Chemiæ. Tom. 1. p. 138.
(68.) Tentamina Exper. Acad. del Cim. Part. 2. pag. 12.
(69.) Philos. Transactions. N°. 443.
(70.) Philos. Transactions N^is^. 417. 423. 426. 431. Mem. de l'Ac. des Sci. années 1733. pag. 23. 73. 233. 457 — 1734. pag. 341. 503 — 1737. pag. 86. 307.
(71.) Acad. des Sci. Tom. x. an. 1675. pag. 566.
(72.) Acad. des Sciences. M. 1701. pag. 1. & 147.

Liber v. agit de Lumine. In præcedenti editione duces ſecutus eram *Barovium* in prælectionibus opticis, *Hugenium* in Dioptricâ, *Newtonum* in Optice, cui nunc etiam addidi prælectiones opticas quæ tunc temporis nondum publici juris factæ erant. Antequam liber hicce quintus prælo committeretur, ad manus meas pervenit opus pulcherrimum de opticâ *Rob. Smith* Cantabrigienſis Profeſſoris. Vir celeberrimus integram tractare opticam ſibi propoſuit, ego tantùm Elementa, non mirum ergo ſi pleraque quæ ego habeo etiam ab illo auctore examinentur. Methodus tamen quam ſequor, & demonſtrationes ſatis differunt à pulcherrimis hujus auctoris demonſtrationibus, ut plagii ſuſpicio locum non habere poſſit. Præterea à viro doctiſſimo tractantur, quæ ad ſcopum noſtrum non pertinent. Ex ipſius tamen opere illa quæ dixi de cauſâ quare duobus oculis objectum non videamus duplicatum mutuatus ſum. Statim percipimus cauſam hanc convenire omninò cum principiis ex quibus in pluribus locis concluſiones deduxi. Ipſa hæc principia quoque fuſius in Logicâ noſtrâ explicavimus, nempe ſenſus per ſe nihil docere, omnem uſum experientiæ deberi.

Pro experimentis de lumine in primâ editione apparatum machinarum explicaveram, eundem nunc correctum amplificatumque do, ut plura experimenta & omnia faciliùs, & magis accuratè, demonſtrari, & nova tentari, poſſent.

Machina omnium prima radiis ſolaribus in eadem lineâ ſervandis inſervit; primus qui talem adhibuit eſt *Farenheitius*, qui manubrio ſpeculum movendo facilè radium ad priſtinum ſitum reducebat; horologium adhibere potuiſſet quo hoc ſpeculum dirigeret. Hujus machinæ ſimplex erat conſtructionis fundamentum, duo adhibebat ſpecula; primum, quod continuò agitabatur manubrio, radios ſolares juxta axem telluris reflectebat, & ſecundo ad libitum hos ipſos dirigebat. Sed duplici hac reflexione nimium radii debilitantur.

Unico nos utimur ſpeculo, quod horologio dirigimus; ſed ſi quis continuò manu hoc efficere vellet, & præterea poſt quadrantem aut ſemihoram, paululum ſitum machinæ mutare, ſimpliciſſima eſſet conſtructio.

In ſexto aut ultimo libro pauca addidimus In primâ parte, quæ ipſos motus corporum cœleſtium ſpectant & horum apparentias explicamus; in ſecundâ cauſas phyſicas tradimus juxta mentem *Newtoni*. Quæ de figurâ telluris habemus, deducimus ex menſuris recentioribus, ut ſuo loco indicamus.

Bibliopolæ L. S.

Quæ ad finem hujus Præfationis minoribus literis sunt exarata, Clarissimus Auctor mutare in animo habebat, cum morte fuit oppressus: quidquam tanti viri scriptis addere aut detrahere religio fuit; idcircò hæc ultima damus qualia in ejus chartis reperta sunt. Quas correctiones & additiones mente agitaret conjicere est ex duobus sequentibus fragmentis, quæ imperfecta reliquit, & quæ hic subjungimus ne quid ex summi Philosophi scriptis deperdatur.

LIber noster quintus de Luminis phænomenis agit; & in eo scientia explicatur, quæ integra recentioribus debetur Philosophis. Si enim antiquiora scripta perlustremus, auctores veras phænomenorum caussas latuisse statim patet, & ipsos plura nobis inutilia suppeditasse. Testimonia hujus assertionis quisque deteget qui scripta de opticâ perlustrabit *Euclidis*, *Heliodori*, *Alhazeni* Arabis, *Vitellionis*, quibus etiam addere possumus quæ de opticâ reliquit celebris monachus seculi decimi tertii *Rogerus Baco*; ut & *Jo. Bapt. Porta*, cujus liber de refractionibus editus fuit anno 1598.

Liber hicce quintus quatuor continet partes, quarum prima agit de motu Luminis, & hujus inflexione. Quæ ad motum directum & velocitatem pertinent explicantur, indicatis auctoribus quibus debemus quæ ad hanc materiam pertinent. Inflexio luminis de qua postea agitur ex observationibus *Grimaldi* (73.) deducta fuit, sed præcipuè ex iis quæ *Newtonus* de hac detexit (74.).

In parte de refractione examinamus hujus leges, & agimus de lentibus vitreis & harum usu, ut & de microscopiis & telescopiis.

Primus *Snellius* veram legem refractionis detexit, ut *Hugenius* docet (75.). Lentes vitreæ detectæ fuere circa finem seculi decimi tertii; de qua inventione videri potest *Willel. Molyneux* (76.), pater illius de quo mentio fit in capite 1. hujus libri v. . . . . Ut mihi autem videtur lentium inventor est incertus, & superius memoratum *Rogerum Baconem* pro tali non esse habendum, nisi additâ restrictione, contra opinionem auctoris indicati persuasum habeo. Vir quidem hic doctiss. loca *Baconis* memorat ut opinionem confirmet, quæ separatim sumta ipsam evincere videntur; sed ita sumta hæc loca sensum præ se ferunt diversum ab eo quem ipsis tribuet ille, qui in ipsa connexione verba examinabit, & ad alia loca simul attendet.

(73.) Acad. des Sciences. H. an. 1715. pag. 52.
(74.) Optic. Lib. III.
(75.) Hugenii Opera reliqua. Vol. II. pag. 2.
(76.) A. Treatise of dioptricks. pag. 257.

tendet. Quando *Baco* loquitur de objectis *per Medium* visis (77.), non intelligit objecta ultra medium esse posita, sed intra medium, posito oculo in alio medio. Concipiebat quoque solem, lunam, & stellas dari in ipsis vaporibus ex Tellure adscendentibus, spectatorem autem, extra vapores in medio rariori positum, hæc corpora contemplari (78.).

Nihilominus tamen illa, quæ *Baco* de vitris memorat, naturaliter ad constructionem lentium deducere potuerunt. Juxta sua principia (de quorum veritate aut falsitate hîc non agitur) affirmabat objectum in vitro terminato superficie convexâ, posito oculo in aëre, citra centrum sphæræ apparere amplificatum; unde deduxit, per segmentum minus sphæræ vitreæ litteris applicatum, has amplificatas apparere.

De Microscopiis simplicibus de quibus egi nihil dicam, sunt tantùm lentes convexæ. Compositorum Microscopiorum inventor est *Drebbelius* (79.).

Jo. Bapt. Porta primus est qui Telescopiorum mentionem fecit, dum affirmat objecta longinqua apparere ——— ——— ——— ———

(77.) De Perspectiva. Pars. III. Distinct. 2. cap. 3.
(78.) Ibid. cap. 4.
(79.) . . . . .

Locum quem in priori fragmento punctis distinximus amplificare volebat Auctor, Baconis *verba ad examen revocando, ut patet ex hoc secundo fragmento.*

UT mihi autem videtur lentium inventor est incertus, & superius memoratum *Rogerum Baconem* pro tali, accuratè si loquamur, non esse habendum contra opinionem Auctoris indicati persuasum habeo; ipsum verò inventioni januam aperuisse extra dubium credo.

Hæc constabunt indicatis quibusdam *Baconis* locis: *si verò non sint corpora plana, per quæ visus videt, sed sphærica, &c.* (77.). Non agitur in his de lentibus, neque de objectis visis ultra aliquod medium. Examinat Auctor mediorum convexorum & cavorum phænomena, ut plana examinavit, & considerat objecta uni medio immersa, dum oculus extra hoc in alio datur, & nullibi considerat duplicem refractionem quæ locum habet, quando objectum ultra medium est positum.

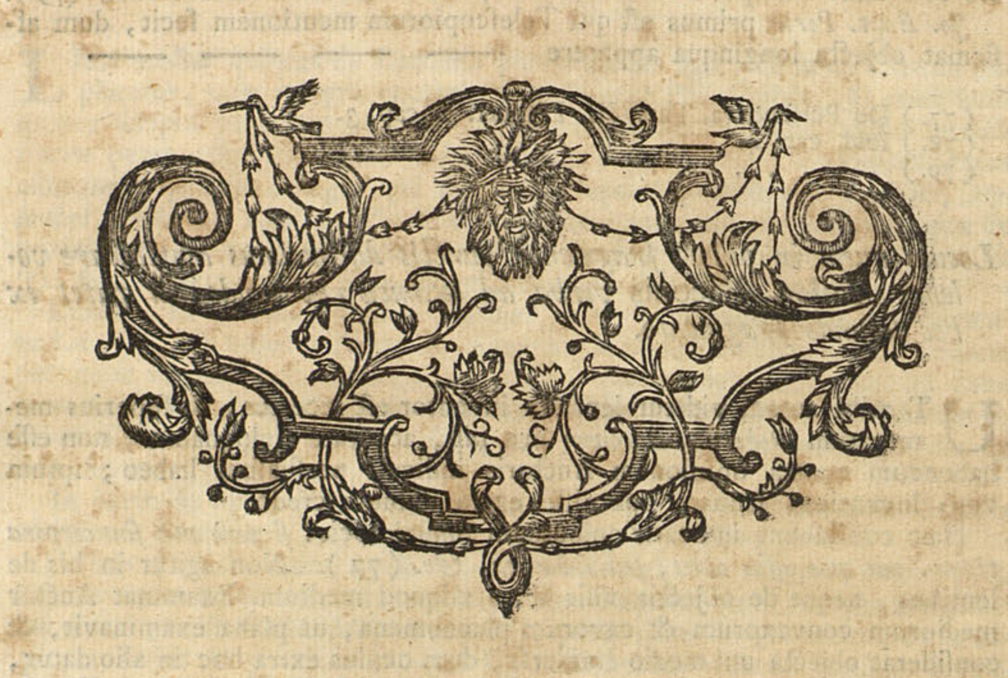
Baco tamen rem acu tetigit, sique experientiam cum theoriâ conjunxisset, detectas habuisset lentes vitreas, & circa ipsam refractionem quam examinat plures errores evitasset.

Cum enim affirmasset rem amplificatam apparere, *si oculus est in subtiliori medio, & convexitas medii in quo res est sit versùs oculum* (78.). Hoc postea

(77.) De Perspectiva, Pars III. Distinct. 2. cap. 3.
(78.) ibid.

** ** **

ſtea ad vitrum transfert, & ut objectum quaſi in vitro eſſet conſideraret, vitrum concipit ad partem oppoſitam planum, & ipſi objecto immediatè applicatum; & quamvis de lente plano-convexâ loquatur hic Auctor, nullum ſibi effecit conceptum vitri ultra quod objecta poſt duplicem refractionem amplificata apparent. Locus notabilis eſt, *ſi verò homo aſpiciat literas & alias res minutas per medium cryſtalli vel vitri, vel alterius perſpicui, ſuppoſiti literis, & ſit portio minor ſphæræ, cujus convexitas ſit versùs oculum & oculus ſit in aëre, longè melius videbit literas & apparebunt ei majores. &c.* Statim addit *ideo hoc inſtrumentum eſt utile ſenibus & habentibus oculos debiles.* ——— ——— ——— ———



ORATIO



* ORATIO DE EVIDENTIA.



Emo non dicam in Mathematicis disciplinis versatus, sed in hisce scientiis tiro, & quidem in primo limine, non percepit, peculiarem probandæ veritatis Methodum sibi vindicare scientias hasce; Mathematicasque demonstrationes Evidentiâ concomitari, pertinaciam omni alio modo invictam superante.

Hinc tot doctorum virorum labores ut hac ipsâ Evidentiâ & alias illustrarent disciplinas: & non dubitabo asserere Matheseos studium scientiis, ab hisce disciplinis quàm maximè remotis, face suâ lumen præbuisse.

Sed quo non abutuntur mortales! hoc ipsum quod Mathesis in detegendâ veritate utile habet, multis ut verum ipsum, firmissimis evidentissimisque licet fultum argumentis, rejicerent ansam præbuit.

Dum nihil nisi Mathematicâ quod evincitur demonstratione pro vero habendum contendunt, in multis omne veritatis cri-

* Habita Leidæ VI. Id. Februarii A. 1724. quum Auctor Rectoris munere abiret.

terium tollunt, dum unicum ſe veritatis criterium tueri gloriantur.

Quam parum autem hi ſecum conſiſtant facilè quisque percipiet, ſi tales rogaverit, an non in ſuperficie Telluris vitam degentes aliorum auxilio indigeant, an non perſuaſum habeant Solem, quem orientem obſervant, poſt tempus occaſurum; an in dubium unquam vocaverint potentiſſimum olim fuiſſe populum Romanum, hujusque Imperii caput urbem fuiſſe Romam. Non tamen hæc Mathematicis conſtant demonſtrationibus.

Datur ergo Evidentia à Mathematicâ diverſa, cui aſſenſum noſtrum denegare jure non poſſumus, quem etiam nemo in iis denegabit in quibus veri amor ſolum dubii eſt fundamentum.

Evidentiam à Mathematicâ diverſam Moralem dixere recentiores Philoſophi, Certitudinisque *Moralis, antiquis ignotâ voce utentes, nomen dedere perſuaſioni quæ Moralem ſequitur Evidentiam.*

Hæc etiam à paucis veris ſuis circumſcribitur limitibus, dum multis morali Evidentiâ niti contendunt propoſitiones vix minimâ probabilitate fultas.

Credidi, cum mihi in hac ſolemnitate coram Celeberrimo Nobilium & Litteratorum virorum cœtu verba ſint facienda me, nihil à munere alienum neque vobis AA. OO. NN. ingratum facturum, ſi de utrâque Evidentiâ, Mathematicâ & Morali, & Perſuaſione inde oriundâ, hac horâ egerim.

Hoc mihi erit propoſitum ut verbis complectar quæ volo, & dicam planè quæ intelligatis; *hoc unicum à Philoſopho exigit Philoſophorum eloquentiſſimus* Cicero, *ipſam* à Philoſopho eloquentiam non admodum flagitans.

Evidentiæ Mathematicæ indolem traditurus, quare huic aſſen-

assensum denegare nemo sanus potest, dicturus, ipsius Mentis nostræ natura examini subjicienda erit.

Mens nostra idearum est capax, hasque confert inter se, in eo tota sita est intelligentia.

Mens nostra ideas percipit, conscia hujus perceptionis sibi est & in dubium nemo unquam vocare poterit, an quam percipit ideam, hanc revera percipiat.

Non hic agitur de convenientiâ inter ideas & res extra nos, de ipsâ tantùm, quæ menti præsens est, loquor repræsentatione. Dum Ædificii idea Menti obversatur, in dubium vocare potero, utrùm Ædificium quoddam peculiare huic ideæ respondens extra me revera detur, an dari possit; sed hoc non dubitabo, me cogitare de Ædificio quod Menti repræsentatur, Mens enim est quid perceptionis suæ conscium.

Non unica semper Menti eodem momento præsens est idea, eo plures simul Menti obversantur quo hujus capacior est intelligentia.

Ubi verò plures simul ideæ Menti præsentes sunt, Mens necessariò harum percipit comparationem, sibique hujus format ideam.

Negare, ubi duas præsentes mihi habeo ideas, me percipere utrùm hæ differant inter se nec ne, & quo respectu differant, hoc ipsum esset negare mihi præsentes esse ideas, quas revera præsentes habeo, de ipsis ideis tantùm loquor, de eo quod Menti præsens est.

Pugnantia ergo hæc sunt, Mentem percipere ideas, & hanc non percipere veram quæ datur inter ideas comparationem; & eo ipso hujus perceptionis sibi conscia erit, persuasumque habebit dubium nullum circa hanc comparationem superesse posse, id est, huic propositioni, illam inter ideas revera dari comparationem quam inter has percipit, assentiet. Si conferam

ideam numeri ſeptem cum ideâ ſummæ horum numerorum quatuor & trium, ſtatim percipio has ideas minimè differre, & in dubium vocari non poſſe, tria & quatuor ſimul ſumta valere ſeptem.

En habetis A. A. H. H. Evidentiæ Mathematicæ fundamentum, videtis quare hæc ſuâ naturâ aſſenſum noſtrum ſecum trahat.

Habetis quo facilè, quibus veritatem involvere moliuntur Sceptici, ſolvuntur nodi. Dicant veritatem criterio indigere, verum criterium à falſo diſtinguendum eſſe, novumque ut hoc fiat criterium deſiderari; quod criterium novum & ſuo indigebit, & ſic in infinitum, contradictionem ideo involvere veritatis dari criterium ullum.

Reſpondemus veri deſideratum criterium ipſam eſſe Evidentiam; ipſam nempe perceptionem comparationis inter duas ideas. Evidentiæ criterium eſſe conſcientiam; Hanc autem proprium ſecum ferre criterium; non tali enim indigeo ut certus ſim, me conſcium eſſe ideæ quæ Menti præſens eſt. An poſſum non percipere ideam quam percipio; dum conſcius ſum, an eo ipſo non ſum conſcius me conſcium eſſe? Aliud conſcientiæ quærere criterium contradictionem involvit: Hanc autem unicum Evidentiæ Mathematicæ eſſe fundamentum jam probavimus.

Vanam in Evidentiæ fundamentis detegendis nos impendere operam clamitant alii, cum nihil cognoſci poſſit. Ut enim quid cognoſcamus, hujus cum alio differentiam perſpectam habere debemus, ipſam autem non detegimus differentiam, niſi etiam res nobis notæ fuerint: res ergo ipſæ, & harum differentiæ in perpetuum nos latebunt.

Exemplo argumentum illuſtrandum puto.

Triangulum non cognoſcam niſi in quo cum Quadrato differat

rat mihi pateat, quod mihi ignotum erit quamdiu Trianguli & Quadrati cognitionem non habeo.

Quis verò non videt res hic ſeparari, quæ minimè ſeparari queunt, & quis dubitat mihi Triangulum, & illud quo cum omni aliâ re differt, unico actu manifeſta fieri.

Sed Scepticos nunc relinquamus.

Expoſitis Evidentiæ Mathematicæ fundamentis, haud difficulter probabimus quare Matheſis ſibi non ſatis æſtimandum vindicet Privilegium non errare: *cujus ut pateat juſtus titulus, quædam de Matheſeos objecto, Mathematicorumque methodo breviter memoranda erunt.*

Primò: *Verſatur Matheſis circa ideas, & circa ideas tantùm; minimèque curat Mathematicus, qua Mathematicus, utrùm ideæ de quibus ratiocinatur cum ullâ re quæ eſt congruant an non. Ubi probat, e. gr. in Triangulo rectilineo rectangulo Quadratum Hypotenuſæ valere Quadrata reliquorum laterum ſimul ſumta, de ipſo Triangulo ſollicitus non eſt; neque curat an Quadrata laterum ſint formata, ad ipſas tantùm Quadratorum ideas attendit, & de eo pronunciat quod locum haberet ſi darentur. Semper ex hypotheſi hac*, ſi detur, *ratiocinatur Mathematicus.*

Tali hic cavet hypotheſi ne in errorem cadat, contrariam ſibi fingit Phyſicus dari revera quod ſibi fingit, & rarò admodum erroris ſcopulos effugit.

In illis etiam Matheſeos partibus in quibus de rebus ipſis agitur, eadem hypotheſis ſi res dentur *demonſtrationum fundamentum eſt. Mixtam in hoc caſu dicimus Matheſin, ut hanc à purâ, id eſt ideali, diſtinguamus.*

Dum Sidera luſtrat, dum horum curſus metitur, non Mathematici partes ſuſtinet Aſtronomus. Mathematicus ex præviis obſervationibus concluſiones deducit, ſolasque obſervationum ideas examini ſubjicit, & nihil de motibus cœleſtibus

niſi

nisi hypothetice affirmat, si observata erroris fuerint expertia.

Sæpe etiam Astronomi ex observationibus hypothesin de motu fingunt, in quo casu conclusiones Mathematicæ, licet in se verissimæ, ad res ipsas applicari non poterunt, nisi & in hypothesi de motu, & observatis quibus nititur, nullus error detur, aut nisi forte fortunâ errorum detur compensatio.

Sed hæc non spectant Mathematicum qua Mathematicum: hic ad solas ideas attendit, & Evidentia quam Mathematicam diximus, quam suâ naturâ assensum nostrum secum trahere demonstravimus, in Disciplinis Mathematicis, à quibus nomen mutuata est, locum habet.

2°. *Objectum Matheseos est quantitas, hanc in genere, ante omnia, considerant hujus scientiæ cultores, & in peculiaribus Matheseos partibus quantitates speciales examini subjiciunt. Extensionem mensurat Geometra. Vires confert Mechanicus. Motus in variis Matheseos partibus perpenditur.*

Quantitatum ejusdem generis tantùm fieri potest collatio; & harum ideæ si simplices fuerint, quàm distinctissimæ sunt, & sine erroris periculo conferuntur. Si magis compositæ, hæ omnibus aliis faciliùs in peculiares resolvuntur, ut per partes fiat comparatio.

Tandem. *In conferendis ideis compositis tali utuntur Methodo, qua error facile vitari potest. A simplicioribus ad magis compositas procedunt, quas, ut jam monuimus, per partes conferunt: Quod si fieri nequeat, ideas intermedias in subsidium vocant, ut nulla fiat collatio, nisi idearum quarum unicâ perceptione patet convenientia aut diversitas.*

Non in solis scientiis Mathematicis ideæ solæ considerantur, in aliis etiam Evidentia Mathematica locum sibi vindicare potest. In illis quoque in quibus agitur de rebus ipsis, ratiocinia

tantùm

tantùm ideas ſpectant, & Evidentia Mathematica hypotheticè locum habebit, ſi cum rebus ideæ congruant, ut de Matheſi mixtâ monuimus.

Methodus autem, qua utuntur Mathematici, omnibus ſcientiis poteſt applicari, nihilque ſibi peculiare ſervat Matheſis præter objectum, Quantitatem nempe; ita ut faciliùs quidem in Mathematicis errorem vitemus, in aliis tamen ſcientiis eâdem arte illum effugere poſſimus, ſi nempe eâdem methodo cum Mathematicis ideas conferamus, quod tamen quàm difficile ſit in multis occaſionibus ſtatim dicam

In Logicis agitur de ratiocinandi methodo, de regulis nempe quibus ideæ inter ſe conferri debent, id eſt, ideæ collationum aliarum idearum ſunt Logices objectum, totaque hæc ſcientia ideas ſpectat, hæcque à Matheſi ſolo objecto differt. Quod naturam Evidentiæ qua Logica illuſtrari poteſt minimè mutat. Regulæ etiam, ut hoc ſolum memorem, quæ vulgò de Syllogiſmis traduntur nulli Mathematico Theoremati firmitate cedunt.

Ontologia, ſcientia quæ omnium quæ ſunt proprietates communes perpendit, in totum etiam circa ideas verſatur. Generalis hæc idea eſſe *hujus ſcientiæ eſt objectum, & quantumvis idea hæc ſimplex videatur, non ita arctis terminatur limitibus ſcientia hæc, lumenque cæteris diſciplinis maximum communicat, ſi quibus à Philoſophis involuta fuit liberetur ambagibus.*

Nulla in hac ad examen vocatur res peculiaris; omnia verò quæ ſunt ad claſſes referuntur, ut generaliores inter hæc differentias determinemus.

Perpendimus etiam in Ontologicis generaliores illorum quæ ſunt aut eſſe poſſunt comparationes; & in his maxima hujus ſcientiæ ſita eſt utilitas. Qui Ex. Gr., quæ de cauſâ & effe-

ctu demonstrantur, examinabit, usum in dirimendis quæstionibus difficillimis facile percipiet.

Pneumatologia versatur circa omnium Intelligentium proprietates. Cum omnis cognitio à cogitatione pendeat, ante omnes alias ipsius Ingenii idea in Mente nostrâ hæret, & Intelligentiæ proprietatum notiones omni extraneo deficiente auxilio acquirimus, cum autem de hisce solis agat hæc scientia, quæ in hac demonstrantur, Mathematicâ nituntur Evidentiâ, & certa sunt Mathematicè.

Si ad illam Pneumatologiæ partem nos convertamus in qua de Deo agitur, & hanc in totum circa ideas versari videbimus, & ex talibus notionibus deduci, circa quas dubium nullum in Mente hærere potest; quod ex ipsarum naturâ sequitur; ideoque Evidentiâ Mathematicâ etiam niti, quæ de Intelligentiâ supremâ & infinitâ disputantur.

Aliquid nunc est; ergo aliquid ab æterno fuit.

Cogito ego; id est datur quid intelligens; inde deduco hujus primum auctorem ab æterno esse & in infinitum intelligentiâ superare quam produxit Intelligentiam; quo etiam cogor ei tribuere potentiam qua Mens formari potest, id est in infinitum superantem omnem cujus ego mihi effingere possum ideam.

Hæc primo intuitu manifesta sunt; si attentiùs rem considerem, facilè percipio, Intelligentiam dari quæ nullum habet initium, cujus esse nulli causæ extraneæ tribui potest; ipsam ergo à se esse & sua sponte, nihilque dari posse quo ipsius perfectiones fines habeant, unicamque talem dari.

Constat ergo Deum esse unicum; æternum; immensâ scientiâ præditum; hujusque nullis terminis circumscribi potentiam. Quibus demonstratis ex his alia quæ de Deo deteguntur profluunt. Bonitas Ex. Gr. in gradu supremo, ex infinitâ deducitur Sapientiâ. Non difficulter enim probamus omne quod

illi opponitur ex defectu intelligentiæ sequi, & nisi in Intelligentiam limitatam cadere non posse.

Illud ipsum quo probamus Deum esse, & sapientem esse, ex examine rerum deductum, argumentum Mathematicâ concomitari Evidentiâ defendimus.

Fateor non Mathematicè certum est, Sidera moveri, Solem calore suo vitam plantis communicare, Animalium corpora mirabili artificio constructa dari, hæc ad moralem pertinent Evidentiam; sed dicam quod ad ideas spectat, & ad ideas solas. Datur extra me aliquid, quodcumque hoc fuerit quo in Mentem meam excitatur idea congeriei vastissimæ rerum, ordine sapientissimo dispositarum, & juxta leges ab omni Intelligentiâ mirandas agitatarum.

Non quæro nunc unde oriantur ideæ, quas in examine Universi acquiro, nil de harum origine affirmo, me autem ipsarum esse auctorem ne per momentum suspicari possum. Unde sequitur extra me dari Intelligentiam quæ ipsas, quomodocunque, hoc non determino, in me excitavit: de cujus Intelligentiæ sapientiâ si ex hisce ipsis ideis judicium feram, illam omnem cujus ego mihi formare possum ideam in immensum superare in dubium vocare non potero.

Hæc omnia indicare tantùm, non autem pleniùs examinare nostrum spectat propositum.

Ad scientias quæ Mathematicam Evidentiam pro fundamento habent, id est quarum constantia & firmitas à solo examine idearum pendet, referimus etiam prima Ethices fundamenta, id est omnia quæ in genere spectant fundamenta officiorum Intelligentiæ erga Intelligentiam, & præcipuè erga Intelligentiam supremam à qua originem accepit, & à qua omnem felicitatem sperare debet.

Satis video A. A. N. N. paradoxum admodum vobis vi-

debitur, me tot aliis Philosophiæ partibus tribuere Evidentiam & stabilitatem, quæ Mathesim extra erroris contentionisque limites posuere; dum innumeræ Philosophorum in Metaphysicis dissensiones evidentissimè errorem, saltem ad aliquam partem, dari evincant.

Fateor A. A. N. N. sæpè errarunt Philosophi, objectioni etiam majorem vim concedam, & libenter agnoscam, nil tam absonum, nil tam à rectâ ratione alienum fingi posse, quod non cum Philosophorum quorumdam somniis Metaphysicis æquiparari possit; in paucissimis verò puram Mathesin spectantibus erratum fuit, erroresque quàm facillimè correxere alii: eadem tamen Evidentia, eadem ratiocinandi methodus, in Metaphysicis, & Mathematicis locum habent. Unde verò errores in Philosophica non itidem in Mathematica profluant, non difficulter detegere potero. Non loquar de iis qui, dum primas regulas ratiocinandi ignorant, primaque vix scientiæ fundamenta cognoscunt, nihilominus se judices de difficillimis, captumque superantibus, declarare audent; vulgare hoc in Metaphysicis, rarum autem in Mathematicis.

Non hic etiam agam de animi affectibus, in Metaphysicis multò magis quàm in Mathematicis Mentem afficientibus.

Satis erit si indicavero, sepositis affectibus, concesso sincero veritatis detegendæ desiderio, errorem à limitatâ Intelligentiâ separari minimè posse, & demonstravero non ut in Mathematicis æquè facilè in aliis scientiis vitari posse.

Satis explicavi quomodo Mathematici errorem effugiant, quædam tamen addenda sunt.

Nullâ voce utuntur nisi quid hac designent exactissimè explicaverint, accuratissimè enumerando ideas peculiares quæ in ideâ compositâ continentur. Eâdem voce idem semper exprimunt. Veritates demonstratas distinctissimis verbis complectuntur, ut illis quasi axiomatibus utantur. Quam-

Quamdiu de quantitatibus agitur, quàm accuratissimè cautelæ hæ observari possunt, & non quidem impossibile est, easdem aliis indicatis Philosophiæ partibus applicare regulas, sed in omnibus requisitâ adhibitâ curâ iisdem uti humanam fere superat intelligentiam.

Ubi ratiocinamur de actionibus proprietatibusque Mentis nostræ, harum quidem ideas habemus, sed circa naturam Mentis multa nos latent, & sæpè difficillimum est, talem tantùm deducere conclusionem, quæ ab ignotis minimè labefactari possit.

Etiam in Ideâ, quam examinamus, multæ sæpè continentur ideæ simpliciores, quas non omnes semper consideramus, unde quidem conclusio minimè incerta est, eo respectu quo fuit deducta; sed si eam deinde eidem applicemus ideæ, alio respectu consideratæ, incerta semper, sæpissimè falsa, erit conclusio. Quàm autem difficile est hoc vitare in scientiis in quibus eâdem voce non modò exprimimus eandem ideam compositam variis respectibus consideratam, sed plerumque ideas toto Cœlo diversas!

In errores inde oriundos non inciderent homines, si dum propositione antea demonstratâ utuntur, hujus demonstrationem Menti præsentem haberent. Tunc non quod de ideâ quadam fuit determinatum alii applicarent. Sed cui mortalium fuit concessum, propositionis, auxilio variarum intermediarum, à primo principio deductæ, cum hoc primo principio nexum unico intuitu percipere?

Ex ipsa ergo Mentis imbecillitate sequitur difficiliùs in Ontologicis & Pneumatologicis quàm in Mathematicis errorem vitari, attento tamen animo casus, in quibus nulla erroris suspicio datur, ab aliis separari posse, ex dictis satis manifestum est.

Non me latet AA. NN. abstractiora hæc, nisi exemplis illustrentur, huic dicendi generi non convenire; sed condonate rogo, si hæc non ulterius explicem, condonate si plurimis, quos ex Philosophis in hisce mecum sentientes habeo, exemplis non displiceam.

Indicatis scientiis in quibus Evidentia Mathematica locum habet, circa alias omnes notamus, cum Mathesi mixtâ has æquiparari posse. In hisce agitur de ideis rerum quæ sunt extra nos. Utrùm hæ ideæ cum rebus ipsis conveniant nec ne, ad Evidentiam Mathematicam minimè spectat, ad quam perceptiones ratiociniaque tantùm referri debent, & hæc nisi circa rerum ideas versari queunt.

Ad Mathematicam ergo non pertinent Evidentiam, Theologia, Ethica, Physica, ut & Historia. Ad Physicam, in genere omnes scientias, quæ ad rerum naturalium cognitionem spectant, referimus. Ad Historiam pertinet in genere omnis rerum gestarum expositio.

In hisce omnibus scientiarum fundamenta, ipsarumque firmitas, ab idèis nostris non pendet.

In Theologicis determinandum ante omnia, an suprema & infinita Intelligentia voluntatem suam Hominibus peculiaribus declaraverit Oraculis, & ubi dentur hæc; hoc ex simplici idearum collatione nunquam determinari poterit: ubi autem de Oraculis constat, conclusiones, ex iis deducendæ quæ Deus declaravit, ad ideas spectabunt; & ratiociniorum stabilitas Mathematica erit, hypotheticè nempe, ut semper ubi ae rerum ideis agitur, si Deus hæc nota fecit; utrùm verò hæc nota fecerit, ad aliam illam pertinet Evidentiam quam diximus Moralem vocari.

Ethices fundamenta, quatenus spectant generaliter Intelligentium officia, ad ideas pertinere jam monuimus. Sed ubi

de

de Hominibus agitur, requiritur ut nobis constet de mutuis auxiliis quibus in Societate viventes Homines indigent; id est, necesse est, ut acquiramus ideam Societatis inter Homines, iis animi affectibus præditos, quos in Hominibus revera observamus. Si etiam & huc referamus Societatem civilem, ut revera quando de officiis hominum loquimur referri debet; necesse est, ut in singulis Societatibus peculiaribus, de quibus agendum, notum sit, ubi detur Potestas à qua Leges emanare debent, & quas promulgaverit Leges.

Horum omnium cognitionem, id est, persuasionem de convenientiâ inter ideas, quas de hisce in Mente habeo, & res ipsas, non ex solâ idearum consideratione haurire possum.

Positâ autem hac convenientiâ Mathematicè constabunt ratiocinia legitimè instituta. Utrùm verò ideæ rebus ipsis respondeant, ad Moralem pertinebit Evidentiam.

In Physicis Moralem etiam tantùm habeo Evidentiam de Motibus, quibus Universam rerum congeriem constituentia agitantur corpora, & Legibus quibus subjiciuntur.

Non ad Evidentiam refero Moralem à quibusdam agitatam quæstionem, an corpora dentur. Inter ipsos, qui hæc esse negant, de hoc convenit, pro singulis corporibus extra nos quid peculiare dari, quo idea talis corporis excitatur, & illud idem, in Mentes variorum Hominum, ejusdem corporis excitare ideam; ita ut illud ipsum, quodcumque hoc fuerit, ab omnibus pro tali corpore habeatur; illudque in nos agat, eodem modo ac corpus ipsum agere posset, & nostri respectu minimè intersit utrùm extra nos detur corpus verum, an illud aliud quid, quod nostri respectu nunquam à vero corpore discrepat. Unde videmus si quid vanum, & inutile, unquam à Philosophis fuit agitatum, ut sæpissimè

sime fuit, eo meritò referri quæ ab iis, qui corpora esse negant, fuere disputata.

Ubi in Physicis moralis Evidentiæ auxilio benè cognita habemus Phænomena, id est, ubi constat nos horum Phænomenôn habere ideas, quæ cum rebus ipsis conveniunt, ratiocinia circa has ideas Mathematicè certa erunt, conclusionesque ad res ipsas poterunt applicari.

In Historicis, ad quæ etiam referimus Hominum facta in communi vitæ usu, Moralem quoque tantùm habemus Evidentiam. Non solâ idearum nostrarum collatione, quid à tali aut tali Homine actum sit detegimus. Ubi autem peractorum ideas habemus, hasce conferendo inter se, conclusiones elicimus Mathematicâ Evidentiâ nixas.

Videtis AA. NN. Moralem Evidentiam, persuasionemque inde oriundam, spectare ad convenientiam inter ideas in Mente nostrâ & res ipsas extra nos; dum Mathematica Evidentia versatur circa convenientiam quæ datur inter comparationem idearum & quam habemus hujus comparationis ideam. Hanc cum ipsam percipiamus, contradictionem involvit, ut jam demonstravi, in hisce errorem dari. In iis, quæ ad Mathematicam pertinent Evidentiam, erramus, quando comparatis duabus ideis, perceptam comparationem aliis ideis applicamus.

Ubi de rebus extra nos agitur, non ipsius rei perceptione hujus acquirimus ideam, non res ipsæ in Mentem nostram agunt, non concipimus quomodo agere queant. Fundamenta igitur Evidentiæ Moralis non ex simplici examine Mentis, & rerum in se consideratarum, deducere possumus. Subsidia, à rebus ipsis extranea, nobis fuere concessa, quibus rerum extra nos ideas acquirimus.

Auxilia hæc sunt Sensus, Testimonium, & Analogia.

Hæc

Hæc tria habet Moralis Evidentia fundamenta, dum Mathematica unicum habet, ipsam nempe perceptionem idearum.

Mathematica ratiocinia nituntur Evidentiâ, quæ suâ naturâ assensum secum trahit.

Moralis autem Evidentia non suâ naturâ, sed ex Dei voluntate, persuasionis est fundamentum.

Non, si rem in se consideremus, contradictionem involvit, Sensus, Testimonium, Analogiam, adhibitis cautelis quibuscumque, nos in errorem inducere, sed contradictionem involvit, Deum voluisse hæc esse persuasionis fundamenta, & hæc, adhibitis legitimis cautelis, nos ad Veritatem non conducere.

Deum autem voluisse Sensus, Testimonium, & Analogiam, talia esse fundamenta, & illum non frustra hoc voluisse, non erit demonstratu difficile, argumentis Mathematicè perspicuis.

Talibus constat argumentis Deum esse, huncque esse bonum, & quidem in summo gradu.

Hinc deducimus illum voluisse, ut Homines iis utantur commodis quæ ipsis largitus est; iis autem rebus, quæ ad vitam in superficie Telluris ducendam, ubi Deus ipse Homines collocavit, necessariæ sunt, uti non posse demonstrabimus, nisi memorata admittamus criteria Veri, unde patebit hæc talia esse. Suprema Sapientia sibi ipsi fuisset contraria, si datis ipsis rebus, facultatem de hisce dijudicandi denegasset. Quod tamen non excludit legitimas adhibendas esse cautelas.

Homines singulis momentis indigere rebus, de quibus nisi Sensibus dijudicare non possunt, quis in dubium vocabit? Deus

tamen harum rerum uſum Hominibus conceſſit; voluit ergo ut iis fruantur; id eſt, voluit illa, ſine quibus rebus hiſce frui non poterunt; ideoque voluit ut de hiſce judicium ferant, & utantur Senſibus, quos hunc in finem à Divinâ Providentiâ Hominibus conceſſos videmus.

Nemo Hominum ſolus vivere poteſt, aliorum operâ indiget; ut autem omnes mutui auxilii beneficio gaudeant, communicatio idearum deſideratur; quod & ipſum nunquam ſatis laudanda ſummi Numinis Hominibus largita eſt beneficentia, loquendi dum ipſis conceſſit facultatem.

Hujus auxilio, cum ipſi non omnia quæ nobis ſunt neceſſaria Senſibus obſervare poſſimus, aliorum obſervatis utimur; quo ſtabilitur Teſtimoniorum neceſſitas; ex qua deducimus, Deum voluiſſe Teſtimoniis, ſervatis legitimis cautelis, fidem dandam eſſe.

Innumera ſingularia, quibus carere non poſſumus, & quæ à ſummo Numine nobis non fuere denegata, ſingulatim à nobis explorari non poſſunt, ut de uſu certi ſimus, neque in hiſce aliorum ſufficit Teſtimonium, quod de ſingularibus omnibus dari non poteſt, quorum pleraque dum explorantur ad uſum inutilia fiunt.

Quàm præ nobis miſerandi eſſent Homines, qui ex obſervationibus deductas concluſiones ad non obſervata applicare non poſſent, qui ex præteritis de futuris judicium nunquam ferre poſſent!

Quis horum aratro terram ſecaret, quis ſemen ſereret, quis fructus ullos colligeret, quis curam quamcumque de futuris haberet, ſi omnis omninò incertus eſſet eventus? Quibus hæc concomitarentur incommodis quis non videt?

Infelices Homines, qui ſingulis diebus in dubio hærerent,

rent, utrùm veneno an utili cibo vescerentur! qui occidente Sole æternam metuerent noctem; & ipso lucente, hunc in perpetuum extinctum iri singulis momentis timerent!

Inutile plura memorare, & hisce nos summi Numinis liberavit benignitas; nobis concessit observationes nostras ad non observata applicare, quo ad vitam necessaria à noxiis separamus, & futura sæpe determinamus

Semen terrâ absconditum, reviviscens, & fortè centies auctum, me, ni quid extra ordinem superveniat, iterum collecturum, non sine fundamento spero.

Dum Solem occidentem video, per paucas tantùm laturum horas non frustra mihi persuadeo.

Non timeo Ædificium firmum sponte casurum.

Ex Analogiâ ergo in rebus Physicis mihi est ratiocinandum, & Omnipotentem rerum Conditorem illud voluisse quis dubitabit, qui dum Conditorem bonum novit, ad rerum constitutionem attendit?

Sed dum Deus hoc voluit, & illa quæ ut talibus ratiociniis vis communicetur necessariò requiruntur etiam voluit; id est, fixis & immutatis rerum congeriem adstrinxit Legibus. Positis enim his firmo stabilitur fundamento Analogia, iisdem sublatis omnia sunt incerta in rebus Physicis, & brevi Genus integrum peribit Humanum.

Videtis AA. NN. quantum differant pro diversis circumstantiis assensionis fundamenta. Sed licet differant fundamenta hæc, licet Evidentia Mathematica minimè cum Morali congruat, non tamen diversa inde sequitur persuasio. Non magis assensum meum denegare possum iis quæ, legitimis observatis cautelis, ex expositis Evidentiæ Moralis fundamentis deducuntur, quàm iis quæ Mathematicâ constant

demonstratione: Non dubitabo Londinum esse Angliæ Urbem, neque tres Angulos Trianguli rectilinei simul sumtos æquales esse duobus rectis.

Mathematica est demonstratio quâ probamus, Deum non esse bonum, nisi firma sit Moralis Evidentia, & nisi valeat ad hoc, ut ei assensum nostrum concedamus.

Deum autem bonum esse, & etiam Mathematicâ hoc constare demonstratione, ex ante indicatis sequitur. Neque hujus loci est responsa dare ad objectiones quæ ex rerum constitutione, nobis maximâ parte ignotâ, adversus Divinam beneficentiam, nobis plenissimè notam, à quibusdam in medium proferuntur.

Non etiam vos morabor AA. NN. in refellendis Scepticorum objectionibus, satis mihi est talia proposuisse argumenta, ex quibus responsa ad objectiones sponte sequuntur.

De Scepticorum tamen opinionibus quædam sunt memoranda, ut videatis quibus responsionibus Dogmaticorum argumenta evertere conantur.

Socrates primus Scepticismo occasionem præbuit. Hic, teste Cicerone, à rebus occultis, & ab ipsâ Naturâ involutis, in quibus ante eum Philosophi occupati fuerant avocavit Philosophiam, & ad vitam communem adduxit, ut de Virtutibus & Vitiis, rebusque bonis & malis, quæreret, *de cæteris rebus nihil affirmabat, cæteros refellebat, nihil se scire dicens, & se eo cæteris præstare, quod illi quæ nesciant se scire putent; ipse, se nihil scire, id unum sciat; totaque ejus oratio tum in Virtute laudandâ, & in omnibus Hominibus ad Virtutis studium cohortandis, consumebatur. Posuit ille, aut potius hujus discipulus Plato, fundamenta Academiæ, quæ prima dicta fuit.*

Arce-

Arcesilas secundæ Academiæ auctor, nil omninò comprehendi posse, & ne quidem hoc ipsum se nil scire sibi compertum esse, apertè affirmabat, Scepticismum in omnibus defendens.

Sed non Academici tantùm omnia in dubium vocarunt, aliam sibi fecit Scholam Pyrrho, & non unica dubitandi ars inter Philosophos tradita fuit. Pyrrhonios & Academicos in ipso dubio universali inter se dissentire notavit Aulus Gellius. Hi ipsum illud nil posse comprehendi quasi comprehendebant, & nihil posse discerni quasi discernebant. Illi ne quidem ullo pacto verum videri dicunt, quod nihil esse verum videtur.

Similem inter hos Philosophos differentiam, paululum aliter expositam, tradidit Sextus Empyricus, cujus integrum opus de Scepticismo superstes habemus. Arcesilas, *secundæ nempe Academiæ auctor*, dixit esse bonum, assensionem malam, idque secundum Naturam; Pyrrho autem ita censebat, non secundum Naturam, sed secundum quod apparet.

Quomodo tamen hæc cum hisce Tullii verbis congruant non benè percipio. Arcesilas negabat esse quidquam quod sciri posset, ne illud quidem ipsum.

Omnes de omnibus controversias agitabant, nihilque affirmari posse contendebant, cujus contrarium non æquè firmis argumentis probari posset. Nugasque omnium maximè absurdas solidissimis opponebant rationibus. Ægrè tamen admodum ferebant, si quis in vitæ usu adversus ipsos ipsorum argumentis uteretur.

Laxato humero ad Medicum Exophilum venit Sophista Diodorus, respondit ille humerum non excidisse, argumento

utens, quo Sophistæ, ut Diodorus, omnem motum impossibilem esse probare contendebant. Tunc precatus est hic, ut relictis iis orationibus, ei remedium arti Medicæ congruum adhiberet.

Sed Lacydem audiamus, magis apertè argutias in scholas amandantem. Erat ille paulò sordidior, ipse sibi suam penum curabat, & cellæ aditu obsignato, annulum, per seræ foramen dimissum, intra cellam involvebat, ut, cellâ reseratâ, annulum tollere, & pro lubitu locum tum obserare, tum obsignare, posset, annulumque per eandem seram iterum immittere. At famuli detecto artificio, absente Hero, reseratâ cellâ, pro lubitu cibum & potum hauriebant, dein cellam claudebant, obsignabant, annulumque per seræ foramen immittebant.

At Lacydes cum vasa quæ plena reliquerat vacua reperiret, eo credidit confirmari quæ ab Arcesilâ doceri audiverat, nil posse comprehendi. *Manibus ipse meis, dicebat, cellam idem clausi, idem obsignavi, idem annulum intromisi, reversus, cellâque reseratâ, annulum modò, non item cætera, reperiebam; non jure obsecro fidem omnibus rebus detraham. Detecto tandem furto, annulum secum ferebat: tunc famuli, apertâ cellâ, & contentis ereptis, alio annulo, sæpe nullo, illam obsignabant; & strenuè, ipsis Heri argumentis, disputabant, aut cellam, ipso quo hanc obsignaverat annulo, esse obsignatam, aut non fuisse obsignatam. Tandem Philosophus sine fuco animum aperiens, famuli, inquit, aliter hæc in Scholâ disputamus, aliter vivimus.*

Omnes Sceptici eo pervenere, ut dubitandi artem non ad vitæ usum applicandam esse dixerint.

Repudiavit Carneades Mentoris discipuli & amici consuetudinem,

tudinem, quia cum pellice illum reperit; non ſenſus fallaces eſſe eo in caſu ſuſpicatus eſt.

„ Sufficit ut arbitror „ inquit Sextus Empyricus *„ cum „ experientiâ uſu partâ, & citra opiniones, ſecundum com- „ munes obſervationes, & praeoccupatas in animis Hominum „ opiniones, vitam degere, de iis quae ex dogmaticâ curio- „ ſitate dicuntur, & quidem nullam vitae communi utilita- „ tem adferunt, aſſenſum retinentes.*

Quàm autem haec inter ſe ſunt pugnantia! Si Senſus ſunt fallaces, ſi nil poteſt comprehendi, ſi Ratio nos in errorem inducat; quare hiſce utendum in vitae uſu? Quomodo de experientiâ, de communibus obſervationibus, de Hominum opinionibus, certi erimus? Unde nobis conſtabit nos commodum ex his poſſe aſſequi? Quibus autem argutiis fundamenta ſcientiae tueantur, unico exemplo indicaſſe ſatis erit.

Nihil datur dicunt quod ſit certum, & propoſitio haec ſe ipſam involvit. Reſpondent Dogmatici, aut propoſitio haec eſt vera, aut falſa; ſi ſit vera, hoc ſaltem certum erit, nil certi dari; ſi ſit falſa, non ſunt omnia incerta. Ne Scepticos hoc Dilemmate victos credatis. Propoſitionem neque veram neque falſam eſſe excipiunt. Sed hos relinquamus medium inter Verum & Falſum quaerentes.

Ad Evidentiam Moralem redeamus. Hujus fundamenta eſſe demonſtravi Senſus, Teſtimonia, Analogiam, ſed monui legitimas ſervandas eſſe cautelas. Senſus nos nunquam in errorem inducere, omni Teſtimonio fidem dandam eſſe, & obſervata quaecumque Analogico ratiocinio locum praebere, minimè defendo.

In cautelas quibus error vitari poteſt inquirendum, & in

hiſce

hisce detegendis ipsa memorata Evidentiæ Moralis fundamenta admittenda erunt, nos autem in detegendis cautelis non errasse constabit, si videamus in hisce detegendis, nihil contra ipsas admissum fuisse.

Regulæ quæ Sensus spectant, ex iis quæ Physica nos de his docet hauriendæ sunt.

Regulæ de Hominum Testimoniis observata circa Homines pro fundamento habent.

Ubi de Analogiâ agitur, ex hac quam jam demonstravimus propositionem, immutatis rerum congeriem Legibus regi, *ratiocinari debemus.*

Longum foret, licet à nostro proposito non alienum, plenius hæc explicare, & vestrâ abuterer patientiâ si ipsas indicarem regulas.

Hoc tantùm monebo, harum usum præcipuum esse, ut vitemus errorem; non enim semper harum auxilio ipsam assequimur veritatem.

Sed licet hanc quæramus, licet hicce studiorum nostrorum sit scopus, si eo non perveniamus errorem effugisse aliquid est. Præstat, ubi in desideratum confugere Portum non conceditur, Pontum navigare, quàm ad inimicas accedere terras. Præstat in dubium hærere quàm erroris periculum adire.

Nulla Mentis affectio, si Pyrrhonismum excipiamus, in inquirendâ veritate magis noxia est illâ, quæ omnem quæstionem dirimendam esse vult, & parti utrique assensum denegare nequit. Nulla tamen Mentis affectio magis vulgaris est.

Quisque quantumvis parum quæstionem examinaverit, inter sententias diversas quandam sibi eligit, & minimè dein

ſollicitus eſt de argumentis quibus everti poteſt: tanquam pro aris & focis pro hac pugnandum eſſe ſibi perſuadet. Quibus ipſam defendat, quibus aliis reſpondeat, quærit argumenta, de ipſa Veritate parum ſollicitus.

Hinc innumeri errores, hinc quare vix nunquam corrigantur: ad extrema ſemper vergit Mens humana, aut de omnibus dubitat, aut invalidis argumentis aſſenſum dat, nunquam fere certa à dubiis ſeparat.

Quantum majores in inveſtigandâ Veritate progreſſus facerent Terricolæ, ſi, quàm facillimè ſe errare, & non omnia, quibus aſſenſum dant, ritè examini fuiſſe ſubjecta, perſuaſum haberent, operamque in corrigendis erroribus ſedulam darent!

Sed non noſtro ſolo ſermone terminatur Solemnitas hæc. Regulas de vitando errore, ubi de Evidentiâ agitur Morali, ſilentio prætermiſi; & illa quæ ſpectant errorum fontes ſupprimam, generalia Evidentiæ fundamenta indicaſſe contentus.

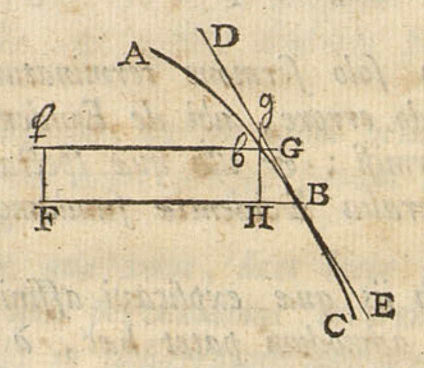
Maximam cum iis quæ explicavi affinitatem habet Probabilitas. *Latè admodum patet hæc, à multis cum Evidentiâ Morali confunditur, non illam, ſi tempus daretur, intactam relinquerem. Nunc autem malo unicum, quod Vobis magis gratum futurum mihi probabile videtur, hoc addere verbum,*

DIXI.

MONITUM

De Demonſtrationibus quæ quantitates infinitè exiguas pro fundamento habent.

IN multis demonſtrationibus, in ſcholiis datis, quantitates conſideramus infinitè exiguas, & ita haſce proponimus, ut & à lectoribus intelligi poſſint, quibus illa, quæ de talibus quantitatibus à Geometris fuere explicata, ignota ſunt. Ne autem ipſis ſcrupulus ullus circa demonſtrationes in mente hæreat, & ne ſibi de talibus demonſtrationibus non exactam forment ideam, monitum præmittere non inutile credidi.



Sit curva quæcunque ABC; quam in B tangit linea DE; ſint rectæ duæ quæcunque FB, *f*G, parallelæ, junctæ lineâ F*f*; quarum *f*G curvam ſecat in *b*; ſit etiam H*b* parallela F*f*, ſecans tangentem DE in *g*. Si nunc concipiamus, F*f* minui, id eſt lineam, *f*G motu parallelo ferri, dum etiam, per interſectionem hujus lineæ cum curvâ, motu parallelo fertur *gb*H, clarum eſt rationes inter *g*B, *g*H, HB, non mutari, donec, coincidentibus *f*G, FB, lineolæ omnes ſimul evaneſcant.

In eodem lineæ *f*G motu, rationes inter *b*B, *b*H, HB, continuò mutantur, donec ubi evanuere nullæ rationes dentur; in ipſo autem momento evaneſcentiæ dantur rationes ab

omni-

omnibus, quæ in præcedentibus momentis locum habuere, diversæ.

Sic corpus quod cadit, & liberè cadendo continuò celerius movetur, ubi ad punctum quodcunque pervenit, velocitatem habet majorem omnibus velocitatibus quas antequam ibi perveniret habuit, minorem autem omnibus illis, quas habebit postquam punctum prætergressum erit, peculiarisque est velocitas qua ad punctum appellit, ab omnibus aliis, quibus ad puncta alia quæcunque pervenit, diversa. Eodem modo non agitur hìc de rationibus, quas habent quantitates ante evanescentiam, aut postquam evanuere, sed quas habent dum evanescunt.

In ipso autem hoc momento evanescentiæ, quia curva in puncto contactûs cum tangente coincidit, confunduntur puncta G, *g*, *b*, & rationes inter *b*B, *b*H, HB, non differunt â rationibus *g*B, *g*H, HB.

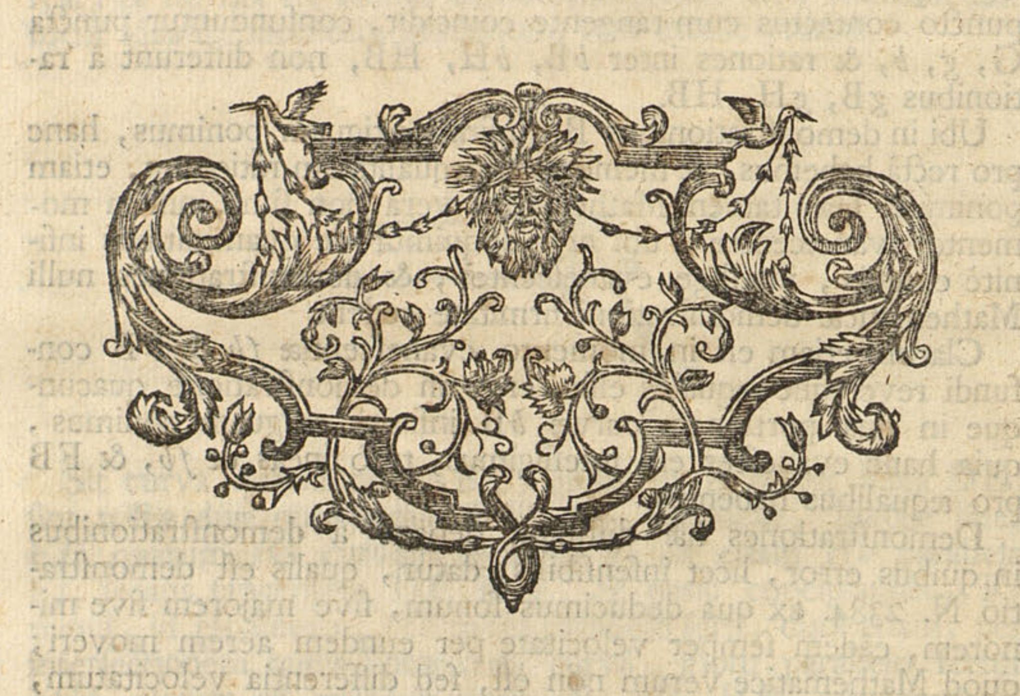
Ubi in demonstrationibus B*b* infinitè exiguam ponimus, hanc pro rectâ habemus, & memoratam æqualitatem rationum, etiam ponimus: Hæc tamen Mathematicè vera non sunt, nisi in momento evanescentiæ; ubi ergo loquimur de quantitatibus infinitè exiguis, intellige evanescentes, & demonstrationes nulli Mathematicæ demonstrationi firmitate cedent.

Clarum etiam est in momento evanescentiæ *fb* & FB confundi reveraque æquales esse, ergo in demonstratione quacunque in qua portionem curvæ *b*B infinitè exiguam ponimus, quia hanc evanescentem intelligimus, tutò lineas ut *fb*, & FB pro æqualibus habemus.

Demonstrationes hæ distingui debent à demonstrationibus in quibus error, licet insensibilis, datur, qualis est demonstratio N. 2384. ex qua deducimus sonum, sive majorem sive minorem, eâdem semper velocitate per eundem aërem moveri; quod Mathematicè verum non est, sed differentia velocitatum, quando datur, ita exigua est, ut nullâ arte percipi possit, quare differentiam in Physicis negligimus; eodem modo ac in praxi geometriæ, ubi montis altitudinem consideramus, hanc non pro mutatâ habebimus, quamvis arenula adjecta sit. In talibus autem demonstrationibus non agitur de quantitatibus infinitè exiguis, sed de quantitatibus finitis; numero enim finito non

modò exprimi potest ratio inter arenulæ diametrum & montis altitudinem, sed & inter illam diametrum & telluris diametrum, aut si velis distantiam stellæ fixæ cujuscunque à Tellure.

In hisce demonstrationibus in quibus pro æqualibus habemus quantitates, quæ tali insensibili quantitate differunt, error in demonstratione sensibilis non erit, & ideò, ubi de rebus ipsis agitur, de quibus sensibus dijudicamus, demonstrationes hæ à Mathematicis jure admittuntur; ex Mathesi purâ removentur, quæ tamen admittit, ut demonstravimus, demonstrationes quæ infinitè exiguas, aut evanescentes, quantitates pro fundamento habent.



INDEX CAPITUM.

LIBERI I.

PARS I.

De Corpore in genere.

LIBRI I. PARS II.

De Actionibus Potentiarum.

LIBRI I. PARS III.

De Motibus, Potentiarum Actionibus, mutatis.

LIBER

LIBER II.

PARS I.

De Viribus insitis.

LIBRI II. PARS. II.

De Corporum Collisione simplici, directâ & obliquâ.

LIBRI II. PARS III.

De Collisione compositâ.

LIBRI II. PARS IV.

De Legibus Elasticitatis.

LIBER III.

PARS I.

De Gravitate & Pressione Fluidorum.

LIBRI III. PARS II.

De Motu Fluidorum.

LIBRI III. PARS III.

De Fluidorum motorum Actionibus & Resistentiis.

** ** ** ** **

LIBRI III. PARS IV.

De Corporibus motis in Fluidis.

LIBER IV.

PARS I.

De Aëre & aliis Fluidis elasticis.

LIBRI IV. PARS II.

De Igne.

LIBER V.

PARS I.

De Motu Luminis & hujus Inflexione.

LIBRI V. PARS II.

De Luminis Refractione.

LIBRI V. PARS III.

De Luminis Reflexione.

LIBRI V. PARS IV.

De Opaco & Coloribus.

LIBER VI.

PARS I.

De Mundi Systemate.

LIBRI VI. PARS II.

Motuum cœlestium Causæ Physicæ.

INDEX TABULARUM.

In primâ Columnâ habentur Tabulæ & Figuræ, in ipsis delineatæ. Literæ TAB. denotant Tabulam, & *Fig.* Figuras.

In secundâ Columnâ exhibetur ad quam partem veræ magnitudinis dimensiones Machinarum sint reductæ in Figuris. Sic v. g. numeri 2, 3, 4 &c. denotant Dimensiones fuisse reductas ad dimidiam, tertiam, quartam &c. partem. Literæ verò *v. m.* designant Machinam fuisse juxta veram magnitudinem repræsentatam.

In tertiâ Columnâ occurrunt paginæ ad quas referri debent Tabulæ, & numeri in quibus mentio extat uniuscujusque figuræ: *p.* denotat paginam, & *n* numeros.

TAB.

* Figurarum *pol* & G dimensiones ad sextam partem sunt tantùm reductæ.

	6.	6.	777.
	7.		771. 852.
	8.		827.
	9.	4.	771. 857.
	10.		771.
	11.		1191.
Tab. XXIX.			p. 220.
Fig.	1.		n. 745.
	2	10.	ibid.
	3.		ibid.
	4.		779.
	5.	4.	780.
	6.		781.
Tab. XXX.			p. 240.
Fig.	1.		n. 820.
	2.		837.
	3.	10.	ibid.
	4.		ibid.
	5.		838.
	6.		ibid.
Tab. XXXI.			p. 246.
Fig.	1.		n. 785.
	2.	10.	786.
	3.		787.
	4.		ibid.
	5.		831.
	6.		ibid.
	7.		843.
	8.		ibid.
	9.	4.	846. 848.
	10.		846.
	11.		852.
	12.		857.
	13.		ibid.
Tab. XXXII.			p. 254.
Fig.	1.		n. 750. 1039.
	2.	10.	833. 834.
	3.	4.	833.
	4.	2.	834. 855.

	5.		870.
	6.		882.
	7.		891.
	8.		899. 907.
Tab. XXXIII.			p. 270.
Fig.	1.		n. 944.
	2.		945.
	3.		947.
	4.		950. 957.
	5.		952. 957.
	6.		ibid.
	7.	4.	969.
	8.		971.
	9.		972.
	10.		976.
	11.		ibid.
	12.		978.
	13.		979.
Tab. XXXIV.			p. 276.
Fig.	1.		n. 981.
	2.		982.
	3.		983.
	4.		986.
	5.	4.	ibid.
	6.		989.
	7.		991.
	8.		993.
	9.		996.
	10.		997.
Tab. XXXV.			p. 296.
Fig.	1.		n. 1004. 1256.
	2.		1005.
	3.		1043. 1056.
	4.	5.	1072.
	5.		1074.
	6.		ibid.
	7.		ibid.
	8.		1079.
Tab. XXXVI.			p. 310.
Fig.	1.		n. 1096.
	2.	4.	1097.
	3.		1098.

* Figurarum GIG, ONV, S, dimensiones sunt reductæ ad dimidiam partem.

	5.		1336.
	6.		1339.
	7.		1340.
Tab. XLIV.			p. 400.
Fig.	1.		n. 1346.
	2.		1354.
	3.		ibid.
	4.	4.	1355.
	5.		1356.
	6.		1358.
	7.		ibid.
	8.	6.	1337.
	9.		1373.
	10.		1375.
	11.		1385.
	12.		1389. 1397.
Tab. XLV.			p. 410.
Fig.	1.		n. 1412.
	2.		1417. 1420.
	3.	4.	1427.
	4.		1429.
	5.		1433.
Tab. XLVI.			p. 412.
Fig.	1.	14.	n. 1441.
	2.		1443.
Tab. XLVII.			p. 416.
Fig.	1.	10.	n. 1423.
	2.		1424.
	3.	12.	1446.
	4.	10.	1449.
	5.		1451.
Tab. XLVIII.			p. 424.
Fig.	1.	7.	n. 1444.
	2.		1469.
	3.	6.	1472.
	4.		ibid.
	5.		1473.
	6.	2.	1488.
Tab. XLIX.			p. 426.
Fig.	1.	6.	n. 1480. 1490. 1527.
	2.		1497.

Tab. L.			p. 430.
Fig.	1.	5.	n. 1502.
	2.	7.	1504.
	3.	10.	1510.
	4.	5.	1513.
Tab. LI.			p. 446.
Fig.	1.	4.	n. 1508.
	2.	5.	1517.
	3.	4.	1519.
	4.	8.	1543.
	5.	3.	1554.
	6.		1567.
Tab. LII.			p. 448.
Fig.	1.	6.	n. 1524. 1546. 1559.
	2.		1559. 1560.
	3.	2.	1526.
	4.		1570.
Tab. LIII.			p. 464.
Fig.	1.	10.	n. 1614. 1615.
	2.		1614.
	3.		ibid.
	4.		ibid.
	5.	2/5.	ibid.
	6.		ibid.
	7.		ibid.
Tab. LIV.			p. 474.
Fig.	1.		n. 1577. 1628.
	2.	12.	1584. 1587. 1595. 1600. 1602. 1622. 1624.
	3.	2.	1598. 1600.
	4.		1619. 1623.
	5.		1643.
	6.		1643. 1646.
Tab. LV.			p. 478.
Fig.	1.		n. 1644.
	2.		ibid.
	3.	10.	1652.
	4.		1657.
	5.		1660.
	6.	4.	1661.
	7.		1662.

Tab.

* In 2dâ figurâ habetur tantùm dimensio duorum segmentorum sphæræ separatorum; tripodis dimensio fuit reducta circiter ad decimam quartam partem.

* Figurarum FST & LAB ad dimidiam dimensionem sunt reductæ.

** ** ** ** ** **

* Fig. LP dimensiones reductæ sunt ad tertiam partem.

B E

BERICHT AAN DEN BOEKBINDER

De Platen moeten volgens deze Tafel, op de aangewezen paginaas ingezet worden, en het wit moet 'er aanblyven om buyten het Boek uittesllaan.

AVIS AU RELIEUR

Il faut placer les planches ſuivant cette Table, de façon qu'en les dépliant elles ſortent hors du livre.

TAB. I.	Pag. 24	TAB. XXXIV.	Pag. 276
II.	28	XXXV.	296
III.	36	XXXVI.	310
IV.	42	XXXVII.	316
V.	48	XXXVIII.	330
VI.	50	XXXIX.	346
VII.	52	XL.	360
VIII.	60	XLI.	362
IX.	64	XLII.	368
X.	74	XLIII.	388
XI.	78	XLIV.	400
XII.	86	XLV.	410
XIII.	90	XLVI.	412
XIV.	98	XLVII.	416
XV.	108	XLVIII.	424
XVI.	124	XLIX.	426
XVII.	130	L.	430
XVIII.	144	LI.	446
XIX.	152	LII.	448
XX. XXI. XXII. XXIII.	180	LIII.	464
		LIV.	474
		LV.	478
		LVI.	492
XXIV.	194	LVII.	506
XXV. XXVI.	216	LVIII.	524
		LIX.	542
XXVII. XXVIII.	218	LX.	548
		LXI.	562
XXIX.	220	LXII.	572
XXX.	240	LXIII.	588
XXXI.	246	LXIV. LXV.	596
XXXII.	254		
XXXIII.	270	LXVI.	598

TAB.

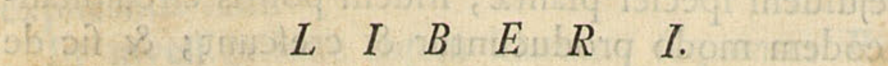
BERICHT AAN DEN BOEKBINDER.

Tab.	Pag.
LXVII.	608.
LXVIII. LXIX.	610
LXX	614
LXXI.	616
LXXII. LXXIII.	624
LXXIV.	630
LXXV.	646
LXXVI.	654
LXXVII.	666
LXXVIII.	668
LXXIX. LXXX.	680
LXXXI.	690
LXXXII.	696
LXXXIII.	722
LXXXIV.	724
LXXXV.	726
LXXXVI.	734
LXXXVII LXXXVIII	738
LXXXIX.	748
XC.	758
XCI.	770
XCII.	776
XCIII.	778
XCIV.	780
XCV.	784
XCVI.	786
XCVII. XCVIII.	790
XCIX.	796
C.	802
CI.	816
CII.	820
CIII.	834
CIV.	842
CV.	850
CVI. CVII	858
CVIII.	870
CIX.	878
CX.	888
CXI.	894
CXII.	898
CXIII.	904
CXIV.	906
CXV.	908
CXVI. CXVII.	910
CXVIII. CXIX	920
CXX. CXXI	930
CXXII.	944
CXXIII.	954
CXXIV.	968
CXXV.	976
CXXVI.	1058
CXXVII.	1068

De Tytel van het twede Deel moet gezet worden aan 't begin van het vierde Boek voor, pagina 573.

Le titre du fecond Tome doit être mis au commencement du quatriéme Livre, à la page 573.

PHYSICES ELEMENTA MATHEMATICA, EXPERIMENTIS CONFIRMATA.



LIBER I.

Pars I. de Corpore in genere.



CAPUT I.

De Scopo Physices & Regulis philosophandi.

PHysica circa *res naturales* & harum *Phænomena* versatur.

DEFINITIO 1. & 2.

Res naturales sunt omnia corpora; congeriesque 1.
horum omnium Universum vocatur.

DEFINITIO 3.

Phænomena naturalia, sunt omnes situs, & omnes motus, Cor- 2.
porum naturalium, ab actione Entis intelligentis immediatè non pendentes, & qui à nobis sensibus observari possunt.

Non excludimus ex numero Phænomenorum natura- 3.
lium motus, qui in corpore nostro ad voluntatem fiunt: in hisce distinguendum illud quod à voluntate pendet, ab eo quod alii causæ tribuendum est. Agitationem fieri modo quodam determinato, & certo tempore, hoc de-

terminationi voluntatis adſcribi debet, & ad Phyſicam non ſpectat: ipſe autem motus ex actione muſculorum ſequitur, qui etiam alio motu agitantur, ſunt hæc Phænomena naturalia; ſed motus ex actione immediatâ Mentis oriundus, & nobis omninò ignotus, non eſt Phænomenon naturale.

Omnes hi motus certas ſequuntur Regulas.

Sol quotidiè oritur & occidit, tempuſque ortûs & occaſûs, pro anni tempeſtate & loco, ſemper determinatur; ejuſdem ſpeciei plantæ, iiſdem poſitis circumſtantiis, eodem modo producuntur & creſcunt; & ſic de cæteris. In iis ipſis quæ nobis omninò fortuita & incerta apparent, certas obſervari Regulas attendenti manifeſtum fit.

Rerum enim examen ad hocce, ratiociniorum omnium in Phyſicis fundamentum, nos deducit Axioma;

4. *Conditorem Univerſi, determinatis pro ſapientiâ Legibus, aut ex Naturâ rerum ſponte fluentibus, Univerſam rerum congeriem dirigere.*

5. *Phyſica Phænomena naturalia explicat*, id eſt, *horum cauſas tradit*,

Cum in has cauſas inquirimus, ipſum Corpus in genere examinandum eſt; deinde detegendum quibus re-
* 4. gulis rerum Conditor omnes motus peragi voluerit. Hæ *regulæ*, vocantur *Leges Naturæ*.

DEFINITIO 4.

6. *Naturæ Lex ergo eſt, Regula & Norma, ſecundum quam Deus voluit certos motus ſemper, id eſt, in omnibus occaſionibus, peragi.*

7. Eſt ideò noſtro reſpectu Lex naturæ, omnis effectus ſimplex, qui in omnibus occaſionibus idem eſt, cujus

causa

causa nobis est ignota, & quem videmus ex nullâ Lege, nobis notâ, fluere posse, quamvis fortè ex simpliciori Lege, nobis ignotà, fluat.

Nostro enim respectu non interest, utrùm quid immediatè à Dei voluntate pendeat, an verò mediante causâ, cujus nullam ideam habemus, producatur.

Leges Naturæ, nisi ex examine Phænomenorum na- 8.
turalium, non possunt elici.

Ope Legum, hac methodo detectarum, Phænomena explicanda sunt.

In investigatione autem illarum, sequentes Regulæ Newtonianæ observandæ veniunt, quæ ipsum superiùs indicatum * Axioma pro fundamento habent. * 4

REGULA 1.

Causas rerum naturalium non plures admitti debere quàm 9.
quæ & veræ sint, & earum Phænomenis explicandis sufficiant.

REGULA 2.

Effectuum naturalium ejusdem generis easdem esse causas. 10.

REGULA 3.

Qualitates corporum, quæ intendi & remitti nequeunt, quæ- 11.
que corporibus omnibus competunt, in quibus experimenta instituere licet, pro qualitatibus Corporum universorum habendas esse.

CAPUT II.

De Corpore in genere.

Omnium primum in Corpore consideranda venit hu- 12.
jus *Extensio*.

Extensionis idea ferè semper menti nostræ præsens est; est hæc simplicissima; ideòque verbis nullis describi potest.

13. Omne Corpus est extensum, sublatâ Corporis Extensione integrum tollitur Corpus.

14. Omne tamen extensum non est Corpus; in quo verò Corpus à Spatio differat, non potest determinari, nisi examinatis aliis Corporis proprietatibus.

15. Secunda quæ Corpus consideranti sese offert est *Soliditas*. Corpus omne aliud Corpus ex loco à se occupato excludit, & Corpora fluida æquè ac maximè dura hac proprietate gaudent.

16. Tertia Corporis proprietas est *Divisibilitas*; quæ ex ipsâ Extensione sequitur. Extensio enim aliâ Extensione minor semper potest concipi, unde videmus in omni Extensione partes dari, quæ partes in Corpore à se invicem possunt separari; quia

17. Corpus quartâ proprietate præditum est, quòd possit de loco in locum transferri, unde Corpus *Mobile* dicitur.

18. *Vi* autem *insitâ* in motu perseverat.

Quando nullum datur obstaculum, Corpus ictui minimo cedit, major tamen Actio desideratur, si minori tempore ad eandem distantiam, aut æquali, ad majorem transferendum sit Corpus: etiam major est Actio quâ movetur Corpus majus, quàm quâ minus transfertur, si similis fuerit translatio. *Corpus* ergo *quiescens motui resistit*, *non quamdiu quiescit*, *sed dum agitatur*. Hac de causa Corpus & iners, *& habere Inertiam dicitur*. *Hæc in omnibus corporibus quantitati Materiæ proportionalis est*; singulis enim Materiæ particulis æqualiter competit.

19.

20. Omne Corpus Figurâ est præditum, & *Figurabile*, quia terminatum: mutari autem potest Figura, quia Corpus in partes potest resolvi, quæ cum mobiles sint, diversis modis inter se disponi possunt.

CA-

CAPUT III.

De Extensione, Soliditate, & Vacuo.

HIc consideranda venit in Scholis decantata quæstio *de Vacuo*; scilicet an detur Extensio omni materiâ destituta; tale enim Extensum vocatur *Vacuum*, *Inane*, aut *Spatium*. 21.

Vacuum revera dari ex Phænomenis probatur, & ideò in cap. XII. lib. V. quæstionem hanc ad examen vocamus. De sola vacui possibilitate nunc agam.

22. Vacuum possibile esse ex solo examine idearum deducitur. Omne enim quod clarè concipimus existere posse, possibile est. Si enim quid in re quacunque detur, quod hujus existentiam impedit, idea impedimenti in ideâ rei continetur, & in causa est, quo minus rei possibilitas concipi possit.

Quæstio ergo eò redit, an habeamus ideam Extensionis non solidæ,

23. Soliditatis ideam acquirimus contactu; Corpora quædam nobis resistere sentimus, & quidem omnibus momentis nobis illa resistunt, quæ descensum inferiora versùs impediunt. Ex hac resistentiâ deducimus, Corpus ex loco à se occupato omne aliud Corpus excludere; id est, illud Soliditate præditum esse, quam Soliditatis ideam ad Corpora subtiliora, quæ propter partium tenuitatem sub sensus non cadunt, transferimus: & experientiâ constat, hæc ipsa, æquè ac maximè dura, aliis corporibus resistere.

EXPERIMENTUM I.

24. Aër in quo vivimus ferè semper visum & tactum no-

ſtrum fugit, in Antliâ tamen exactè clauſâ Embolo reſiſtit, ita ut hic nullâ vi ad Antliæ fundum protrudi poſſit.

25. In Extenſionis autem ideâ non continetur idea Soliditatis, hæc ex ideâ reſiſtentiæ deducitur, & contactu ſolo ipſam acquirimus. Idcircò ſi quis nunquam Corpus tetigiſſet, ei Soliditas omninò ignota eſſet, Extenſionis tamen conceptum haberet.

EXPERIMENTUM 2.

26. Ubi Corpus cavo ſpeculo ad juſtam diſtantiam objicitur, pendulam in aëre ante ſpeculum illius imaginem videt ſpectator, ut hoc in libro 4^{to}. explicamus. Species hæc verum exhibet Corpus, vividiſſimis coloribus tinctum; non tamen reſiſtit.

Si quis nihil unquam præter talia Idola vidiſſet, & ipſius Corpus tali Speciei ſimile eſſet, an ullam Soliditatis haberet ideam? non videtur; Extenſionis tamen certiſſimè habebit.

Hìc non quærimus quid ſit tale Idolum; de ideis diſputamus,

Non ſolâ ſoliditatis privatione differt Spatium à Corpore.

27. *Spatium eſt infinitum*, ac nullis hoc terminari poſſe limitibus, rem attentè conſideranti patebit. Nullum enim Spatium poteſt concipi terminatum, cujus termini non alio Spatio circumdentur; & idea Extenſi limitibus circumſcripti, & non alio Extenſo involuti, ſe ipſam deſtruit. Quare fines Spatii, ad hoc totum attendendo, contradictionem involvunt. Corpora autem finita dantur.

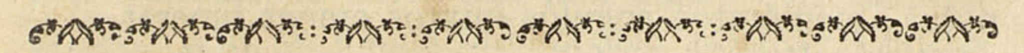
28. *In Spatio partes* dari clarè videmus, à ſe invicem autem ſeparari nequeunt, *immobiles ſunt, ut & ipſum Spatium.* Corporis verò partes tranſlationem, & hâc de cauſâ ſeparationem patiuntur.

Spatii

Spatii idea simplicissima est; Corporis magis est composita.

Soliditas à quibusdam Impenetrabilitas vocatur, & ex 29.
natura Extensionis ipsam deducere conantur; pedi cubico Extensionis, dicunt, si pes alter cubicus Extensionis addatur habebimus duos pedes cubicos; singuli enim habent omnia quæ ad illam magnitudinem constituendam requiruntur; pars ergo una Spatii partes omnes alias excludit & ipsa illas admittere non potest.

Resp. Partem Spatii in alium locum translatam contra- 30.
dictionem involvere; ex immobilitate ergo partium Spatii, non ex Impenetrabilitate, seu Soliditate, sequitur, duas partes Spatii confundi non posse.



CAPUT IV.

De Divisibilitate Corporis in Infinitum, & Particularum Subtilitate.

QUia Corpus est extensum etiam est divisibile, id 31.
est, in eo partes considerari possunt.

Differt tamen Corporis Divisibilitas, ab Extensionis Divisibilitate, illius enim partes à se invicem separari possunt (28.). Ipsa autem Divisibilitas cùm ab Extensione pendeat, in Extensione examinari debet.

Corpus est divisibile in infinitum, id est, in ejus Exten- 32.
sione nulla pars, quantùmvis exigua, potest concipi, quin detur minor.

Sit linea A E, ad B D, perpendicularis; ut & F G, 33.
ad parvam ab A distantiam, ad eandem etiam normalis; TAB. I. Fig. 1.
centris C, C, C, &c. & radiis C A, C A, &c. describantur

bantur circuli ſecantes lineam F G, in punctis *i*, *i*, &c. quo major eſt radius A C, eo minor eſt pars *i* F: radius poteſt in infinitum augeri & minui pars *i* F; quæ tamen nunquam ad nihilum poteſt redigi; quia circulus cum lineâ rectâ B F, coincidere nunquam poteſt.

Partes ergo magnitudinis cujuſcunque in infinitum poſſunt minui, & nullus diviſionis datur finis.

34. Sed & magis paradoxum quid ex hac demonſtratione deducimus. Conſtat ex hac angulum mixtum, quem cum tangente efficit circulus, in infinitum poſſe minui. Hic autem angulus, quamvis ita diviſibilis, omni rectilineo angulo minor eſt *, & angulus rectilineus, qui ipſe in infinitum, ut omnis quantitas, diviſibilis eſt, utcunque imminutus, memoratos angulos mixtos omnes ſuperat.

*16. El. III.

35. *Quantitatis* ergo *cujuſcunque* in infinitum diviſæ *pars infinitè exigua*, *in infinitum eſt diviſibilis.*

Et aliis hoc idem in Scholiis ſequentibus probamus Mathematicis demonſtrationibus, quibus etiam conſtat,
36. *diviſionis in infinitum claſſes numero infinito dari.*

37. Ex Corporis Diviſibilitate deducimus, *datâ quavis Materiæ particulâ*, *quantumvis exiguâ*, *& dato Spatio quovis finito*, *utcunque amplo*, *poſſibile eſſe*, *ut Materia iſtius arenulæ per totum illud Spatium diffundatur*, *atque ipſum ita adimpleat*, *ut nullus ſit in eo porus*, *cujus diameter minimam datam ſuperet lineam.* Quod ut demonſtremus, Spatium implendum, diviſum concipimus in cellulas cubicas, quarum latera æqualia, aut minora ſint, hâc minimâ lineâ datâ: numerus cellularum finitus erit, & in tot partes arenula data dividi poterit, quot cellulæ dantur; ita ut in ſingulis cellulis particulam unam poſitam concipere poſſimus: concipiendum ulteriùs ex ſingulis hiſce particulis minimis

mis Globum cavum formari. Propter Materiæ Divisibilitatem potest Globus cavus quicunque semper augeri, minuendo Materiæ crassitiem; cùm autem in singulis cellulis Globus talis detur, poterunt singuli augeri, donec vicini sese mutuò tangant, & omnes simul Spatium impleant.

Objectiones præcipuæ, contra Divisibilitatem Materiæ 38. in Infinitum, sunt. Infinitum Finito contineri non posse; ex Divisibilitate in Infinitum sequi, omnia Corpora esse æqualia, aut Infinitum alio Infinito majus dari.

Sed hisce responsio facilis est; Infinito, generaliter considerato, non tribuendæ sunt proprietates quantitatis determinatæ. Partes infinitè parvas, numero Infinito, in quantitate finita dari non posse, quis unquam probavit; ut & omnia Infinita esse æqualia? Contrarium in Scholiis sequentibus demonstramus.

Si, examinatâ possibili Materiæ Divisibilitate, Partium 39. subtilitatem in Corporibus ad examen revocemus, hanc captum nostrum in immensum superare constabit; innumeraque in rerum naturâ dantur exempla talium particularum à se invicem separatarum.

Boileus hæc variis probat argumentis.

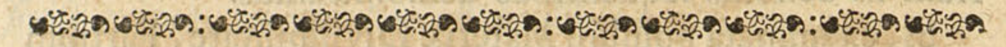
Loquitur de filo serico trecentis ulnis Anglicanis lon- 40. go, & ponderis duorum granorum cum semisse.

Folia auri mensuravit, & ponderavit, & determina- 41. vit quinquaginta pollices quadratos unicum tantùm ponderare granum. Si unius pollicis longitudo dividatur in ducentas partes, omnes oculo distingui poterunt; dantur ergò in pollice quadrato partes visibiles quadraginta millia, & in uno Auri grano partium numerus est duarum millionum, qui numerus conversis foliis duplicatur; has verò partes visibiles ulteriùs posse dividi nemo negabit.

42. Octo granis Auri deaurari potest integra Argenti uncia, quæ deinde porrigitur in filum longitudinis tredecim millium pedum.

43. In Corporibus odoriferis majorem Partium percipimus subtilitatem, & quidem à se invicem separatarum, plura longo tempore ferè nihil ex suo pondere amittunt, & Spatium satis magnum Particulis odoriferis continuò implent. Qui computum de tali subtilitate inire voluerit, in Partium numero portenti quid facilè reperiet.

44. Auxilio Microscopiorum objecta quæ visum fugiunt magna videntur, dantur Animalcula per optima Microscopia vix visibilia, habent tamen partes omnes ad vitam necessarias, sanguinem, & alia Fluida: subtilitas Partium, hæc componentium, quanta sit quis non videt?



SCHOLIUM I.

Infinitum Finito contineri.

INfinitum vocant quidam illud, quo non datur majus, & negant Materiam, esse divisibilem in Infinitum, quod, hac Infiniti datâ definitione, libenter concedimus. Corpus in talem numerum Partium, qui sit omnium maximus, non posse dividi, nullumque Divisionis dari limitem, defendimus.

Infinitum autem vocamus quod Finitum (id est, omne cujus magnitudo,
45. quantùmvis ingens, determinari potest) superat; *Partes* autem *numero*, *omnem finitum numerum superante*, *in quantitate finita contineri*, ex consideratione Progressionis geometricæ decrescentis deducitur.

Progressionem hanc Ex gr. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ &c. in Infinitum posse continuari, nullumque dari continuationis limitem quis non videt? Omnium tamen terminorum summam nunquam excedere Unitatem; imò exactè Unitati æquari demonstramus, si reverà in Infinitum continuatam concipiamus Progressionem.

46. TAB. II. Fig. 1. Sit linea AE Unitas; hujus dimidium AB est primus terminus $\frac{1}{2}$; BC dimidium reliqui est terminus secundus $\frac{1}{4}$; tertius terminus erit CD $\frac{1}{8}$; dividendo DE in duas partes æquales, habetur terminus sequens; & eodem modo in Infinitum continuari potest Series, semperque defectus summæ terminorum

Seriei

Seriei AB, BC, CD, &c. ab integrâ lineâ AE, ultimo termino ipsius Seriei æqualis erit, quantùmvis hæc continuetur. Quamdiu autem numerus terminorum est finitus denominator fractionis, ultimum terminum exprimentis, est numerus finitus, & ultimus terminus est pars finita, quâ summa Seriei ab Unitate deficit.

Si verò numerus terminorum omnem finitum numerum superet, denominator ultimi termini omnem numerum finitum superabit, partemque lineæ AE exprimet omni parte finitâ minorem, ideòque differentia, summam Seriei & lineam AE, inter, evanescet, id est erunt æquales quantitates hæ. Q. E. D.

Infiniti ideam non habemus; ideò ideis non assequimur, quæ de Infinito demonstramus; quæ tamen ex indubitatis principiis immediatè sequuntur, certa sunt, &, quæ ex hisce deducuntur, etiam in dubium vocari nequeunt.

Innumera circa Materiæ Divisibilitatem captum nostrum superantia evidentissimè demonstrantur, inter hæc notatu maximè digna sunt, quæ spectant Curvam *Spiralem Logarithmicam* dictam.

De Spirali Logarithmicâ, & hujus Mensurâ.

Hujus Curvæ proprietas est, quod cum omnibus lineis, ad centrum Curvæ ductis, angulos efficiat inter se æquales. 47.

Sit centrum C: in A angulus Curvæ, id est tangentis ad Curvam, cum radio AC, nempe BAC, æqualis est angulo EDC, quem tangens, in puncto alio quocunque D, cum lineâ DC efficit. TAB. II. Fig. 2.

Si angulus hic fuerit rectus, Spiralis in circulum se convertet, si autem fuerit acutus, ad centrum continuò Curvam accedere facilè patet: non tamen nisi post infinitos gyros ad hoc pervenire poterit.

Ponamus revolutionem primam, posito Curvæ initio in A, terminari in F, & secundam in G; cùm hæ eodem modo peragantur, similes sunt, magnitudine tantùm differunt, & distantia à centro juxta eandem proportionem, minuitur; idcircò AC est ad FC, ut hæc ipsa ad GC, & omnes distantiæ à centro, successivis revolutionibus terminatæ, Progressionem efficiunt geometricam decrescentem. Si F cadat in punctum medium inter A & centrum C. In quo casu angulus BAC paululùm excedet 83. gr. 42′. Secunda revolutio terminabitur in G, puncto medio inter F & C, quod ad gyros sequentes etiam applicari debet: & *punctum quod in Curvâ movetur* in integrâ revolutione quacunque, accedendo ad centrum, percurrit dimidium distantiæ suæ à centro in principio revolutionis. *Licet* ergò *ad distantiam à centro quantùmvis exiguam pervenerit*, non unicâ revolutione ad hoc pervenire poterit; auctoque numero revolutionum, quantùm quis voluerit, nondum ultimam attinget; & *numerus revolutionum omnem numerum finitum superabit.* 48.

Ad centrum tamen *Curvam pertingere*, *ibique terminari*, etiam constat. Partes ipsæ enim Curvæ, à puncto Curvam describente, singulis successivis revolutionibus, percursæ, Progressionem efficiunt geometricam. Nam eodem modo singulæ revolutiones formantur; & sunt inter se ut distantiæ à centro, quas Geometricam efficere Progressionem vidimus. Summa autem omnium terminorum talis Progressionis decrescentis & in Infinitum continuatæ, est finita, ut hoc in casu peculiari demonstravimus * & simili ratiocinio de omnibus probari potest. 49. * 46.

Finita ergò etiam eſt ſumma, omnium Partium in ſingulis revolutionibus, à
50. puncto percurrendarum, ut ad centrum perveniat: & *punctum* hoc *velocitate finitâ*, *tempore finito*, *centrum attinget*, *poſt peractos infinitos gyros*. Longitudinem viæ percurſæ ſic determinamus.

51. TAB. II. Fig. 3. Sit portio Curvæ ABEG; cujus centrum C; quo eodem centro, radio CG, deſcribatur circuli portio GL, ſecans lineam CA in L.

Concipiamus LA diviſam in partes æquales, ſed exiguas, AD, DI, IL, per quarum ſeparationes concipiamus circulorum portiones, centro C deſcriptas, ſecantes Curvam in B & E; ductiſque radiis BC, EC, formentur triangula rectangula ADB, BFE, EHG, in quibus propter exiguas AD, DI, IL, Hypotenuſæ, licet portiones Curvæ, pro rectis haberi poſſunt; numerus enim partium in AL in Infinitum poteſt concipi auctus, manentibus, quæ huc uſque ſunt expoſita, ut & iis, quæ ſequuntur.

Triangula memorata ſunt omnia ſimilia inter ſe; quia ſunt Rectangula, & præterea, ex naturâ Curvæ, angulos habent æquales BAD, EBF, GEH. Sunt etiam æqualia *, propter latera homologa æqualia AD, BF, EH, quod ex æqualitate partium AD, DI, IL, ſequitur.

* 26. El. 1.

Ex A ducatur linea A*c*, cum CA angulum efficiens CA*c*, æqualem angulo CAB; ad AC in centro C, & in punctis L, I, D, erigantur perpendiculares C*c*, L*g*, I*e*, D*b*, ſecantes A*c* in punctis *c*, *g*, *e*, *b*; ductiſque *bf* & *eh* parallelis ad AC, formantur triangula AD*b*, *bfe*, *ehg*, ſimilia & æqualia inter ſe, ut & triangulis ABD, BFE, EHG, ut ex conſtructione liquet.

Idcircò hypotenuſæ A*b*, *be*, *eg*, æquales ſunt hypotenuſis reſpondentibus AB, BE, EG, id eſt, linea A*g* æqualis eſt Curvæ portioni ABEG.

52. Hinc patet quomodo portio quæcunque Curvæ menſuranda ſit, Curvamque, æquari lineæ A*c*, ſi ad centrum uſque continuetur.

SCHOLIUM II.

De Infinitorum Inæqualitate.

53. N*On omnia Infinita eſſe æqualia*, evidentiſſimè patebit, ſi conſideremus lineam, quæ ad partem quamcunque extenditur, in Infinitum poſſe produci, talemque lineam Infinitam eſſe; minor tamen erit aliâ lineâ, quam partem utramque versùs productam concipimus in Infinitum, hanc etiam ambarum ſumma ſuperabit.

Infinita linea continet numerum Infinitum pedum, duodecuplum numerum pollicum.

Infinitorum inæqualitatem etiam detegimus, comparando diverſas Curvas Spirales Logarithmicas, in Scholio 1. indicatas.

54. TAB. I. Fig. 2. Præter jam memoratam, & pro parte hìc delineatam, Curvam, concipiamus & aliam ſpiralem Logarithmicam, ex A exeuntem, & ad centrum ita tendentem, ut duabus revolutionibus pertingat ad F; duabus aliis pertinget ad G; quia duæ requiruntur revolutiones, ut accedendo ad centrum dimidium diſtantiæ

tiæ ab hoc percurrat: numerus revolutionum in hac duplus est numeri revolutionum in Spirali primâ, quando æqualiter cum hac primâ ADF ad centrum accedit; duploque numero revolutionum ad centrum pertinget: utraque tamen Curva, nisi post infinitas revolutiones, ad centrum non accedit.

SCHOLIUM III.

De Infinitorum Classibus.

QUæ de Infinito omnium maximè paradoxa demonstrantur, ideasque nostras in immensum superant, sunt quæ spectant Infinitorum Classes varias.

Detur Curva ABC Parabola, cujus abscissa quæcunque sit AD ordinata huic respondens DC. 55. TAB. II. Fig. 4.

Nota est hujus Curvæ proprietas, ordinatam mediam esse proportionalem inter abscissam & determinatam quandam lineam, quæ Parameter dicitur: quare, si abscissa quæcunque dicatur x, ordinata respondens y, Parameter a, in omnibus Parabolæ punctis habemus $\div\div x, y, a$; ideò $ax = yy$*: quæ ergò æquatio naturam Parabolæ exprimit. Evanescente x evanescit y, & Parabola cum AF, per A, parallelâ ad abscissas, congruit, daturque tota infra hanc lineam, quæ illam tangit, & cum qua efficit angulum mixtum FAC. * *La Hire sect. con.* lib. 3. pro. 2.

Si augeatur a manente x augetur y, & sese expandit Parabola, aut potiùs formatur nova, in qua omnes ordinatæ ordinatas respondentes primæ Curvæ superant; ita ut Curva prima secundâ includatur, quæ inter primam & tangentem AF transit, minoremque angulum mixtum cum hac efficit. Parameter autem in Infinitum potest augeri, & eo in Infinitum minui angulus, quem cum tangente efficit Parabola; ut hoc de circulo jam demonstravimus *. * 33.

Servato axe AD & vertice A, detur alia Curva AEG, cujus ordinatæ dicantur z, quarum relatio, cum respondentibus abscissis x, exprimatur hac æquatione, $bbx = z^3$: b designat lineam constantem. 56.

Augendo b augentur omnes z, & mutatur Curva in magis apertam, minuiturque angulus contactus, qui augendo b in Infinitum minui potest.

Habemus ergò *duas Classes angulorum decrescentium in Infinitum: harum autem integra secunda infinitè exigua est respectu primæ.* Demonstramus enim angulum quemcunque in secundâ superari ab angulo quocunque, id est, utcunque exiguo, in primâ. 57.

Sit c tertia proportionalis ipsis a & b, utcunque sumtis; ergò $ac = bb$. Multiplicando per c æquationem $ax = yy$, habemus $acx = yyc$, id est $bbx = yyc$. In secundâ Curvâ bbx valet z^3; ergò $z^3 = yyc$, si abscissa x fuerit eadem in utrâque Curvâ.

Ex æquatione hac deducimus $z, c :: yy, z^2$: unde patet yy superari à zz, id est, y minorem esse z, quamdiù hæc à c superatur, unde sequitur Curvam secundam dum ex A profluit, antequam z valeat c, inter tangentem & Curvam primam dari, quod universaliter obtineri hac demonstratione constat.

Ponamus nunc tertiam dari Curvam AI, cujus axis etiam est AD, & cujus æquatio, manentibus iisdem abscissis x, sit $d^3x = u^4$; u est ordinata quæcun- 58.

 quæ;

que; & d linea determinata; hanc ſi augeamus, mutamus Curvam, & minuimus angulum quem Curva cum tangente A F efficit; formaturque hiſce Curvis tertia Claſſis angulorum, qui in Infinitum minui poſſunt, & in qua nullus datur angulus, qui non ſuperetur ab angulo quocunque in ſecundâ Claſſe.

Datis b & d quibuſcunque, ſit bb ad dd; ut d ad quartam quam dicimus e; erit ergò $bbe = d^3$, & Curvæ æquatio $bbx = z^3$, multiplicatione per e, mutabitur in hanc $bbex = d^3x = z^3e$; ideòque $z^3e = u^4$, ſi agatur de iiſdem abſciſſis in utrâque Curvâ; idcircò $u, e :: z^3, u^3$; ergò u ſuperat z, quamdiù e ſuperat u, &c, exeundo ex A, Curva, cujus abſciſſæ ſunt u, tranſit inter AF & aliam Curvam. Q. D. E.

59. Curvæ, quarum æquatio eſt $f^4x = t^5$ poſitâ f quantitate determinatâ in ſingulis Curvis, & t ordinatâ quæcunque, dabunt novam Claſſem *angulorum* minorum omnibus memoratis, & eodem modo *Claſſes in Infinitum formari poſſunt, ſemperque omnes anguli in Claſſe quacunque ſuperantur ab omnibus angulis in Claſſe præcedenti, & ſuperant omnes angulos in Claſſe ſequenti.*

60. *Inter duas Claſſes quaſcunque datur Series infinita Claſſium; quæ omnes eandem proprietatem habent, ut angulus quicunque unius ſit infinite parvus reſpectu angulorum Claſſis præcedentis*, id eſt, ut ab omnibus ſuperetur, *& infinitè magnus reſpectu Claſſis ſequentis*, cujus omnes angulos ſuperat

61. Curvæ $ax = yy$ & $bbx = z^3$ Claſſes formant diverſas; quia ordinatarum dimenſio z^3 in ſecundâ unitate ſuperat dimenſionem y^2 primæ Curvæ; demonſtrabimus autem Claſſes differre, quantùmvis parum hæ dimenſiones differant, unde conſtabit propoſitum: quia inter hoſce numeros 2 & 3, & alios quoſcunque, innumeri dari poſſunt, qui inter ſe differunt, quorum nulli, quantùmvis parùm differentes ,dari poſſunt, inter quos iterùm non alii innumeri dari poſſint.

Sit $ax = yy$ & $g^{1\frac{1}{10}}x = s^{2\frac{1}{10}}$ id eſt, $g^{\frac{11}{10}}x = s^{\frac{21}{10}}$; ordinatas deſignat s; & g conſtantem lineam, quamdiù Curva non mutatur. Fiat ut a ad g, ita $g^{\frac{1}{10}}$ ad quartam quantitatem, quæ dicatur $h^{\frac{1}{10}}$; ergò $g^{\frac{11}{10}} = ah^{\frac{1}{10}}$; multiplicando per $h^{\frac{1}{10}}$ æquationem $ax = yy$ datur $ah^{\frac{1}{10}}x = g^{\frac{11}{10}}x = y^2h^{\frac{1}{10}} = s^{\frac{21}{10}}$; unde deducimus $s^{\frac{1}{10}}, h^{\frac{1}{10}} :: yy . ss$. Idcircò in viciniis puncti A, ubi s neceſſariò minor eſt determinatâ h, erit etiam y minor s; unde ſequitur quod de angulis dictum.

62. Inter duas Claſſes quaſcunque quantitatum, quæ in Infinitum differunt, dari in Infinitum Claſſes intermedias, in Infinitum quoque differentes, ex conſideratione mediarum proportionalium etiam deducitur.

Si A ſit Infinitè magnum reſpectu a, media quæcunque proportionalis b, inter has quantitates, minor eſt A, & major a, non tamen finitam habet rationem ad A aut a; ratio enim A ad a componitur ex rationibus A ad b, & b ad a, & ratio ex duabus finitis rationibus compoſita eſt etiam finita; ideò cùm A & a in Infinitum differant, ratio inter A & b, aut b & a, omnem finitam rationem ſuperat; quare etiam Infinita eſt. In Infinitum mediæ proportionales inter duas quantitates dari poſſunt.

SCHO-

SCHOLIUM IV.

De Partium Subtilitate.

Pondus Auri, quo in n°. 28. diximus Argentum deaurari, est $\frac{1}{60}$ ponderis ipsius Argenti. Volumen Auri se habet ad volumen Argenti, quando pondera sunt æqualia, ut 10 ad 19, ergò volumen Auri quo Argentum obtegitur ad volumen ipsius Argenti obtecti, ut 1 ad 114. nam 10. 19.::60., 114. 63.

Pes cubicus Aquæ ponderat libras $63\frac{1}{2}$, decies gravius est Argentum; ergò pes cubicus Argenti libras 635. pondo est.

Cubus est ad cylindrum, ejusdem diametri & altitudinis, circiter ut 14 ad 11; pondus ergò pedis cylindrici Argenti est librarum 499. aut unciarum 7984.

Uncia una porrigitur in filum 14000. pedum, & in pede cylindrico datur filum 111776000. pedum, id est, tot dantur fila unius pedis.

Circulorum superficies sunt ut quadrata diametrorum, ideò quadratum diametri fili ad quadratum unius pedis, ut 1. ad 111776000; quorum numerorum radices sunt 1 & 10572, in qua ratione sunt dictæ diametri: est ergo fili diameter $\frac{1}{10572}$ pedis, aut $\frac{1}{881}$ pollicis. Aurum circumponitur & volumen augetur $\frac{1}{114}$, id est, sectio circularis fili ea quantitate augetur, quod fiet si filo circumponatur lamina, cujus crassities est pars quarta partis $\frac{1}{114}$ diametri, area enim circuli habetur multiplicando circumferentiam per quartam diametri partem.

Est ergo Auri crassities $\frac{1}{456}$ diametri fili, quæ est $\frac{1}{881}$ poll. ita ut Auri crassities sit $\frac{1}{401736}$ pollicis.

Fila hæc tenuia deaurata, ut filis sericis circumvolvantur, plana fiunt, quo superficies ad minimum triplicatur, & in eadem ratione crassities Auri minuitur, ita ut sit $\frac{1}{1205208}$.

Non æqualiter in omnibus punctis filum deauratur, & Auri crassities in quibusdam locis fortè duplo minor est, quare nihil à vero remotum ponimus, si crassitiem, ubi hæc minima est, determinemus $\frac{1}{2000000}$ pollicis; id est millesima pars pollicis in bis mille partes dividitur.

Talis actu datur auri divisio; ideòque Particulæ, quæ arte separantur, non majorem diametrum habent, & talium Partium in sphærâ aureâ unius pollicis dantur. 8. 000. 000. 000. 000. 000. 000.; & in arenulâ minimâ, cujus nempe diameter est pars centesima pollicis, dantur Particulæ 8. 000. 000. 000. 000: Particula itaque se habet ad arenulam, ut hæc ad globum, cujus diameter superaret 16. pedes, & non majorem numerum arenularum contineret globus hic, quàm Particularum continet arenula. Globus verò continet 4096. globos unius pedis.

CAPUT

CAPUT V.

De Cohæsione Partium, ubi de Duritie, Mollitie, Fluiditate, & Elasticitate.

64. OMne Corpus, quod in sensus nostros cadit, ex Particulis quàm minimis constat, nulla harum in se est indivisibilis, nostri respectu omnes sunt, divisio enim quæ à nobis fieri potest, est Particularum separatio.

Si major in hac separatione desideretur Actio; aut separatio in minimo Partium motu detur, ita ut in exiguâ Corporis inflexione frangatur hoc, Corpus *Durum* vocatur.

Si Partes faciliùs cedant, & cum sub-lapsu Partium introcedant *Molle* dicitur.

Sed hæc in significatione vulgari, Actio magna & minor nihil determinati denotant, & Corpus Durum respectu unius Hominis, alteri Molle videtur.

DEFINITIO I.

65. *Philosophicè Corpus Durum vocatur, cujus Partes inter se Cohærent & neutiquam introcedunt, ita ut minimo Partium motu, frangatur Corpus.*

66. Corpus tale perfectè Durum nullum novimus, sed eò magis Dura dicuntur Corpora, quò magis ad hanc perfectam accedunt Duritiem.

DEFINITIO 2.

67. *Philosophicè Corpus Molle vocatur cujus Partes introcedunt & sublabuntur*, quamvis, nisi mallei ictibus Partes non cedant.

DEFINITIO 3.

68. *Corpus cujus Partes impressioni cuicunque cedunt & cedendo facillimè moventur inter se, vocatur Fluidum.*

Hæc

Hæc omnia à Cohæsione Partium pendent, quò arctior hæc est, eò magis ad Duritiem Corpus accedit. 69.

Durities verò Particularum minimarum ab harum Soliditate non differt, & est proprietas ex ipsius Corporis naturâ fluens, quæ non magis explicanda est, quàm quare Corpus sit extensum, & Mens cogitet. 70.

An omnia Corpora ex Particulis æqualibus & similibus constent difficulter determinari poterit, & circa causam Cohæsionis Particularum adhuc multa obscura sunt. 71.

Naturæ Leges, quæ hìc locum habent, ex Phænomenis deducuntur.

Cohæsionis Lex peculiaris est, omnes Particulas Vi Attractivâ gaudere, id est, si vicinæ fuerint, sponte ad se mutuò tendunt; cujus motûs causa nos latet, sed cùm motum hunc generaliter locum habere observemus, & huic Particulæ omnes subjiciantur, ipsum inter Leges Naturæ referimus *. 72.

*7.

D E F I N I T I O 4.

Attractionem vocamus Vim quamcumque quâ duo Corpora ad se invicem tendunt; etsi fortè hoc per impulsum fiat. Hoc nomine Phænomenon, non causam designamus. 73.

Non in hisce vulgarem hujus vocis significationem mutamus. Generaliter enim dicimus, Corpus Attractione moveri quotiescunque hoc ad aliud Corpus tendit, si hujus præsentia ad motum hunc producendum desideretur. Eo sensu dicimus, Magnetem ad se trahere ferrum, Hominem ad se trahere Corpus, quod fune alligatum, Hominis hujus Actione, ad hunc ipsum tendit. Hâc de causâ in multis occasionibus non dubitamus ad *Attractionem* referre motus, in quibus impulsus manifestus est, effectum ipsum, & nil præter hunc, ad causam non at- 74.

tendendo, voce Attractionis exprimimus. Hanc autem *ſolam, quam dari inter minimas Corpora componentes Particulas obſervamus, inter Leges Naturæ referimus.*

75. *Hæc* autem *Attractio minimarum Particularum hiſce Legibus ſubjicitur, ut in ipſo Particularum contactu ſit perquàm magna, & ſubitò decreſcat, ita ut ad diſtantiam quàm minimam, quæ ſub ſenſus cadit, non agat; imò etiam ad majorem diſtantiam ſeſe mutet in vim repellentem, quâ Particulæ ſeſe mutuò fugiunt.*

Ope hujus Legis multa Phænomena facillimè explicantur, & innumeris Experimentis, præcipuè Chemicis, Attractio hæc & Repulſio pleniſſimè probantur, etiam ſequentibus Experimentis ipſas has dari ſatis manifeſtum eſt.

Experimentum 1.

76. In omnibus Corporibus Fluidis Partes omnes ſeſe mutuò attrahere deducimus, ex figurâ ſphæricâ quam Guttæ ſemper habent; ex eo etiam quod nullum detur Fluidum, cujus Partes non ſint quaſi conglutinatæ, quod in Mercurio clarè apparet.

Experimentum 2.

77. TAB. I. Fig. 2. Sed multò meliùs hæc mutua Particularum Attractio probatur, ex eo quòd in omnibus Fluidis duæ Guttæ ut A & B, ſtatim ac ſe invicem quàm minimè tangunt, in unam Guttam majorem F redigantur; quæ omnia cùm etiam in metallis liquefactis locum habeant, ſequitur Particulas, ex quibus hæc conflantur, & tùm ſeſe mutuò attrahere, cùm motu Ignis à junctione arcentur.

78. Tribuendus eſt motus hicce Actioni agenti aut in Guttæ ſuperficiem externam, aut in ſingulas minimas, ex quibus Gutta conſtat, Particulas.

Actioni in ſuperficiem non poſſe adſcribi, niſi fingamus

mus preſſionem ab omni parte æqualem clarum eſt; tali verò preſſione Guttæ figuram minimè mutari poſſe in *cap.* 3. *lib.* 11. ex Legibus preſſionis Fluidorum, deducemus.

Primo etiam intuitu patet in Guttâ ovali *a b c d* preſſio- TAB. I. Fig. 3.
nes in ſuperficies *a b* & *c d* ſuperare preſſiones in ſuperficies *a c*, *b d*, ſi ab omni parte Gutta æqualiter prematur. Non poteſt tamen Gutta rotunda fieri, quin preſſiones hæ minores majores vincant, quod eſt abſurdum.

Actio ergò datur in ſingulas minimas Particulas. Hæ ſingulæ aut ad vicinas tendunt, aut ab his removentur: non ſeparantur; ergò motus niſi Actioni, quâ Particulæ ſingulæ ad vicinas tendunt, adſcribi non poteſt, quem motum Attractionem vocamus *. * 73.

Poſitâ hac, quò major eſt numerus Particularum ſe 79.
mutuò attrahentium inter duas Particulas, eò majori Vi ſe mutuò versùs feruntur, & motus in Gutta continuatur, donec diſtantiæ inter puncta oppoſita in ſuperficie ſint ubique æquales, quod in ſolâ figurâ ſphæricâ locum habet.

Qui hujus Attractionis cauſam detegeret, magnum quid in Phyſicis præſtaret, nos tantùm illam dari aſſerimus, & Cohæſionis eſſe cauſam immediatam: univerſalem etiam eſſe ex ante dictis deducimus *. * 10. 11.

Multa Corpora Attractione hac agunt in Corpora ex- 80.
tranea, datâ Partium applicatione ſatis immediatâ.

Exempla pauca dabo, in quibus effectus Attractionis hujus ſunt maximè notabiles.

EXPERIMENTUM 3.

Abraſis paululùm ſuperficiebus duorum Globorum plum- 81.
beorum ita, ut duas habeamus ſuperficies, exiguas, pla- TAB. III. Fig. 1.

nas, benè nitidas, ſi hæ ad ſe invicem applicentur & compreſſione detur, propter molle metallum, paucarum Partium immediata applicatio, arctam habebimus inter Globos Cohæſionem, quæ eò major erit, quò plurimarum Particularum datur contactus mutuus, & quantùmvis ſit exigua, ſemper admodùm ſuperabit exiguam illam Cohæſionem quæ Aëris preſſioni tribui poteſt.

EXPERIMENTUM 4.

82. TAB. III. Fig. 2. Tubuli vitrei exigui *tt*, *tt*, *tt*, ab utrâque extremitate aperti, Aquâ immerguntur, ut in ſchemate repræſentantur. Aqua in eos ſponte aſcendit, & ad majorem altitudinem quò diameter tubuli eſt minor. Tubuli, ſi admodùm anguſti fuerint, dicuntur Capillares; ſed in majoribus, quorum ex. gr. diametri æquant ſextam pollicis partem, Experimentum etiam procedit.

Effectum hunc preſſioni Aëris tribuendum non eſſe, ſequenti Experimento liquet.

EXPERIMENTUM 5.

83. TAB. III. Fig. 3. Suberi B junguntur Tubuli *tt*, *tt*, &c. Cylindro tenuiori æneo AE, per operculum O recipientis vitrei R penetranti, annectitur ſuber; deinde ope Machinæ pneumaticæ Aër ex recipiente R, orbi hujus Machinæ impoſito, exhauritur, & motu cylindri AE, Aquâ, vitro CD contentâ, immerguntur tubuli; Aqua in eo caſu eodem modo ac in Experimento præcedenti in eos aſcendit. Quomodo filum ſine ingreſſu Aëris moveri poſſit, in ſequentibus, dicetur.

EXPERIMENTUM 6.

84. TAB. III. Fig. 4. Vitrea duo plana ABCD junguntur in AB, at in CD interpoſitâ laminâ paululùm ſeparantur; margines CB Aquâ, aliquo colore tinctâ, immerguntur ita, ut latera

ra

ra AB & CD ſint verticalia; antea iiſdem Planis intus eodem liquore madefactis.

Aqua inter hæc Plana, Planorum Attractione, aſcendit, & ad majorem altitudinem aſcendit pro minori inter Plana diſtantiâ; cùm vero continuò à CD, versùs AB, minuatur hæc, aqua ubique ad diverſas altitudines aſcendit, & terminatur lineâ curvâ, exactè circinatâ, *efg*.

EXPERIMENTUM 7.

ABCD ſunt duæ Laminæ vitreæ planæ, junctæ in AB, in CD verò paululùm ſeparantur, interpoſitâ Laminâ cujuſcunque materiæ. Pede ligneo ſuſtinentur. Ad horizontem inclinantur Laminæ, elevando partem illam ad quam Laminæ conveniunt, nempe AB. Præſtatur hoc mediante Cochleâ HI; cujus pars exterior eſt ſolidum L, cum pede cohærens, motu autem Cochleæ ad libitum variatur Planorum inclinatio. 85. TAB. I. Fig. 4.

Gutta Aquæ, aut Olei, G interponitur ita, ut ambo Plana, antea eodem liquore madefacta, tangat; ab utroque Plano attrahitur, ſed Attractio majorem in Guttam edit effectum, ubi Plana minùs diſtant, id eſt, in *e* quàm in *f*; Gutta ideò *e* versùs movetur, id eſt, aſcendit, & eò celeriùs quò altiùs aſcendit, ſuperficiebus quibus Gutta vitra tangit, creſcentibus ubi diſtantia inter Plana minuitur. Angulus inclinationis Plani ita poteſt augeri, ut gravitas Guttæ æquè polleat cum effectu Attractionis, & tunc Gutta quieſcit; & ſi in eo caſu magis elevetur Planorum pars AB, Gutta deſcendit, propter Guttæ gravitatem præpollentem.

EXPERIMENTUM 8.

Mercurius Auro & Stanno ſeſe jungit; etiam Aqua, & Oleum, Ligno & Vitro nitido adhærent. 86.



87. Repulsionis exempla habemus inter Aquam & Oleum, & in genere inter Aquam & omnia Corpora pinguia, inter Mercurium & Ferrum, ut & etiam inter Particulas pulveris cujuscunque.

EXPERIMENTUM 9.

88. Si frustum Ferri Mercurio imponatur, hujus superficies deprimitur circum Corpus immersum, ut circum Globos A & B repræsentantur (*Fig.* 6.); & eodem modo, ac in casibus ubi Vis Attractiva locum habet, superficies Fluidi circum Corpora immersa altior est, ut circum Globos A & B (*Fig.* 5.), & gravitate ad Libellam non defluit; sic in hisce, ubi Vis Repellens Actionem suam exerit, Fluida pondere suo non defluunt ad implendas cavitates, quæ circum Corpora immersa formantur.

TAB. I. Fig. 5. 6.

89. Cavendum autem ne cavitatem hanc Attractioni Particularum Mercurii tribuamus. Hâc fateor, talis formari posset cavitas, quamvis à Vitro attraheretur Mercurius, si hæc Attractio minor esset illâ, quâ Particulæ Mercurii sese mutuò attrahunt. Sed rem ita sese non habere sequenti Experimento constat.

EXPERIMENTUM 10.

90. In Tubum vitreum curvum B A E, cujus crus alterum angustum sit, habeatque diametrum E duodecimam pollicis partem non superantem, posito primo crure latiori B C, infundatur Mercurius; ubi hic quiescet, inæquales in cruribus erunt Mercurii altitudines, & in latiori crure major.

TAB. III. Fig. 5.

Depressionem autem Mercurii in angustiori crure non Gravitati tribui posse quis non videt? Non etiam Attractioni Partium, quâ pondus non potest mutari. Pendet

det ergò effectus à Vitri Actione, cujus Attractio, quando de Aquâ agitur, ipsam elevat, & cujus Repulsio Mercurium deprimit.

Attractioni & Repulsioni tribuenda sunt Phænomena Globorum Fluidis innatantium; quando Fluidum attrahunt, hoc ab omni parte circa eos ascendit, ut in *f*, *g*, *h*, *i*, (*Fig.* 5.); quando Fluidum repellunt, hoc ab omni parte excavatur, ut in *f*, *g*, *h*, *i*, (*Fig.* 6.). * 91. TAB. I. Fig. 5. 6. * 88.

Si in vase, in quo Experimenta fiunt, Fluidum à lateribus vasis attrahatur, ab omni parte sustinetur, & juxta latera altius est, ut in *e*, *l*, (*Fig.* 5.): quando vas ita repletur, ut Fluidum ab omni parte defluat, Attractione mutuâ partium, altius est in medio quàm ad latera, & superficiem convexam format CBD in vase A. TAB. I. Fig. 7.

Ex hisce solis sequentia Experimenta explicantur.

EXPERIMENTUM 11.

Quando vitreum vas non omninò Aquâ impletur, Globus vitreus, si, ad distantiam non admodùm magnam à latere vasis, aquâ imponatur, latus versùs fertur & ei sese jungit. Globus ab omni parte æqualiter ab Aquâ premitur, quando autem accedit ad latus vasis ita, ut duæ elevationes *e*, *f*, concurrant, Vis, quâ ibi Aqua elevatur, tollit pro parte pressionem; & pressio à parte oppositâ præpollet; elevationes autem magis sese extendunt quàm apparet. Eodem modo duo Globi ad certam distantiam sese mutuò petunt. 92. TAB. I. Fig. 5.

EXPERIMENTUM 12.

Quando vas repletur ita, ut Aqua defluat, Globus à latere vitri sponte medium versùs fertur; Vi, quâ Aqua in medio magis elevatur, ab eâ parte pressionem minuente. 93. TAB. I. Fig. 7.

Ex-

EXPERIMENTUM 13.

94. Duo Globi ferrei Mercurio, Vitro contento, impositi sese mutuò etiam petunt. Hi quoque ad latera Vitri feruntur: Utriusque Phænomenon ratio hæc est; cavitates
* 91. circum Globos, ut & ad latera Vitri dantur *; ubi cavitates junguntur pressio minuitur, & illam partem versùs Globus uterque fertur.

95. In crystallisationibus etiam pulcherrima Attractionis exempla habemus.

DEFINITIO 5.

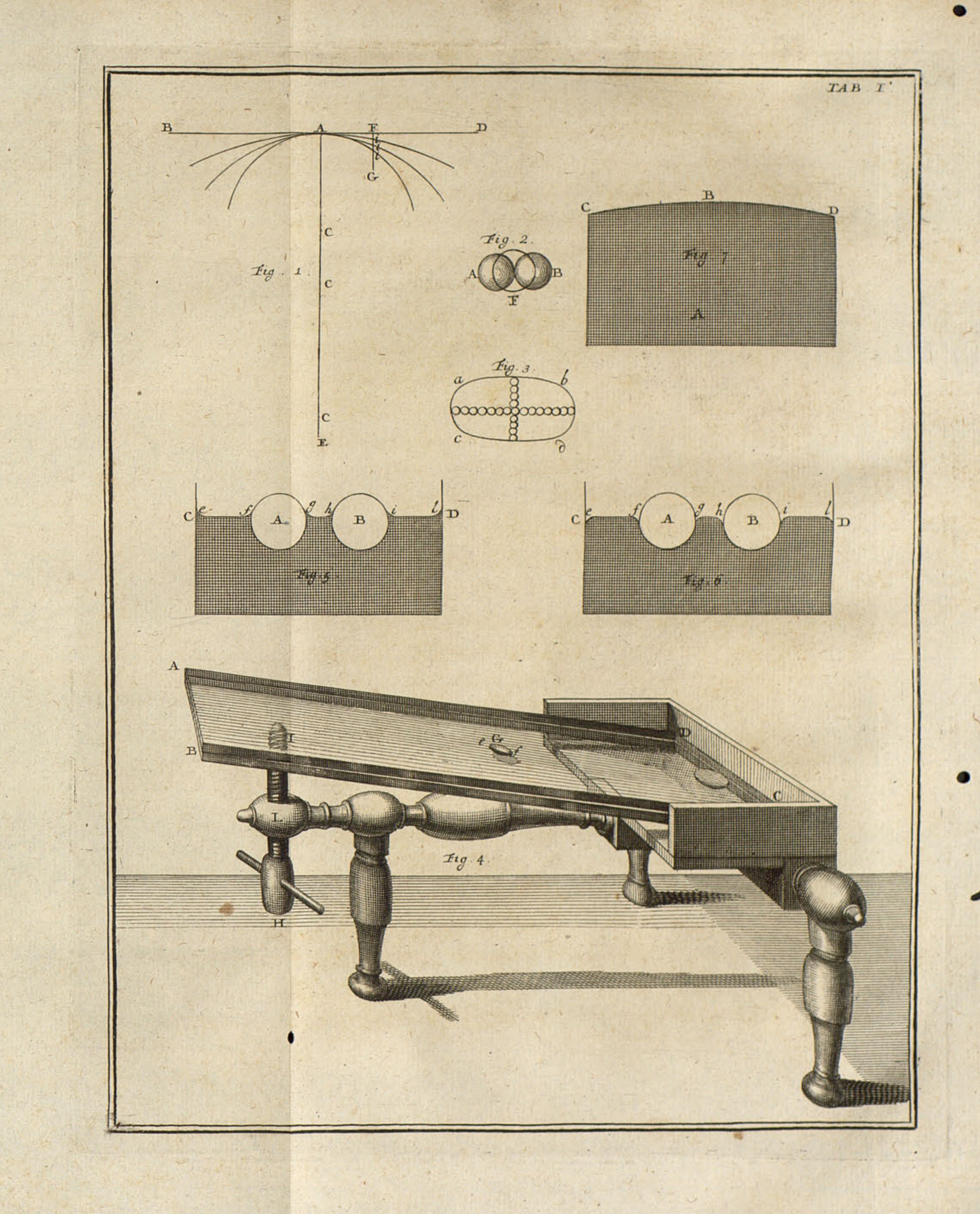
96. *Elasticitas, vocatur Corporum proprietas, quâ, si Figura horum Vi aliquâ mutetur, hac cessante, sponte ad pristinam Figuram redeunt.*

Si Corpus quoddam sit compactum, flectat se, &, cùm prematur, introcedat, sine ullo Partium suarum sublapsu, Corpus revertet ad Figuram suam Vi illâ, quæ ex mutuâ suarum Partium Attractione oritur.

97. Illam verò Aëris proprietatem, quæ hujus *Elasticitas* dicitur, oriri ex Vi, quâ partes sese mutuò repellunt, suo tempore dicetur.

98. Et ne quis dicat, quia causam prædictæ Attractionis & Repulsionis non damus, has inter Qualitates occultas esse referendas. Cum Newtono respondemus, „ nos „ illa Principia considerare, non ut *occultas Qualitates*, „ quæ ex *specificis* rerum *Formis* oriri finguntur; sed ut „ *universales* Naturæ *Leges*, quibus res ipsæ sunt for„ matæ; nam Principia quidem talia reverà existere „ ostendunt Phænomena Naturæ, licet, ipsorum cau„ sæ quæ sint, nondum fuerit explicatum. Affirmare „ singulas rerum species *specificis* præditas esse *Qualita„ tibus occultis*, per quas eæ Vim certam in agendo ha-

„ beant,



TAB. I.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.

„ beant, hoc utique est nihil dicere. At ex Phæno-
„ menis Naturæ duo vel tria derivare generalia motûs
„ Principia, & deinde explicare quemadmodum pro-
„ prietates, & actiones rerum omnium, ex Principiis
„ istis consequuntur; id verò magnus esset factus in Phi-
„ losophia progressus, etiamsi Principiorum istorum cau-
„ sæ nondum essent cognitæ.

SCHOLIUM I.

De Effectu, Attractionis Vitri in Aquam generaliter considerato.

Singulæ Particulæ aqueæ, ad exiguam à Vitro distantiam, ab hoc attrahuntur; id est, per lineas rectas tendunt ad singulas Vitri Particulas, quarum distantia non superat illam, ad quam Vitrum & Aqua in se mutuò agere possunt. Sit Vitri superficies AB; Particula C; hæc ad Vitrum tendit per lineam CD, ad superficiem perpendicularem; tendit etiam ad punctum *e*, sed eodem tempore æquali vi tendit ad omnia puncta in superficie æqualiter cum *e* à D distantia, id est, in circumferentiâ circuli posita, cujus diameter est *ef*: propter harum omnium Virium æqualitatem non poterit punctum magis ad punctum unum ferri, quàm ad aliud; ideò, omnibus Viribus simul agentibus, Particula etiam trahitur per CD. Similem demonstrationem aliis Particulis Vitri, in *Aquæ Particulam* agentibus, applicando constabit, hanc *ad Vitrum tendere per lineam ad superficiem hujus perpendicularem.* 99. TAB. II. Fig. 5. 100.

Detur super plano Vitreo AB Gutta G. Particulæ singulæ, parum à Vitro distantes, ad hoc directè tendunt, Particulasque quibuscum cohærent secum trahunt; unde in Guttâ oritur motus similis illi, qui in Guttâ daretur, si plano CD, ad AB parallelo, hoc versùs premeretur; effectus enim hujus Pressionis cum effectu Attractionis congruit; hac Pressione autem Gutta sese expanderet *quaquà versùm*; ergo *expansio* hæc quoque *est effectus Attractionis*. TAB. II. Fig. 6. 101.

Sit AB Aquæ superficies; huic pro parte immergatur perpendiculariter Vitreum planum FD, cujus crassitiem hìc repræsentamus. Aqua à plano attrahitur*, & conatur quaquà versùm super plano sese expandere quasi premeretur juxta directionem BD*. Hoc motu tantùm agitantur particulæ in D, motibus contrariis infra superficiem sese mutuò destruentibus; elevabitur ideò Aqua, & ascendentem sequetur illa, quæ cum ipsâ cohæret, sustinebiturque ita Aqua à Vitro, ut pondus Aquæ elevatæ valeat Vim quâ elevatur. 102. TAB. II. Fig. 7. * 100. * 101.

Sit altitudo hæc, quam justo majorem repræsentamus, DC; sustinetur autem Aqua in CDG solâ Vi, quâ particulæ in C sursum pelluntur: nam ubi A-

D qua

qua quiescit, Vires, quibus Aqua inter C & D sese quaquà versùm expandere
* 101. conatur *, sese mutuò destruunt: particula ex. gr. in *e* æqualiter sursum & deor-
103. sum pellitur. Vis ergò quæ sustinet Aquam, *proportionem* sequitur *latitudinis superficiei, juxta quam Aqua adscendit, mensuratæ, ad altitudinem ad quam Aqua pertingit, in lineâ ad superficiem ipsius Aquæ parallelâ:* quam eandem rationem *sequitur pondus Aquæ elevatæ.*

SCHOLIUM II.

De Tubis Capillaribus.

* 81. AQuam in Tubos vitreos minores sponte adscendere vidimus *, quod quo-
104. modo fiat nunc evidenter patet. *Quantitas* autem *Aquæ, quæ sustinetur,*
* 103. sequitur rationem circumferentiæ superficiei Aquæ elevatæ *; & circumferentia hæc, *si agatur de Tubis cylindricis, perpendiculariter immersis, ad instar diametri ipsius Tubi crescit aut minuitur.*

105. Sint duo Tubi quorum diametri dicantur D, *d*; altitudines Aquæ *in Tubis*
* 2. 11. 14. El. XII. A, *a*; quantitates Aquæ elevatæ erunt inter se ut $D^q \times A$ ad $d^q \times a$ *; ideò $D^q \times A$,
* 104. $d^q \times a :: D, d$ *; dividendo antecedentia per D^q, & consequentia per d^q habemus, $A, a :: \frac{1}{D}, \frac{1}{d}$, id est, *altitudines sunt inversè ut diametri.*

SCHOLIUM III.

De Adscensu Aquæ inter Plana, de quo in n. 84.

106. TAB. II. Fig. 8. SInt AC, BC, lineæ repræsentantes Planorum sectionem horizontalem in superficie Aquæ; ponamus spatium, angulo ACB contentum, dividi lineis ut *de*, *fg*, *hi*, *lm*, &c. parùm admodum, sed æqualiter, à se mutuò distantibus; manifestum est æquales Aquæ quantitates in spatiis *dfeg*, *himl*,
* 103. elevari *; ibique ideò dari prismata æqualia, quorum altitudines sunt inversè
* 34 El XI. ut bases *; hæ autem bases, quia pro parallelogrammis haberi possunt, & lati-
* 1. El. VI. tudines *df*, *hl*, habent æquales, sunt inter se ut *de* ad *hi* *; quæ sunt ut *d*C ad *h*C.

TAB. III. Fig. 4 Deducimus ex his curvam *efg* esse Hyperbolam, cujus Asymptoti sunt lineæ AB, in quâ Vitra sese mutuò tangunt, & BC, superficies Aquæ *. Propter
* *La Hire* S. C. *l* IV. p. 2. angulum rectum ABC Hyperbola est æquilatera *; examinavimus enim casum in quo linea, in quâ Vitra sese mutuò tangunt, ad superficiem Aquæ per-
* *ibid. l*. V. p. 13. pendicularis est.

Facilè etiam confertur altitudo in Tubo cum altitudine inter Plana.

107. TAB. II. Fig. 8. Sit *Tubi cylindrici* sectio M, cujus *semidiameter æqualis est distantiæ ed inter Plana.* Clarum est Vim, quæ sustinet prisma aqueum, cujus basis est *def*, proportionem sequi lineæ *df*; ambabus enim *df* & *eg* proportionalis est Vis quæ
* 103. Parallelopipedum, cujus basis est *dfeg*, sustinet *.

In

In Tubo Vis, quæ sustinet prisma, cujus basis est *nop*, proportionalis est arcui *np*; quia tota circumferentia proportionalis est illi, quæ integrum aqueum cylindrum, Tubo contentum, sustinet. Si *np* & *df* fuerint æquales; Vires quæ prismata sustinent æquales sunt; ideoque & ipsa prismata æqualia; sunt etiam in hoc casu bases *nop*, *def*, æquales, quare prismatum altitudines non differunt, & *Aqua in Tubum & inter Plana ad eandem adscendit altitudinem.*

Variari multis modis potest experimentum de adscensu Aquæ inter Plana.

Nimium longum & satis inutile foret, omnia quæ huc spectant perpendere; 108.
satis est casum præcipuum examinasse; Circa duos alios in quibus angulus A B C, TAB. II.
quem linea, in quâ Vitra junguntur, cum superficie Aquæ efficit, est acutus Fig. 9. 10.
aut obtusus, manentibus planis Vitreis ad Aquæ superficiem perpendicularibus, notabo, Aquam etiam terminari Hyperbolicâ lineâ, cujus Asymptos una est Aquæ superficies: altera habetur erigendo perpendicularem BF ad CB, in puncto B; Asymptos quæsita erit B E, quæ dividit bifariam FD, perpendicularem in puncto quocunque ad BF, & terminatam lineâ BA.

Si DF per punctum D Hyperbolæ transeat, BF erit semidiameter conjugata cum semidiametro BD.

In Fig. 10. ultra F Hyperbola non continuatur; Aqua tamen ulterius adscendit, sed aliâ terminatur Curvâ.

In Fig. 9. quamvis Hyperbola vitrorum latera juncta secet in D, non ibi adscensus Aquæ terminatur, sed ad certam, & quidem pro diverso, quem inter se Vitra continent, angulo, diversam ab AB distantiam, ab Hyperbolâ deflectitur curva, adscensusque juxta BA continuatur. *Ubi* enim *exigua admodum* 109.
est inter Vitra distantia Attractiones oppositæ sese mutuò juvant, quo augetur Aquæ adscensus. Simile augmentum actionis in N°. sequenti memoratur; in Luminis Attractione à Corporibus etiam locum habet, ut notamus in Numero ultimo *cap.* 1. *Lib.* 4.

SCHOLIUM IV.

De motu Guttæ in n. 85.

Concipiamus Plana, inter quæ Gutta movetur, secari alio Plano, ad dicta 110.
Plana, & ad lineam in qua junguntur, perpendiculari: hanc figura repræ- TAB. II.
sentat sectionem; sed cùm motus ab inclinatione Planorum ad se invicem pen- Fig. 11.
deat, hanc justo majorem repræsentamus, ut & distantiam inter Vitra, & distantiam ad quàm Vitrum in Oleum agit.

Sint Plana AB, CD; Gutta *eeff*; *gh* distantia ad quam Vitrum Oleum trahit: omne ergo Oleum inter *eihf* ad Planum trahitur, & conatur sese quaquà versùm super plano expandere *; non autem potest, propter cohærentiam * 101.
partium Guttæ, & Vires oppositas in *e* & *f*, quæ sese mutuò destruunt; Guttaque, si plana parallela forent non moveretur. Nunc verò, quia Actio Attractionis perpendiculariter dirigitur ad Vitrum, Oleum, in spatio *flh*, à superficie *fg* attrahitur; ceditque, quia nullâ Actione contrariâ destruitur hæc; quo motu agitatur tota Gutta, cujus partes cohærent inter se. Tendit idcircò Gutta illam partem versùs in quâ Vitra concurrunt, quamdiu Planorum inclinatio

 natio

natio ad horizontem talis est, ut Vis, quâ Gutta gravitate super Plano conatur descendere, minor sit illâ, quâ ex Attractione sursùm fertur.

Ubi autem exigua est inter Vitra distantia, Attractiones oppositæ sese mutuò juvant, Visque magis augetur quàm ad instar diametri Guttæ, quod augmentum in ratione diametri, ex superiùs demonstratis deduci facilè potest.

CAPUT VI.

De Motu in genere, ubi de Loco & Tempore.

111. M*Otus est translatio de Loco in Locum, sive continua Loci mutatio.* Quisque illius habet ideam, quæ simplex est, & verbis explicari nequit.

112. *Locus est Spatium à Corpore occupatum*, cujus idea etiam simplex est.

Duplex hic est, verus seu absolutus, & relativus.

DEFINITIO 1.

113. *Locus verus est pars Spatii immobilis, quæ à Corpore occupatur.*

DEFINITIO 2.

114. *Locus relativus*, qui solus sensibus distinguitur, *est situs Corporis respectu aliorum Corporum:*

Sæpè mutatur Locus verus manente relativo, & vice versâ.

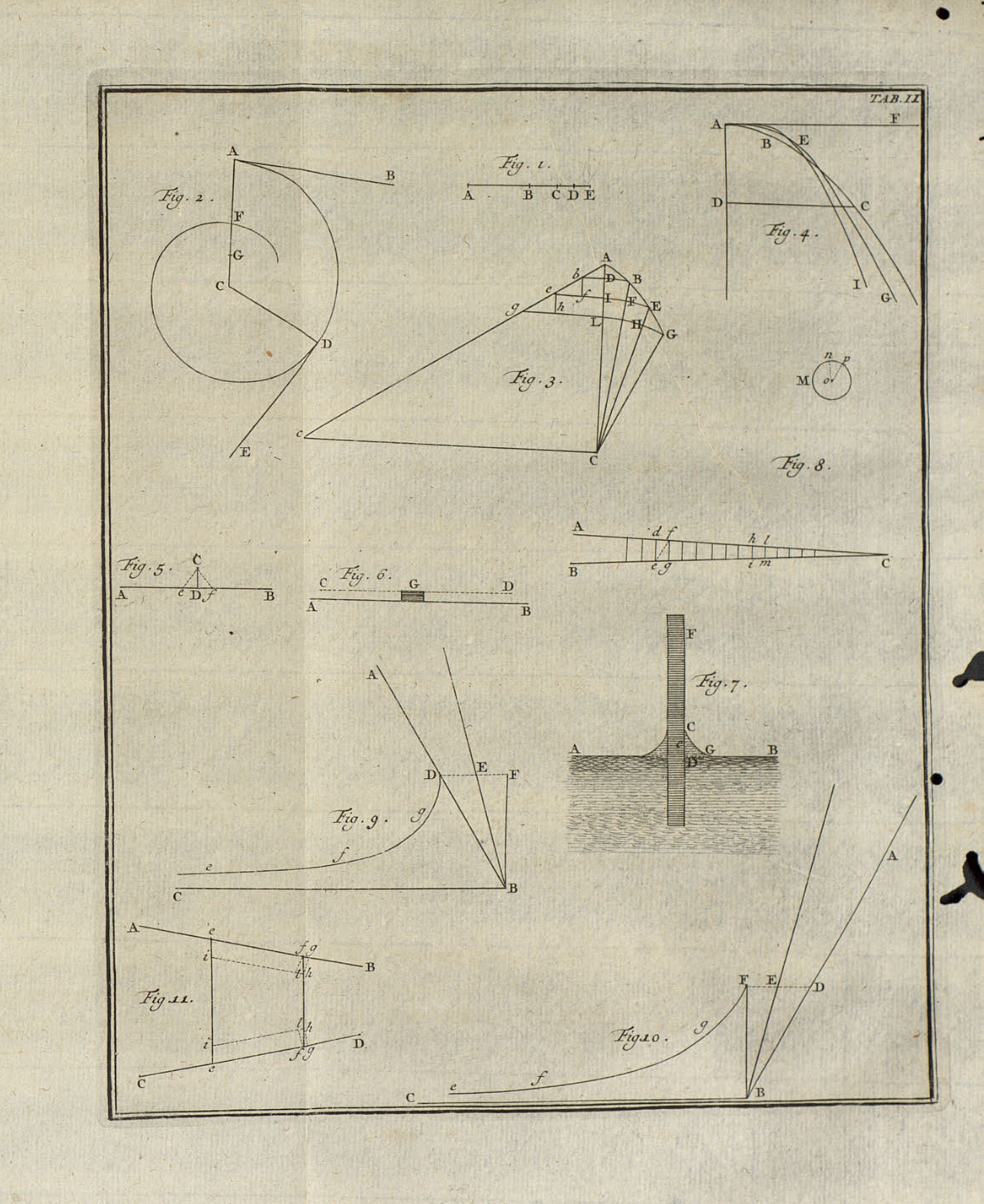
115. Unde *Motus alter est verus, seu absolutus, alter relativus.*

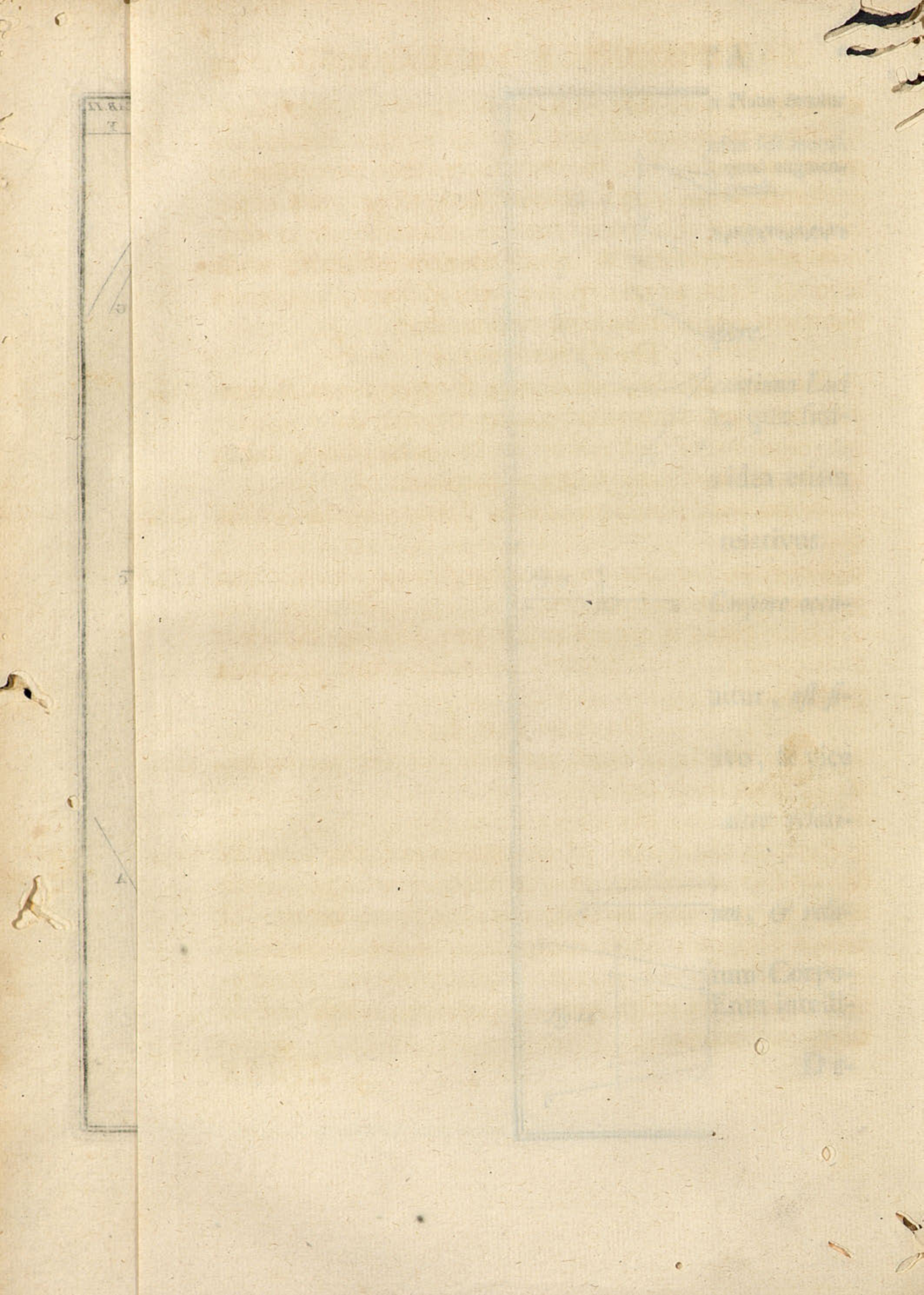
Dùm Corpus movetur, Tempus labitur.

116. *Tempus* etiam *duplex est; verum seu absolutum, & relativum.*

117. *Verum* nullam habet relationem ad Motum Corporum, neque ad successionem idearum in Ente intelligenti, sed *suâ naturâ semper æqualiter fluit.*

De-


TAB. II.
Fig. 1.
A B C D E
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.



DEFINITIO 3.

Tempus relativum est pars Temporis veri per Motum Corporum mensurata, hoc idearum successione percipitur. 118.

Motus omnis potest celerior fieri, & etiam Corpus tardius quàm ante potest moveri; successio etiam idearum accelerationem & retardationem admittit; unde sequitur Tempus relativum à vero differre, hoc enim nunquam citius, nunquam tardius fluit.

DEFINITIO 4.

Illa Motûs affectio, quâ in certo Tempore certum Spatium à Corpore moto percurritur, vocatur Celeritas aut Velocitas; quæ ergò major aut minor est pro magnitudine hujus Spatii, & *huic Spatio semper proportionalis est.* 119.

Spatium percursum etiam *ad instar Temporis augetur, si Velocitas maneat.* 120.

Ideò generaliter Spatium percursum sequitur rationem compositam Temporis & Velocitatis. 121.

Datis variis Corporibus, si pro singulis Velocitas multiplicetur per Tempus, producta erunt ut Spatia percursa.

DEFINITIO 5.

Motûs directio *est recta, quæ ducta concipitur partem versùs ad quam tendit mobile.* 122.

DEFINITIO 6.

Potentia, aut Pressio, est vis continua in Corpus agens ad hoc ex Loco movendum, & quæ actionem in Corpus exercere potest, hoc non moto, aut Motu jam impresso non mutato. Si nempe Pressionis Actio contrariâ Pressione destruatur. 123.

Potest Pressio in Loco agere, quo distinguitur ab actione Corporis Vi insitâ agentis, quæ Actio semper est de Loco in Locum.

LIBERI I.

Pars II. De Actionibus Potentiarum.

CAPUT VII.

De Actionibus Potentiarum comparandis.

124. *PRessiones*, id est, Potentiarum Actiones, *æquales* esse has, quæ *æqualibus temporibus æquales edunt Effectus*, primo intuitu patet.

Pressionem contrariam posse vincere Pressionem, in
125. dubium nemo vocabit. *Pressiones æquales*, *contrariè agentes*, *sese mutuò destruere*, *&* *has esse æquales quæ sese mutuò destruunt*, si pro axiomate non habeatur, ex proximè præcedenti Propositione haud difficulter deduci poterit.

126. Ex quibus patet, *Pressiones esse inter se ut Effectus æqualibus temporibus editos.*

127. *Si prematur Obstaculum*, *&* hoc ex loco non recedat, *contrariâ Pressione* destruitur *Pressio*; aliter enim hæc nullum ederet effectum. Si ergò *non* contrariâ Pressione *destruatur*, *cedit Obstaculum.* Hìc non consideranda est quæ in quibusdam occasionibus Obstaculo communica-
128. tur Vis, quâ in motu perseverat *: *Agitur tantùm*, *in*
* 18. *totâ hac parte secundâ*, *de Translatione*, *quæ est effectus immediatus Pressionis*, & quæ semper tantùm sola locum habet in momento primo infinitè exiguo, quando Actione Potentiæ Obstaculum movetur.

Cùm effectus Pressionis, contrariâ Pressione non de-
129. structæ, sit Obstaculi translatio, sequitur, *Actiones variarum*

rum Potentiarum, contrariis Pressionibus non destructas, *tantùm inter se posse differre respectu Obstaculorum in quæ agunt Potentiæ*, & *respectu Spatiorum ab Obstaculis certò tempore percursorum.*

DEFINITIO.

Magnitudinem Pressionis, consideratam cum relatione ad Actionem in Obstaculum quiescens, sed sibi permissum, id est capacitatem agendi, quando contraria Pressione non destruitur Pressio, *vocamus Potentiæ Intensitatem.* 130.

Sunt igitur *Potentiarum Intensitates, ut Actiones in Obstacula, quæ Pressionibus transferuntur.* 131.

Si æqualibus temporibus per Spatia æqualia Obstacula cedant, Potentiarum Intensitates sunt ut Obstacula *. 132. * 126. 129. 131.

Si Potentiæ in Obstacula æqualia agant, Potentiarum Intensitates sunt ut Spatia per quæ, æqualibus temporibus, Obstacula transferuntur *. 133. * 126. 129. 131.

Si autem *& Obstacula & Viæ ab his, æqualibus temporibus, percursæ differant, sunt Potentiarum Intensitates ut Obstacula, & ut Viæ percursæ* *, id est, in harum ratione composita. 134. * 132. 133.

Ex. gr. si unius Potentiæ Actio fuerit in Obstaculum duplum, & per Spatium triplum removeatur; Actio, ideòque Potentiæ Intensitas, erit bis tripla, aut ter dupla, nempe sextupla. Ratio hæc composita habetur si, datis numeris in ratione Obstaculorum, & aliis in ratione Spatiorum percursorum, pro singulis Potentiis, Obstaculum per Spatium ab hoc percursum multiplicetur; producta enim habebunt quæsitam compositam rationem.

Si ergò numeri dentur, qui *Intensitates Potentiarum variarum*, exprimant, erunt hi ut producta Obstaculo- 135.

ſtaculorum per Spatia; ergò ſi ſinguli ex datis numeris *per Spatium ab Obſtaculo ſuo percurſum dividantur*, *quotientes erunt ut ipſa Obſtacula.*

136. Ideò eò majora ſunt Obſtacula, quò Intenſitates ſunt majores, & Spatia percurſa minora; id eſt, *Obſtacula ſunt in ratione compoſita directæ Intenſitatum*, *& inverſæ Spatiorum percurſorum.*

137. Si numeri, qui exprimunt producta Obſtaculorum per Spatia, id eſt, qui Potentiarum Intenſitates exprimunt, ſinguli dividantur per numeros, qui Obſtacula deſignant, quotientes erunt ut *Spatia*; quæ ergò *ſunt directè ut Intenſitates*, *& inversè ut Obſtacula.*

138. *Potentiarum Intenſitates ſunt æquales*, *ſi Spatia percurſa fuerint in ratione inverſa Obſtaculorum.* Quantùm enim Potentia una reſpectu Obſtaculi alteram ſuperat, tantùm reſpectu Spatii percurſi ſuperatur. Ex Gr. ſi Obſtacula fuerint ut octo & ſex, Viæ percurſæ ut tria ad quatuor, utraque Intenſitas exprimetur per numerum viginti quatuor *. * 134.

Spectant hæc omnia Actiones in Obſtacula ſibi permiſſa, & ſolâ inertiâ reſiſtentia.

De Preſſionibus quæ ſeſe mutuò deſtruunt nunc dicendum. Hoc in contrariis tantùm contingit Preſſionibus, & ſunt hæ contrariæ, quando una alteri reſiſtit, & hujus reſpectu format Obſtaculum.

139. In hoc caſu *æquales* Preſſiones ſeſe mutuò deſtruunt *: * 125. hæc autem datur æqualitas ubi *oppoſitæ Preſſiones æqualiter reſiſtunt?* Nam utraque reſiſtentiâ ſuâ in oppoſitam Preſſionem agit. Reſiſtentiæ hæ determinantur, 1mo. ſi ad Intenſitates attendamus; ſunt enim Reſiſtentiæ ut Inten-

140. ſitates, quando de iiſdem agitur circumſtantiis: *muta-*

tâ

tâ enim *Potentiæ Intenſitate*, ſi cetera maneant, *in hac eâdem ratione mutabitur Vis quâ ipſa reſiſtit.*

Sed 2°. dum ſuperatur Preſſio, & punctum, cui applicatur, ad certam diſtantiam removetur, determinata quædam, ut hoc certo tempore fiat, deſideratur Actio; duplicanda hæc erit, ſi hoc idem, eodem tempore, bis ſit efficiendum; id eſt, ſi ad duplam punctum, eodem tempore, removeri debeat diſtantiam. Bis tunc etiam Preſſio quæ ſuperatur eodem modo ſuperatur, & bis reſiſtit, id eſt, dupla eſt ipſius Reſiſtentia, *creſcit* ergò 141.
Potentiæ, cujus non mutatur Intenſitas, Reſiſtentia, ut Spatium percurſum, certò tempore, à puncto cui applicatur.

142. *Et diverſarum Potentiarum Actiones, quibus contrariis Preſſionibus reſiſtunt, ſunt inter ſe in ratione compoſitâ Intenſitatum Potentiarum, & Spatiorum, quæ, eodem tempore, percurri poſſent à punctis, quibus Potentiæ hæ applicantur* *. * 140. 141.

143. Deducimus ex his *Preſſiones quarum Intenſitates ſunt æquales, contrariè agentes, ſeſe mutuò in hoc ſolo caſu deſtruere, in quo puncta, quibus applicantur, ſi agitata concipiantur, Vias æquales percurrunt* *. * 142.

144. Et *poſitis hiſce Viis æqualibus, non ſeſe deſtruent, ſi Intenſitates differant* *. * 140.

Potentiæ autem, quæ Intenſitate differunt, æquales poterunt exerere Preſſiones, ſi punctis applicentur, quæ agitata inæquales eodem tempore percurrunt Vias, & quidem ita, ut quantum Reſiſtentia una aliam Intenſitate ſuperat, tantum reſpectu Viæ percurrendæ ſuperetur *, in quo caſu inæqualitatum compenſatio datur. * 143.

145. Sunt ergò *oppoſitæ Preſſiones* æquales, & *ſeſe mutuò deſtruunt, ſi Potentiarum Intenſitates fuerint inversè, ut Viæ à*

punctis, quibus applicantur, percurrendæ, eodem tempore, concessâ horum agitatione.

Generaliter etiam ex iisdem præmissis determinamus,
146. quid requiratur, *ut plures Potentiæ ad unam partem, cum unâ, aut pluribus, contrariè agentes, has destruant.*

Multiplicanda est unius cujusque Intensitas per Viam à puncto, cui applicatur, certo Tempore, percurrendam, & producta erunt inter se ut singularum Potentiarum Actiones, quibus Pressionibus contrariis resistunt. *Si* nunc *summa productorum ad unam partem æqualis sit summæ productorum ad aliam*, Resistentiæ oppositæ erunt æquales, & *oppositæ Actiones sese mutuò destruent.*

CAPUT VIII.

Generalia circa Gravitatem.

PHÆNOMENON I.

147. *OMnia Corpora in Terræ viciniis, si nullo obstaculo cohibeantur, Terram versùm feruntur.*

DEFINITIO I.

148. *Vis quâ Corpora Tellurem versùs pelluntur, vocatur Gravitas.*

DEFINITIO 2.

149. *Vis illa cum relatione ad Corpus, quod Vi illâ propellitur, vocatur Corporis Pondus.*

PHÆNOMENON 2.

150. *Vis Gravitatis ubique in Terræ viciniis, & omnibus momentis, æqualiter agit.*

Parva quidem datur Gravitatis differentia in Regionibus diversis, de quâ agemus in *Cap.* 17. *Lib.* II. Nimis tamen

tamen eſt exigua, ut hìc conſideretur; præcipuè cùm in Regionibus, inter ſe vicinis, omninò ſit inſenſibilis.

Quando Corporis deſcenſus Obſtaculo cohibetur, Pondere 151.
ſuo ſemper æqualiter Obſtaculum premit, Terræ centrum versùs tendens; *poteſt* ergò *haberi pro Potentiâ in Obſtaculum agenti*, & quæ de Potentiis in Capite præcedenti ſunt demonſtrata, hìc etiam locum habent.

PHÆNOMENON 3.

Corpora quæ Vi Gravitatis deſcendunt, ſi omnis tollatur Reſi- 152.
ſtentia, ſunt æquè velocia.

Phænomenon hoc Experimento patet.

EXPERIMENTUM.

Machinæ Pneumaticæ, cujus ope Aër ex vaſis edu- 153.
citur, varii Cylindri vitrei ita imponuntur, ut unicum Cylindrum forment ſex aut ſeptem pedes altum, & cujus diameter eſt quatuor aut quinque pollicum. Aër evacuatur; & fruſtum Auri cum leviori Plumulâ, è ſuperiore parte hujus evacuati vaſis, eodem momento, dimittuntur; & eodem exactiſſimè momento ad fundum perveniunt.

Si quidam Aër admittatur, & Experimentum repe- 154.
tatur, differentia in deſcenſu, ex Aëris reſiſtentiâ oriunda, obſervatur.

Quomodo hocce Experimentum ſit inſtituendum, & quomodo commodè variis vicibus repetatur, in *Parte* I. *Libri* III. dicam quando de Machinâ Pneumaticâ, & iis quæ cum hac relationem habent, agam.

Ex alio etiam Experimento, in ſequentibus memorando, idem hocce Phænomenon deducitur.

Ex hiſce ſequitur, Gravitate Obſtacula quæcunque, 155.
per æqualia Spatia, æqualibus temporibus, transferri,



ex Actione immediatâ Gravitatis; patet enim Corpora in primo momento eodem modo moveri, & in singulis momentis sequentibus eodem modo accelerari; sunt
* 132. ergò Actiones Gravitatis in Corpora ut ipsa Corpora *,
156. id est *Pondera sunt ut Quantitates Materiæ*; singulæque Materiæ Particulæ æquales æqualiter ponderant, cujuscunque Corporis Particulæ fuerint.

157. Quando Pondus consideratur ut Potentia, Intensitas Potentiæ proportionalis est quantitati Materiæ in Corpore ponderanti, & Potentiæ directio est Terræ centrum versùs.

Hæc de Gravitate notanda erant, quia Ponderibus in Experimentis circa Pressiones instituendis utimur.

CAPUT IX.

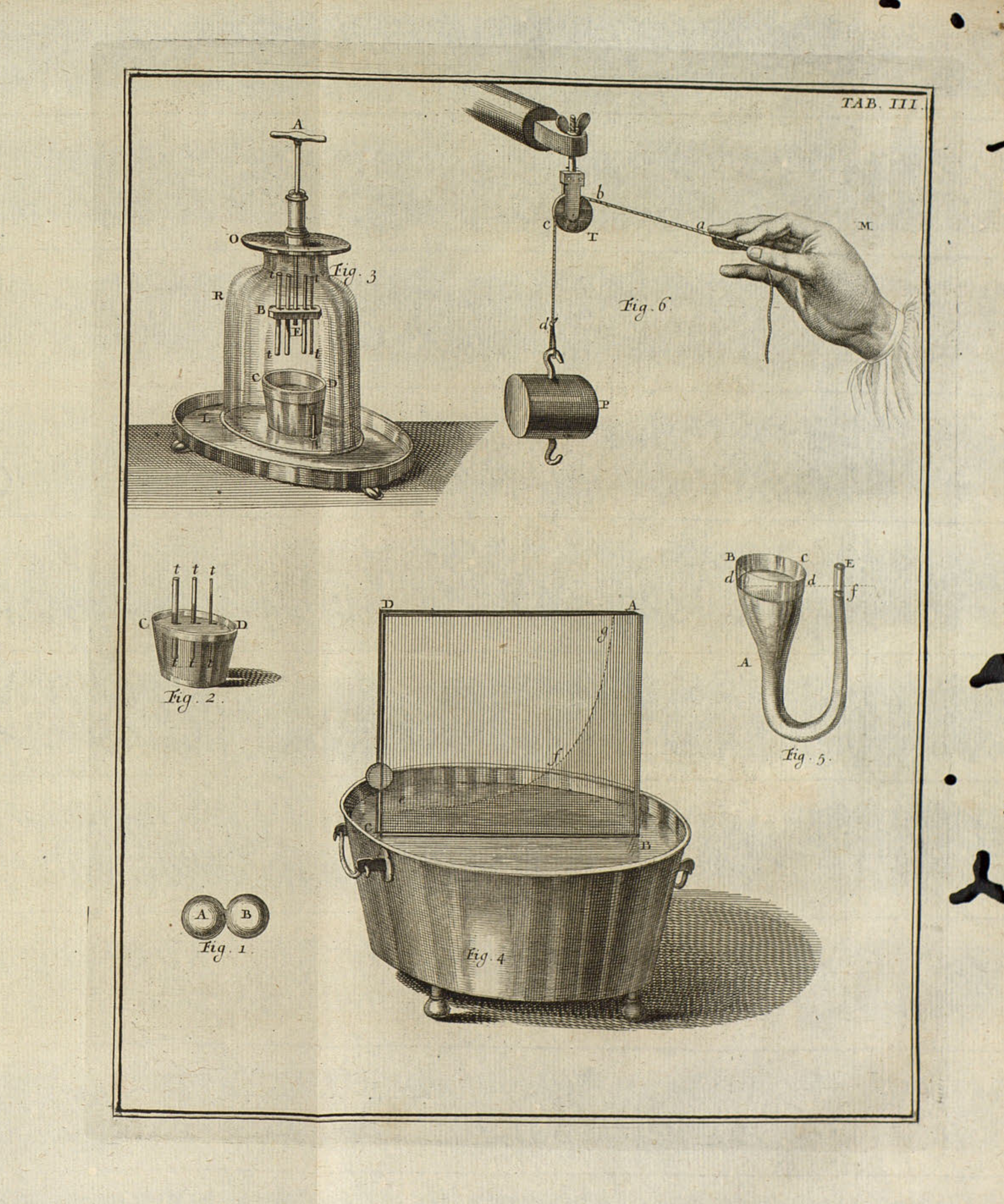
De quibusdam Machinis, quæ in pluribus Experimentis usu veniunt.

DEFINITIO I.

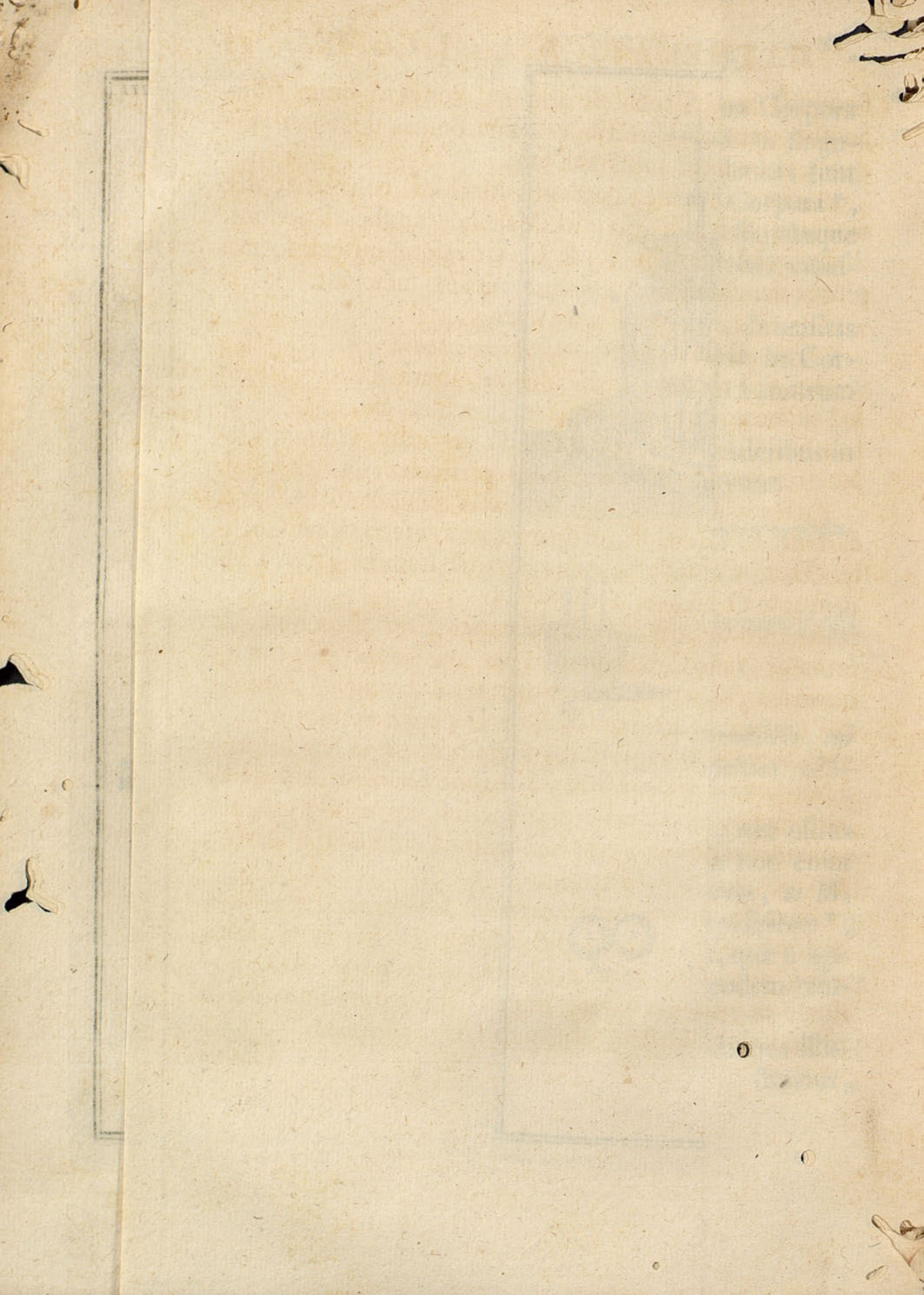
158. TAB. III. Fig. 6. T*Rochlea simplex, est Orbiculus circa Axem volubilis, cui circumpositus Funis Ductarius dictus.* Trochlea exhibetur in T, Funis Ductarius est *a b c d*.

Hac Machinâ Potentiæ directio mutatur, nec ullius alius usus est, quando suo loco est fixa; in hoc enim
159. casu, *Vis, seu Potentia, Funi Ductario applicata, ut* M,
* 144. *Intensitate æqualis impedimento* P, *æquipollet Impedimento* *; Impedimentum enim est contraria Potentia, quæ si agitetur per Spatium transfertur æquale Viæ, eodem tempore, à Potentiâ oppositâ percursæ.

In Experimentis, quibus Potentiarum Actiones illustramus,



TAB. III.
A
O
R
B
E
C
D
L
Fig. 3
b
a
C
T
M
Fig. 6.
d
P
t t t
C
D
Fig. 2.
D
A
g
f
C
B
Fig. 4
B
C
d
d
E
f
A
Fig. 5.
A
B
Fig. 1.



ſtramus, ſæpè Trochleis utimur; Pondera enim adhibentur, quorum directiones, cùm omnes deorsùm tendant, frequenter mutandæ ſunt.

Plurimæ Trochleæ cum ipſis Machinis cohærent, aliæ ſeparatæ ſunt, & diverſis Machinis applicari poſſunt. Tales exhibemus in T, & T. Utriuſque autem formæ plures deſiderantur; quinque aut ſex ſufficiunt. TAB. IV. Fig. 1. 3.

TROCHLEA,

Cujus Capſula circa Axem volubilis eſt.

Hujus Trochleæ Orbiculus *m*, more ſolito rotatur; ſed præterea, quando firmata Trochlea eſt, hujus Capſula mobilis eſt, & poſitâ Caudâ verticali, planum Orbiculi *m*, omnes ſitus poſſibiles verticales adipiſci poteſt. 160. TAB. IV. Fig. 1. 2.

Partes hujus Trochleæ ſeparatas exhibemus in *Fig.* 2. & ſunt. 1. Cauda R, ad quam etiam referri debet Cochlea D. 2. Capſula S, cujus pars eſt Lamina *g*. 3. Tandem ipſe Orbiculus *m*.

Auxilio Caudæ, Machinis conjungitur Trochlea, & firmatur; tunc Caudæ pars *c*, per aperturam quadratam, quam exactè replet, tranſmittitur, & Lamina *b* ſuperficiei Corporis, actione Cochleæ D, arctè applicatur.

Orbiculus *m* capſulâ ſuâ includitur, & in hac ſuſpenditur inter Laminas *g* & *f*, Axeos Orbiculi extremis, in foramina *i*, *i*, penetrantibus ita, ut in his Axis hic verſetur. Lamina *g*, in hoc caſu, ſolido *e* applicatur, & Cochleis *l*, *l*, firmatur.

Idem ſolidum *e* perforatum eſt in *n*; cavitas eſt cylindrica, & in interiori benè levigata. Per hanc penetrat Clavus Chalibeus *q*, exactè cylindricus, benè politus, & qui cavitatem replet. In extremitate ſua *n* paulò latior hæc eſt, ut caput Clavi recipiat.

Clavus hic penetrat in Tubum *a*, Caudæ R; tunc Tubi orificium applicatur solido *e*, quod cum Caudâ conjungitur pinnulâ *p*, quæ per Tubum *a*, & Clavum in Tubo penetrat, ibique hæret.

Conjunctis sic omnibus partibus, Capsula, Orbiculum continens, circa clavum *q* volubilis est.

TROCHLEA,

Caudâ planâ, instructa.

161. TAB. IV. Fig. 3. 4. Hujus Trochleæ constructio, ex inspectione Figuræ satis patet. Partes separatæ in *Fig.* 4. exhibentur: Cauda est *l*, hæc sulco intruditur, ubi Trochlea in aliquo loco firmanda est.

In his *Fig.* 1. 2. 3. 4. *Tab.* IV. dimensiones omnes ad dimidium veræ magnitudinis reductæ sunt.

COLUMNA,

Variis Experimentis, demonstrandis, & Machinis sustinendis, accommodata.

162. TAB. IV. Fig. 5. Columna lignea C in mensâ erigitur, & firmatur Cochleâ B, quæ Caudæ A, infra mensam, per foramen rotundum, penetranti, applicatur.

Perforata hæc Columna est ab *a* ad *b*; & ad anticam posticamque partem explanata hæc est juxta latera aperturæ, quæ ubique ejusdem latitudinis est.

163. Huic Columnæ sæpè jungitur alia minor G, hoc plerumque fit interposito Annulo ligneo E, quem trajicit Cochlea D, quæ etiam penetrat in Columnæ minoris cavitatem *d*, quæ cùm Cochleam contineat ipsi D respondentem facilè firmatur.

164. Eodem modo aliquando Columnæ huic minori G, cum C jam conjunctæ, super imponitur caput H, quod auxilio Cochleæ I, in ipsum caput penetrantis, firmatur.

Coch-

Cochlea exterior F cum Cochleis D & I congruit, & hujus usum statim videbimus.

Figuræ hujus, 5^{tæ}, dimensiones ad sextam partem sunt reductæ.

Brachia varia prædictæ Columnæ applicantur, & exhibentur in *Fig.* 6. 7. 8. 9., reductis dimensionibus tantùm ad semissem.

I. Primum ex his Brachiis exhibetur in Q. Columnæ 165.
ut conjungatur, per foramen *f*, transmittitur Cylindrus TAB. IV. Fig. 6.
aut Cochlea D (*Fig.* 5.), quæ foramen replet, & circa quam Brachium volubile est ita, ut, in situ quocunque, firmari possit, applicatâ Cochleâ F, aut Columnâ minori G.

In extremitate Brachii, datur in *e* foramen rotundum, 166.
per quod transit Cauda Unci V, quæ in ipso foramine volubilis est, & firmatur Cochleâ R, interpositâ lamellâ cupreâ *l*, ne lignum Cochleæ compressione lædatur.

II. Secundum Brachium delineatum habemus in M; 167.
hujus Cauda N in Columnæ aperturam *a b* (*Fig.* 5.) in- TAB. IV. Fig. 7.
truditur; cujus latitudinem Cauda hæc exactè replet, dum in ipsâ mobilis est, ita, ut Brachium in loco quocunque aperturæ firmari possit, auxilio Cochleæ O, P.

In Brachii extremitate explanatâ foramina duo dantur *d*, & *c*, rotundum unum, quadratum alterum.

In primo firmari potest uncus V Brachii primi, ut hoc 168.
de foramine *e* (*Fig.* 6.) diximus *. * 166.

Secundum foramen *c* usu venit, quando Trochlea T 169.
(*Fig.* 1.) Brachio applicanda est *; congruit enim fo- * 160.
ramen cum ipsâ Caudâ Trochleæ.

III. Brachium tertium A, eodem modo ut sequens, 170.
Columnæ conjungitur, quando huic superimposita est TAB. IV. Fig. 8.
Co-

* 163. Columna minor G (*Fig.* 5.)*, cujus Cochlea I, per foramen *f* Brachii, transit, & firmatur ut de Brachio
* 165. primo diximus *.

171. Brachium, de quo agimus, A latius est in anteriore parte B C. Armata est pars hæc Laminâ cupreâ E C B D, in extremitatibus latera Brachii versùs inflexâ; ut sustineat Orbiculos O, O, volubiles circa Axes ut D, & inter Brachium & Laminam suspensos.

172. Lamina hæc in medio latior est ita, ut ultra lignum promineat; in qua parte prominente tria dantur foramina, unum in medio *g*, duo lateralia, æqualiter à *g* distantia, *e*, *e*. Uncus etiam V cum hoc Brachio cohæret; sed de ipsius situ dicam ubi de usu ejusdem agam.

173. Quartum Brachium A, Columnæ conjungitur ut de
TAB. IV. Fig. 9. tertio dictum *.
* 170. Prominentiam in anteriori parte habet E, in quâ fir-
* 160. mari potest Trochlea T (*Fig.* 1.)*; hujus Cauda tunc trajicit foramen quadratum *c*, cum quo pars quadrata Caudæ congruit.

174. Lamina D B Brachio applicata est; cum hac cohærent unci quinque V, V, V, V, V; de quorum distantiâ, & situ, dicam, ubi ipsorum usum explicabo.

175. Et alia Lamina cuprea F G H I cum Brachio conjuncta est. Hujus pars G H à ligno distat paulò magis semi pollice. In hac Laminæ parte tria dantur foramina angusta; quorum duo extrema apparent in *t*, *t*; medium Lamina M L tegit.

176. Laterali superficiei Brachii Laminæ duæ applicantur Q R, L M. Prima fixa est, & in parte extremâ, quæ ita flexa est, ut cum ipsâ Laminâ angulum efficiat rectum, foramen datur angustum *s*.

Lami-

Lamina L M retinetur Clavo muſcario, circa quem volubilis ipſa eſt; parum nihilominus agitari tantùm poteſt, propter Cochleam *n*, per foramen L penetrantem, quâ tamen, propter hujus foraminis magnitudinem, non omnis motus impeditur. Firmatur autem Lamina auxilio ejuſdem Cochleæ, quando cum hac conjungitur hujus pars exterior N. 177.

In hoc Brachio foramina dantur quatuor, unum apparet in P, tria reliqua in ſuperficie oppoſitâ habentur; his intruduntur paxilli ut X, cum quibus cohærent fila quæ foramina *t*, *t*, *t*, *s*, trajiciunt. 178.

CAPUT X.

De Librâ, & Centro Gravitatis.

Pondera explorantur, id eſt, quantitates Materiæ in ſingulis Corporibus comparantur *, adhibitâ Librâ, aut Bilance, Inſtrumento notiſſimo. 179. *156.

Definitio 1.

Axis Libræ vocatur Linea, circa quam Libra movetur, aut potiùs rotatur. 180.

Definitio 2.

Quando ad longitudinem Brachiorum, ſive Jugi, attendimus, Axis conſideratur ut punctum, & vocatur *Centrum Libræ.* 181.

Definitio 3.

Puncta ſuſpenſionis, aut applicationis, *vocantur*, *puncta in quibus vel actu ſunt, vel liberè dependent*, *Pondera*, *aut Lances*, *quibus Pondera imponuntur.* 182.

Circa hanc Machinam sequentia notanda sunt.

183. *Pondus gravat Punctum, si liberè ab hoc dependeat, ad quamcumque altitudinem, eodem modo ac si in ipso positum intelligeretur.*

Pondus enim Corporis ad omnes altitudines æqualiter trahit Funem quo suspenditur *.

* 149. 150.

EXPERIMENTUM 1.

184. TAB. VI. Fig. 1. Libræ AB, Pondus P, ope funis BD, applicatur, & ad varias suspenditur altitudines; & eo situs Libræ non mutatur.

185. *Actio Ponderis ad movendam Libram eò major est, quò magis Punctum, Pondere gravatum, à Centro Libræ distat; & hæc Actio sequitur proportionem distantiæ prædicti Puncti ab illo Centro.*

TAB. VI. Fig. 2. Quando Libra rotatur, in eodem Libræ motu, Punctum B percurrit Arcum B*b*, & Punctum A Arcum A*a*, quorum ultimus maximus est; in illo ergò Libræ motu actio ejusdem Ponderis varia est, pro Puncto cui applicatur, & sequitur proportionem Spatii ab hoc Puncto percursi *; est ergò in A, ut A*a*, in B, ut *Bb*; Arcus verò hi sunt inter se ut CA, CB.

* 151. 141.

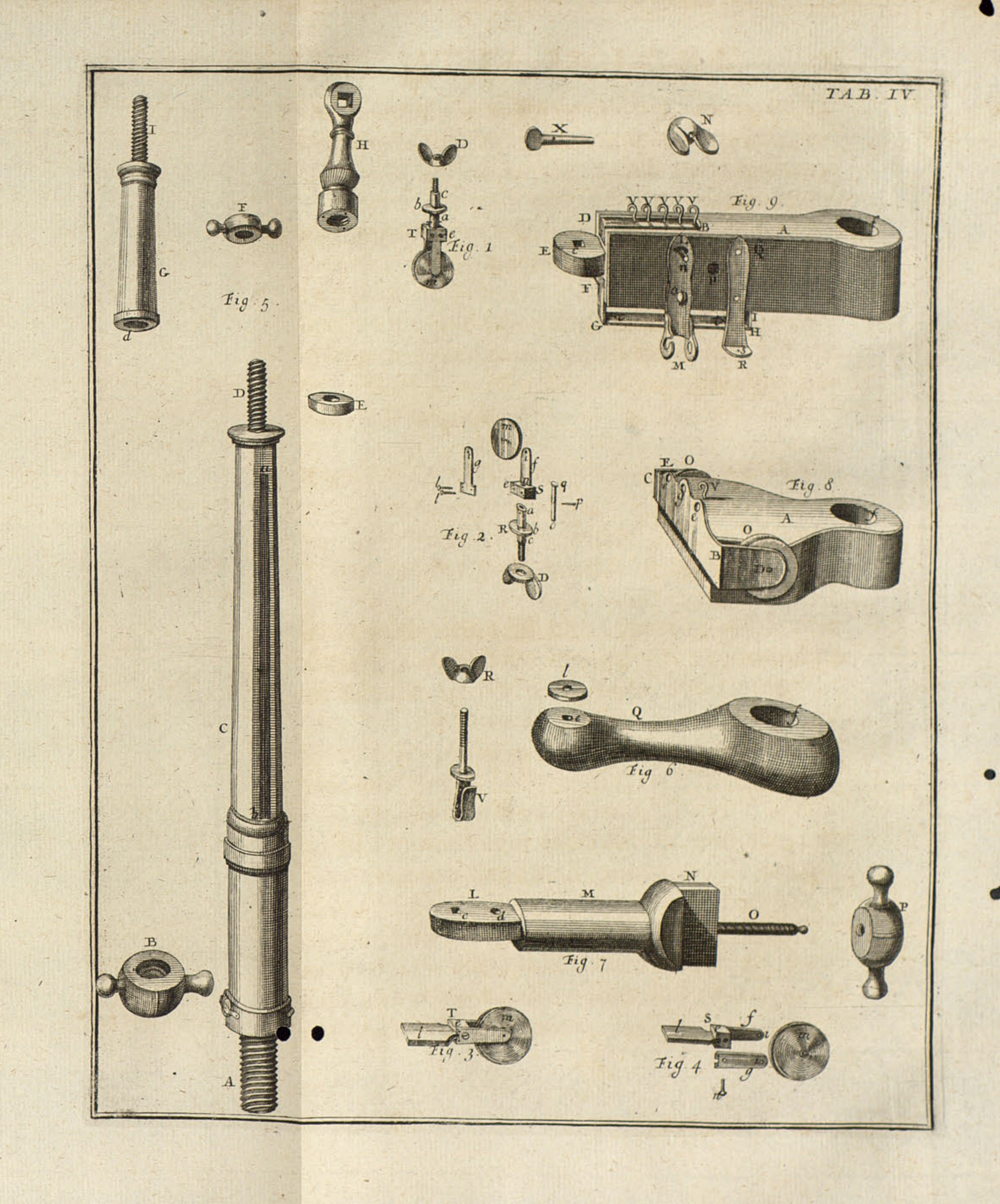
EXPERIMENTUM 2.

186. TAB. V. Fig. 3. Libræ AB, cujus jugi longitudo est duorum pedum, brachia singula in partes centum æquales divisa sunt, posito divisionum initio in ipso Centro Libræ.

Actio Unciæ unius, applicatæ 60. divisioni, æqualis est actioni trium Unciarum 20. divisioni suspensarum.

187. Ut hoc Experimentum, cum quibusdam sequentibus, commodè instituatur, varia dantur Pondera ænea unius Unciæ, ut P, quæ divisionibus Jugi applicari possunt, & in inferiori parte uncum habent. Dantur quoque Lances

ces


TAB. IV.
Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 8
Fig. 9

ces variæ, ut L, quæ singulæ, cum filis & unco quo suspenduntur, exactissimè etiam ponderant Unciam unam.

Actiones Ponderum in Libram, cæteris paribus, differre, ut ipsa Pondera differunt, clarum est. Hæ autem Actiones non possunt differre nisi respectu Ponderum aut distantiarum à Centro; unde deducimus; *Actionem Ponderis ad movendam Libram sequi rationem compositam ipsius Ponderis, & distantiæ hujus à Centro Libræ* *. Multiplicando Pondus per suam à Centro distantiam productum exprimit Actionem. 188. 189. * 185.

DEFINITIO 4.

Libra in æquilibrio dicitur, quando Actiones Ponderum in utrumque brachium, ad movendam Libram, sunt æquales ita, ut sese mutuò destruant, ut in præcedenti Experimento. 190.

DEFINITIO 5.

Quando Libra est in æquilibrio, Pondera ab utrâque parte dicuntur æquiponderare. 191.

Pondera inæqualia possunt æquiponderare; Datur tale æquilibrium, quando distantiæ à Centro sunt reciprocè ut Pondera *. In hoc enim casu, si unumquodque Pondus per suam distantiam multiplicetur, producta erunt æqualia *. Confirmatur hæc Propositio præcedenti Experimento. 192. * 189. 190. * 16. El. VI.

Hoc fundamento nititur Statera Romana, quâ unico Pondere Corporum gravitates explorantur. 193.

EXPERIMENTUM 3.

Statera Romana AB duo habet brachia admodùm inæqualia; breviori Lanx applicatur: alterum in partes æquales dividitur, posito divisionum initio in Centro motûs; divisiones majores numeris notantur, & singulæ in octo minores, æquales quoque inter se, iterùm dividun- 194. TAB. VI. Fig. 4.

 vidun-

viduntur. Pondus tale ei applicatur, ut, in primâ divisione majori suspensum, æquiponderet cum Semi-librâ Lanci impositâ: tum Corpus explorandum Lanci imponitur, & Pondus memoratum per longitudinem brachii movetur, donec detur æquilibrium; divisiones majores inter Pondus & Libræ Centrum interceptæ, Semi-librarum numerum denotant, quas Corpus ponderat; subdivisiones Uncias indicant. Minus etiam Pondus quodcunque adhiberi potest, quo minores differentiæ inter Corporum pondera determinari queunt.

195. Eodem etiam nititur fundamento Bilanx fallax, cujus nempe brachia sunt inæqualia.

EXPERIMENTUM 4.

196. TAB. VI. Fig. 5. Libræ superiùs memoratæ * duæ Lances, ponderis inæqualis, ut detur æquilibrium, applicantur, ab unâ parte centesimæ, ad alteram nonagesimæ sextæ divisioni. Si tunc duo Pondera dentur quæcumque, quæ sint inter se ut 24. ad 25, ex. gr. primum duodecim Unciarum, secundum duodecim Unciarum cum semisse, & illud primæ Lanci, hoc verò secundæ, imponatur, æquiponderabunt.

* 186.

197. *Plurima Pondera, variis divisionibus brachii ejusdem applicata, cum unico Pondere possunt æquiponderare.* Requiritur, ut productum hujus Ponderis, per suam distantiam à Centro, æquale sit summæ productorum omnium aliorum Ponderum, singulatim unumquodque per suam distantiam à Centro multiplicatorum.

EXPERIMENTUM 5.

198. TAB. V. Fig. 1. In uno Libræ brachio Pondus duarum Unciarum vigesimæ divisioni, Pondus unius Unciæ trigesimæ, & tandem Pondus trium Unciarum sexagesimæ divisioni, applicantur; & æquilibrium datur, si Pondus unicum quinque

que Unciarum quinquagesimæ divisioni, alterius brachii, suspendatur.

Multiplicando 50 per 5, productum habemus 250. In alio brachio tria habemus producta, 20 × 2 id est 40, 30 × 1, id est 30, & 60 × 3, nempe 180. Colligendo nunc 40, 30, 180, in unam summam, etiam habemus 250.

Plurima Pondera, numero inæquali, ad utramque partem 199.
applicata, possunt æquiponderare. In hoc casu, si unumquodque multiplicetur per suam distantiam à Centro, summæ productorum ab utrâque parte erunt æquales: &, si summæ istæ sunt æquales, datur æquilibrium.

EXPERIMENTUM 6.

Ex inspectione figuræ Experimentum hoc satis patet. 200.
Multiplicando singula Pondera, per suas à Centro distan- TAB. V. Fig. 2.
tias, habemus ab unâ parte producta 15, 40, 110, 80, 90, 500, ad aliam partem 70, 105, 300, 360: quorum summa utraque est 835.

Ad perfectionem Libræ requiruntur. 1. Ut puncta sus- 201.
pensionis Lancium, aut Ponderum, sint exactè in eâdem lineâ cum Centro Libræ. 2. Ut ab utrâque parte exactè ab isto Centro æquidistent. 3. Ut Libræ brachia, quantùm commodè fieri potest, sint longa. 4. Ut in motu Jugi & Lancium, quantùm fieri potest, parvus sit attritus. 5. Ut partes Axeos, quæ Jugo separantur, sint exactissimè in eâdem lineâ rectâ. 6. Tandem ut Centrum Gravitatis Jugi detur paululùm infra Centrum motûs.

DEFINITIO 6.

Centrum Gravitatis vocatur punctum in Corpore, circa quod 202.
omnes partes Corporis, in quocumque situ positi, in æquilibrio sunt.

Corpora singula, aut varia juncta, sive sint contigua, si- 203.

ve ſeparata, commune Centrum Gravitatis habere, in Scholio ſequenti 1°. demonſtramus.

204. *Quando Centrum Gravitatis ſuſtinetur, Corpus quieſcere poteſt*; quia inter partes oppoſitas æquilibrium datur.

EXPERIMENTUM 7.

205. TAB. VI. Fig. 6. Corpus A ſuſtinetur & quieſcit, quia hujus Centrum Gravitatis *c*, ſuſtinetur à fulcro F.

206. *Quando Centrum Gravitatis non ſuſtinetur, Corpus movetur donec ſuſtineatur Centrum hoc.* Non enim circa aliud punctum partes oppoſitæ ſunt in æquilibrio.

EXPERIMENTUM 8.

207. TAB. V. Fig. 3. Corpus A menſæ impoſitum cadet, & Corpus B in ſitu, in quo repræſentatur, non manebit, quia horum Centra Gravitatis non ſuſtinentur.

Ex hiſce cauſa deducitur, quare Corpora quædam, Planis inclinatis impoſita, devolvantur; & alia ſimpliciter labantur.

EXPERIMENTUM 9.

208. TAB. V. Fig. 4. Corpus A labitur, quia hujus Centrum Gravitatis à Plano inclinato ſuſtinetur, id eſt, linea verticalis, quæ per hoc Centrum tranſit, Planum inclinatum ſecat in baſi Corporis. Corpus verò B devolvitur, quia verticalis linea, quæ tranſit per Centrum Gravitatis, ſecat planum inclinatum extra Corpus.

209. Ex prædictis etiam ſequitur, Corpus deſcendere quando Gravitatis Centrum deſcendit, id eſt, Terræ Centrum versùs movetur.

Aliquando in hoc caſu Corpus adſcendere videtur: ſæpè etiam reverà, ſi integrum ipſius volumen conſideremus, aſcendit; quando Centrum figuræ Corporis cum Centro Gravitatis non coincidit.

Ex-

EXPERIMENTUM 10.

Duo Plana I H L M & F D E verticalia, ita disponuntur, ut angulum contineant; quare distantia E L minor est distantiâ D H; puncta autem D, H, magis elevata sunt quàm E, L. 210. TAB. VII. Fig. 1.

Inter hæc Plana ponitur rota A, cujus axis B formatur ex duobus conis, quorum bases ipsi rotæ applicatæ sunt. Rota à lateribus D E, H L, Planorum sustinetur, & sponte D H versùs, ubi elevatio maxima est, tendit.

Propter majorem inter Plana distantiam in D H, Rota A, cujus axis ab utrâque parte est conus, magis descendit inter Plana, quando illam partem versùs movetur; ideò Gravitate suâ huc fertur, si modò descensus inter Plana superet adscensum, ex anguli H C D inclinatione ad horizontem oriundum.

EXPERIMENTUM 11.

Cylindrus ligneus A, intus à latere continet cylindrum plumbeum P, qui capsulâ ligneâ *b d* continetur, ut firmetur. Centrum Gravitatis est in sectione ad basin parallelâ, cylindrum in duas partes æquales dividente, & in puncto, respondenti puncto basis *c*. 211. TAB. V. Fig. 5.

Cylindrus hic utcunque positus, movebitur, donec Centrum Gravitatis memoratum sit in infimo, ad quem pervenire potest, loco.

Si Plano inclinato imponatur, in eo situ in quo hìc delineatur; descendet Centrum Gravitatis, dum Corpus juxta planum adscendet, positâ justâ plani inclinatione.

Adscendit Corpus dum rotatur partem plani superiorem versùs; sed dùm sic rotatur, cavendum ne juxta planum labatur; retinetur autem Fune, quo pro parte Cylindrus circumdatur, cujus extremitas Cylindro in F connectitur,

ctitur, extremitate alterâ in E plano affixâ manente.

Ulterius ex iis, quæ de Centro Gravitatis dicta sunt,
212. deducimus; *Punctum, in quocunque Corpore, aut Machinâ, quod sustinet Centrum Gravitatis Corporis, totum hujus pondus sustinere: integramque Vim, quâ Corpus Terram versùs tendit, in hoc Centro quasi coactam dari.*

EXPERIMENTUM 13.

213. TAB. V. Fig. 6. Si Regula A B, brachio Libræ suspendatur, & æquiponderet cum pondere P, in omni situ æquiponderabit; quia Centrum Gravitatis C eodem modo sustinetur, & eidem puncto suspensionis semper respondet.

SCHOLIUM I.

De Centro Gravitatis.

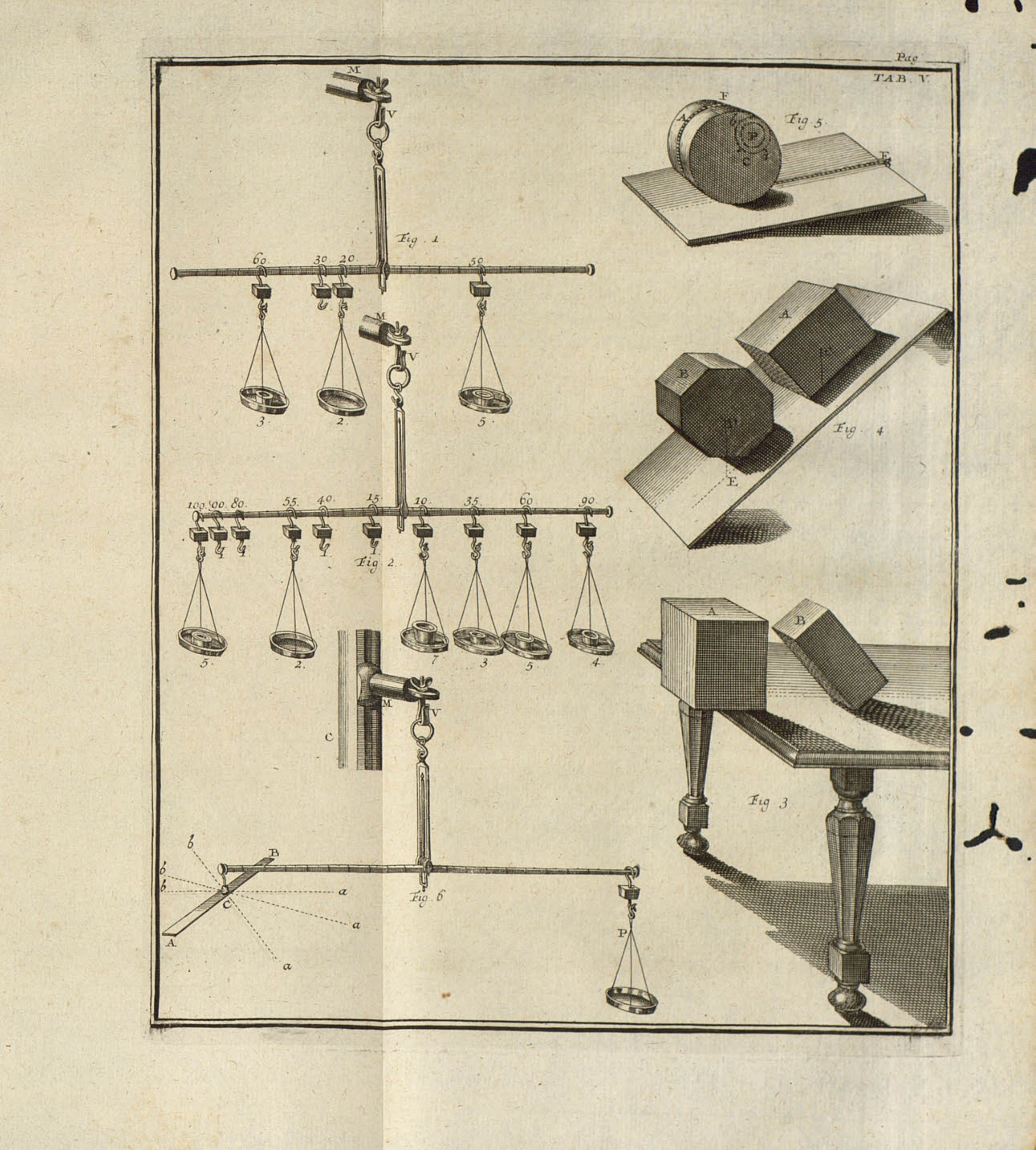
Centrum Gravitatis diximus esse Punctum in Corpore, circa quod omnes
202. hujus partes, in quocunque situ ponatur, sunt in æquilibrio: tale Punctum in Corpore quocunque revera dari, cum plerisque Mechanicis posuimus, hoc nunc demonstrabimus.

214. TAB. VI. Fig. 7. Sint Puncta duo Gravia A & B, inæqualem quamcunque Gravitatem habentia; concipiantur hæc juncta, lineâ inflexibili, rectâ, sine pondere; Detur in hac Punctum C tale, ut C A sit ad C B, ut pondus Puncti B ad pondus Puncti A. Pondera hæc in æquilibrio erunt circa C, & quidem in situ quocunque,
*185. ut ex ante demonstratis * deducitur; ideò si sustineatur Punctum C, sustinentur Puncta A & B, & harum actio in puncto C quasi coacta est.

Detur tertium Punctum grave D, ponderis cujuscunque; jungantur D & C, etiam rectâ inflexibili, ponderis experti; sitque in hac Punctum E, ita determinatum, ut E C se habeat ad E D, ut pondus Puncti D ad summam ponderum Punctorum A & B.

Si A & B juncta darentur in C, circa E daretur æquilibrium, positâ lineâ
*185. CD in situ quocunque *: sed A & B, ut demonstravimus, in situ quocunque lineæ AB, agunt quasi in C juncta essent; ergò tria Pondera A, B, D, lineis inflexibilibus conjuncta, in situ quocunque, in æquilibrio sunt circa Punctum E; quod ergò est Centrum Gravitatis trium Punctorum. Puncta hæc etiam nullum aliud habere Centrum Gravitatis, præter Punctum E, ex eâdem demonstratione constat.

Si quartum daretur Punctum Grave, lineâ inflexibili, rectâ, jungendum hoc foret


Pag.
TAB. V.
Fig. 1
Fig. 2.
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6

foret cum E, & simili demonstratione constaret, quatuor Puncta commune habere Gravitatis Centrum, & unicum hoc esse.

Cùm verò eadem demonstratio ad numerum quemcunque Punctorum referri possit, applicari poterit omnibus Punctis Gravibus, ex quibus *Corpus quodcunque* constat: *habet* ideò Corpus *Centrum Gravitatis*, *& unicum tale habet Centrum*. 215.

De Centri Gravitatis Investigatione.

Dentur Corpora, numero quocunque, quorum commune Gravitatis Centrum sit C; per hoc concipiamus Planum horizontale, quod sit Planum ipsius figuræ. Sint Centra Gravitatis ipsorum Corporum A, B, D, E, F; si Centra hæc in ipso Plano horizontali memorato non dentur, ad hoc referenda sunt lineis verticalibus, & eodem modo Planum Corpora gravabunt ac si ipsorum Centra Gravitatis darentur in Punctis, in quibus lineæ hæ verticales Planum secant*. 216. TAB. VI. Fig. 8. * 183.

Sustineatur Planum lineâ GH; habentur Actiones Ponderum ad movendum Planum circa lineam GH, *multiplicando Pondus unumquodque per suam distantiam à lineâ* GH*, & summa productorum dat integram Actionem, quâ omnia Pondera simul Planum premunt, ad hoc circa GH agitandum. 217. * 189.

Omnia autem Pondera agunt, quasi essent in C*; idcircò habetur etiam ipsorum Actio, multiplicando summam Ponderum per distantiam Puncti C à lineâ GH: *Si* ergò *summa* memorata *productorum*, quæ, ut patet, huic ultimo producto æqualis est, *dividatur per summam Ponderum*, *datur in quotiente distantia Centri Gravitatis à lineâ* GH. * 212.

Quando agitur de Ponderibus, quæ lineis verticalibus ad Planum horizontale referuntur, distantiæ Punctorum, ad quæ Pondera referuntur, à lineâ GH, sunt æquales distantiis Centrorum Gravitatis ipsorum Corporum à Plano verticali, per GH transeunti.

Cùm verò hæc demonstratio locum habeat in quocunque situ Corpora dentur, si lineis inflexilibus, & sine pondere, Corpora inter se cohæreant, nullum potest concipi Planum, quod non, servato ipsius situ respectu *Corporum*, possit fieri verticale; unde sequitur datis Corporibus & Plano quocunque, *distantiam Centri Gravitatis à Plano detegi*, *multiplicando pondus uniuscujusque Corporis per sui Centri Gravitatis distantiam à Plano*, *& dividendo productorum summam per summam Ponderum omnium Corporum*. 218.

Si similem demonstrationem applicemus Plano, quod inter Corpora transit, differentia, inter summas productorum ab utrâque parte, per Ponderum summam dividenda erit, ad detegendam memoratam distantiam Centri Gravitatis à Plano. 219.

Ex hisce deducimus methodum, quâ *investigatur Centrum Gravitatis*; *quærendo hujus distantiam à tribus Planis* *. Quæ *eadem methodus ad Corpus quodcunque peculiare applicari potest*, *referendo ad hujus partes*, *quæ de diversis Corporibus sunt demonstrata*. 220. 221. *218.

Si Corpora, quorum commune Gravitatis Centrum quæritur, *sua peculiaria Gravitatis Centra in eodem Plano habeant*, *determinatur quæsitum Centrum*, *detegendo hujus distantiam à duabus Lineis* *, *utcunque in eodem hoc Plano ductis*. 222. *217.

Quando peculiaria Gravitatis Centra in eâdem Lineâ dantur, *detegitur commu-* 223.

ne Gravitatis Centrum operatione unicâ, quâ hujus distantia à Puncto quocunque, in eâdem illâ Lineâ sumto, determinatur; multiplicando nempe unumquodque Pondus per distantiam à Puncto adsumto, & summam productorum dividendo per Ponderum summam, in quotiente dabitur Centri quæsiti distantia à Puncto adsumto, si omnia Pondera dentur ad eandem partem. Sed si inter Pondera Punctum adsumtum detur, producta ab unâ parte subtrahenda erunt ex summâ productorum ad aliam partem Puncti adsumti, & hæc differentia, divisa per summam Ponderum, dabit quod quærimus.

SCHOLIUM II.

Arithmetica Mechanica.

224. REgulæ quatuor Arithmeticæ, Additio, Subtractio, Multiplicatio, & Di-
* 186. visio, ope Libræ superiùs memoratæ *, cujus brachia in partes æquales sunt divisa, facilè institui possunt, Operationumque demonstratio ex ante memoratis quàm facillimè deducitur; satis ideò erit ipsas Regulas exemplis illustrare.

Habeatur pondus quodcunque pro Unitate; Uncia Ex gr.; decima pars Unciæ eodem modo posset adhiberi.

225. Sit numerus 364 Libræ applicandus; tres Uncias centesimæ applico divisioni & Unciam unam divisioni $64^{tæ}$.

226. Gravetur brachium Libræ utcunque; quem numerum valeat actio hæc, determinamus, suspendendo in centesimâ divisione brachii oppositi pondus, quod augeatur additâ successivè Unciâ atque Unciâ, donec actio hæc prævaleat: ponamus novem Uncias nondum æquilibrium dare, decem autem excedere; relictis novem, motu unius juxta brachium quæro æquilibrium, detur hoc ubi pondus ad 47 divisionem pervenit, actio quæsita valebit 947.

227. ADDITIO. Sint addenda 34, 54, 268, 407, 45 65. Separatim numeros
*225. hos applico eidem brachio Libræ *; quæro hujus actionis valorem *; & dete-
*226. go 873, summam quæsitam.

228. SUBTRACTIO Ex summa numerorum 567, 258, subtrahendi sunt nu-
*225. meri 489, & 56. Numeros primos uni applico brachio *; subtrahendos alteri
*225. applico *, & quæro quantum valeat actio, quâ æquilibrium instaurari potest *,
*226. & detego differentiam quæsitam 280.

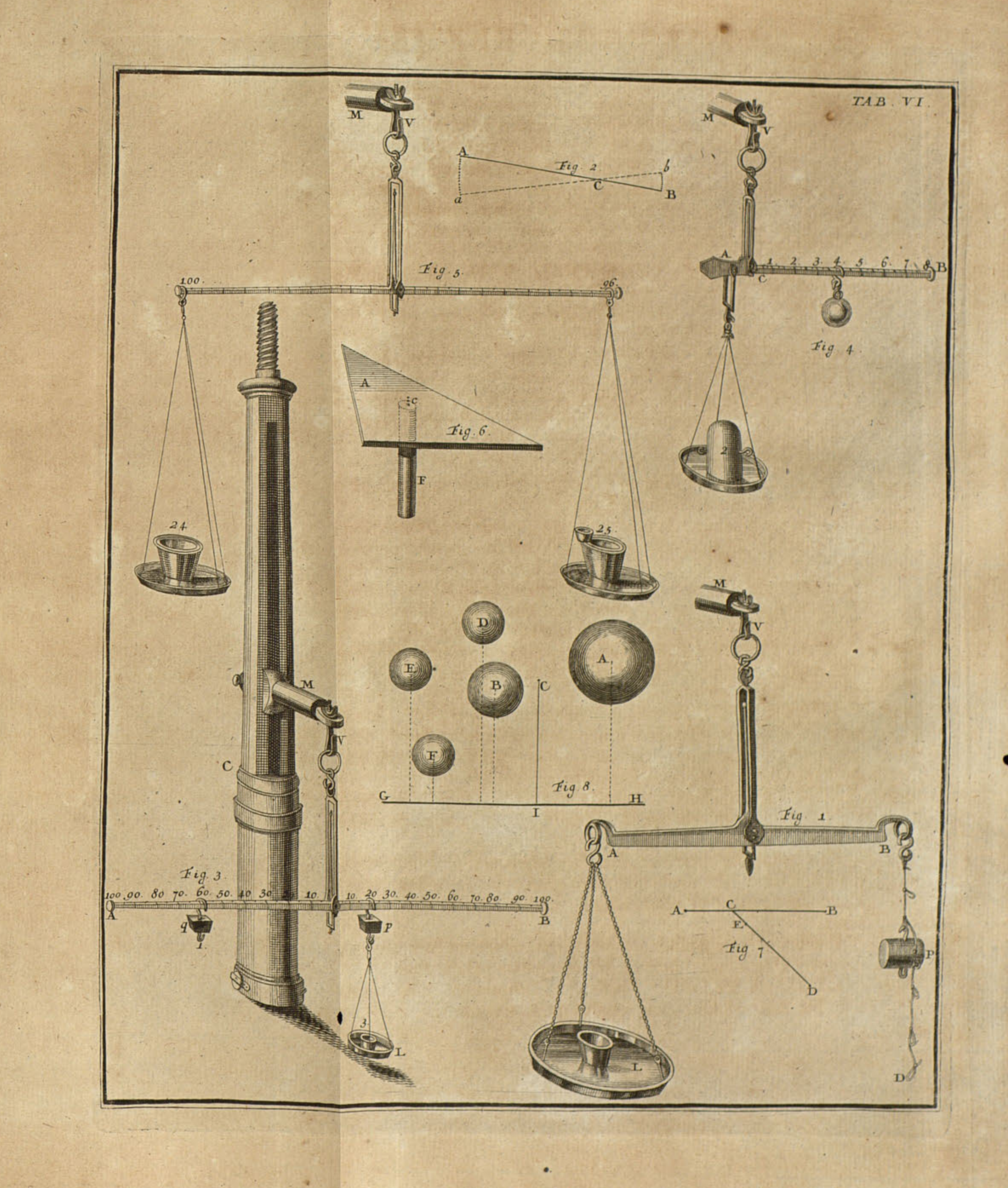
229. MULTIPLICATIO. Detur numerus 67, multiplicandus per 15. Pondus
*226. 15 suspendo divisioni 67, & quæro valorem *, quo productum quæsitum * detego 1005.

230. DIVISIO. Sit 1005. numerus dividendus per 15 Numerum dividendum ap-
*225. plico Libræ *, & movendo pondus quindecim juxta brachium, quæro æquilibrium, quod datur ubi pondus ad 67 divisionem, quotientem designantem, pervenit.

Præstat in hisce duabus ultimis Operationibus, ut & in sequenti, minori pondere pro Unitate uti; sit ergò Unitas decima pars Unciæ.

231. REGULA PROPORTIONIS. Multiplicatione & Divisione peragitur; sed, hac adhibitâ Machinâ, unica Operatio sufficit. Datis 77, 130 :: 63, quæritur




TAB. VI.
Fig 1
Fig 2
Fig. 3
Fig 4
Fig 5
Fig. 6
Fig 7
Fig 8

ritur quartus Proportionis terminus. Tredecim Uncias cum duabus partibus decimis, id est, pondus quod valet 132 applico divisioni 63^{a}. Divisioni autem 77^{mae}, alterius brachii, applico pondus quod mutandum donec æquilibrium habeatur; sic tentando detego pondus desiderari decem Unciarum cum octo partibus decimis, quod indicat numerum quæsitum esse 108.

CAPUT XI.

De Vecte, Machinarum simplicium primâ.

Definitio I.

Vectis à Mathematicis vocatur Linea recta, inflexibilis, Ponderibus sustinendis, aut elevandis, accommodata, Ponderis vel nullius, vel saltem æquabilis, ut AB. 232. TAB. VII. Fig. 2. 3. 4.

Ubi Pondera elevanda sunt applicatur Linea hæc Fulcro, ut circa punctum mobilis sit.

Inter Machinas, quæ simplices vocantur, primum locum occupat, est omnium simplicissima; & usu venit, quando Pondera ad parvam altitudinem elevanda sunt.

Quatuor aliæ dantur Machinæ simplices, de quibus in tribus Capitibus sequentibus.

Circa Vectem tria considerari debent. 1. Pondus sustinendum, aut elevandum, P. 2. Potentia, quâ sustinetur, aut elevatur, quæ hîc Pondere Q designatur, & vulgò est actio Hominis. 3. Fulcrum, quo Vectis sustinetur, & super quo movetur, aut potiùs rotatur, dum ipsum immobile manet, F. 233. TAB. VII. Fig. 2. 3. 4.

Vectes ad tria Genera referuntur. 234.

1. Vectis est primi generis, quando Fulcrum inter Pondus & Potentiam collocatur. TAB. VII. Fig. 2.

2. Secundi generis dicitur, quando Pondus inter Fulcrum & Potentiam Vecti applicatur. TAB. VII. Fig. 3.

TAB. VII. Fig. 4. 3. In Vecte tertii generis Potentia agit inter Pondus & Fulcrum.

In omnibus casibus regulæ eædem locum habent, quæ
* 185. ex iis, quæ de Librâ dicta sunt *, sequuntur, & quæ analogiam inter Libram & Vectem ostendunt. Vectis primi generis est quasi Statera Romana ad elevanda Pondera accommodata.

235. *Actio Potentiæ, & Ponderis resistentia, crescunt in ratione*
* 185. *distantiæ à Fulcro* *; ideòque, *ut Potentia valeat ad sustinendum Pondus, requiritur, ut distantia Puncti in Vecte, cui applicatur, sit ad Ponderis distantiam, ut Pondus ad Potentiæ In-*
* 192. *tensitatem* *, *quæ si paululum augeatur, aut magis à Fulcro removeatur, Pondus elevat.*

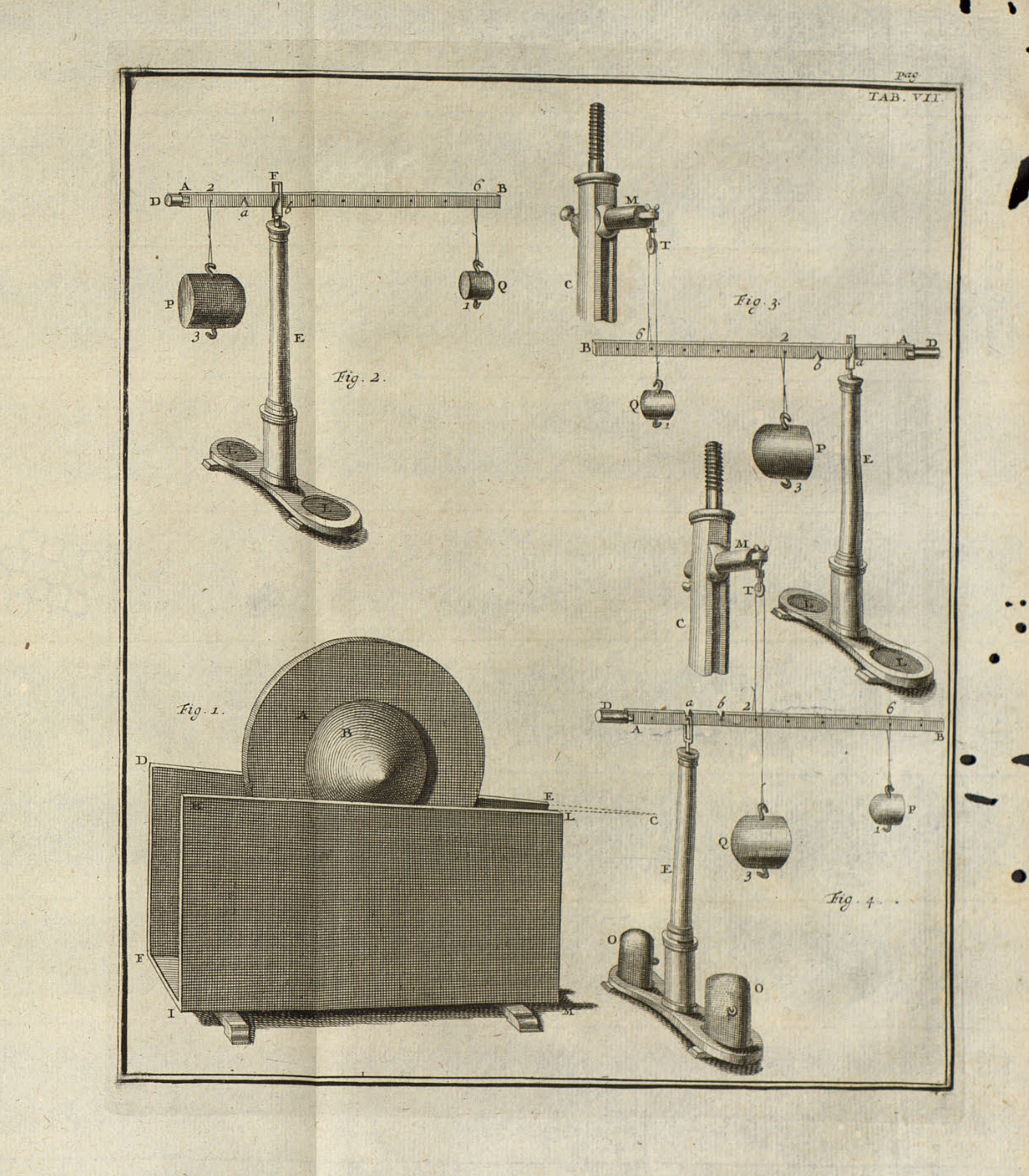
EXPERIMENTUM 1. 2. & 3.

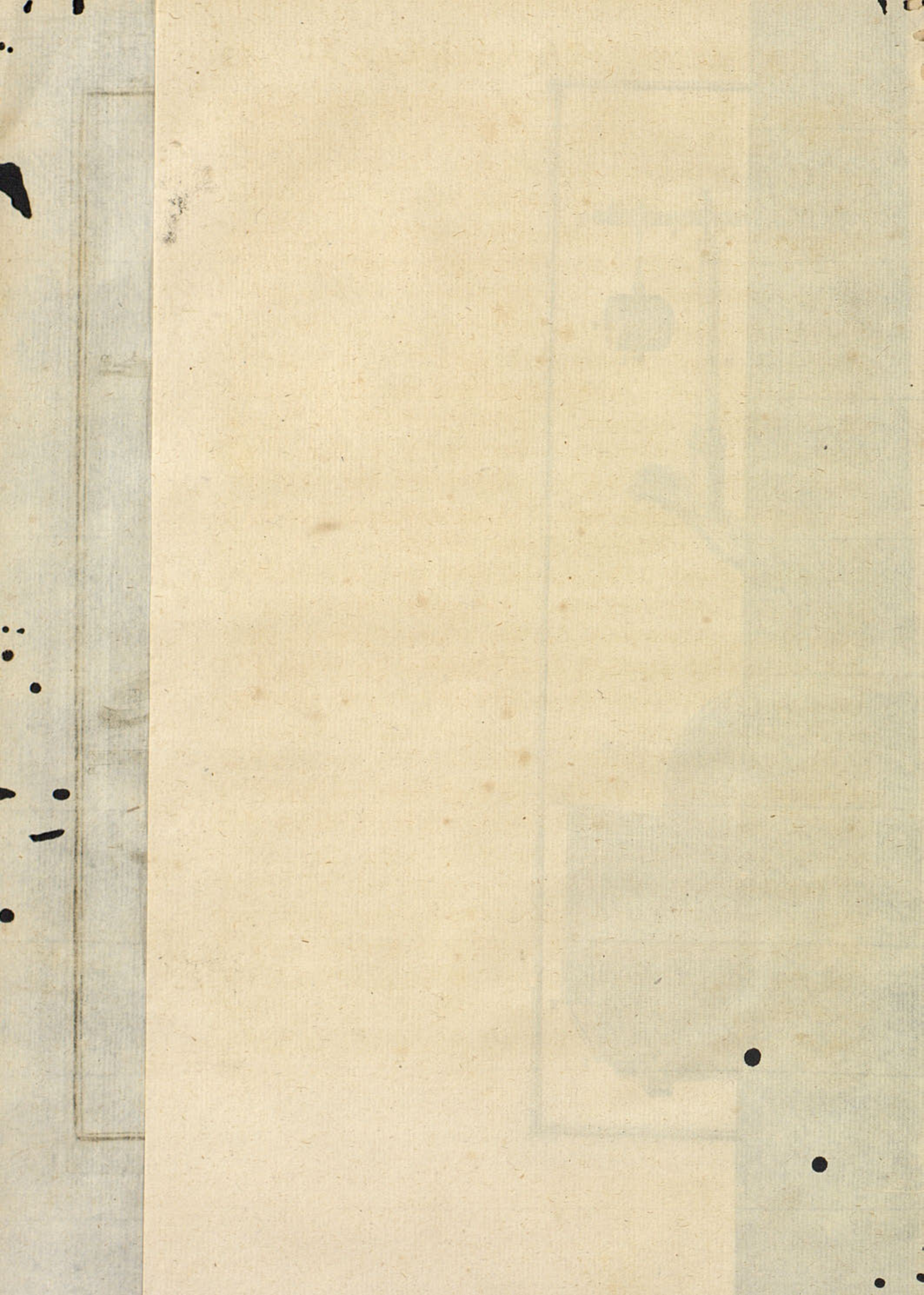
236. Hæc regula Experimentis confirmatur in tribus me-
TAB. VII. Fig. 2. 3. 4. moratis Vectibus, ut patet in *Fig.* 2. 3. & 4. *Tab.* VII.; Æquilibrium enim datur, quando Pondus P, & Pondus Q quod Potentiam repræsentat, ut & distantiæ à Fulcro F, proportionem habent, quæ datur inter numeros in Figuris.

237. Regula ex duriori ligno usu venit, quæ ut ipsa in Æquilibrio sit, huic applicatur Pondus ut D, quod eò majus desideratur, quò minus à Regulæ ligneæ extremitate removetur Fulcrum; quare in A Cochleam habemus prominentem, cujus ope cylindrus cupreus D, qui variari potest, cum Vecte conjungitur.

Ne autem Regulæ ligneæ latitudo turbet Experimentum, in medio hujus latitudinis foramina dantur, ita ut Lineæ, per medium hoc ductæ, Potentiæ & Pondera applicentur. Incisiones etiam dantur duæ *a* & *b* in quas Fulcrum ita penetrat, ut ipsa dicta Linea immediatè sustineatur.

Re-


pag.
TAB. VII.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.



Reliqua ulteriori explicatione non indigent; C est columna * sæpiùs jam adhibita. * 162.

238. Quæ de conferendâ Potentiâ cum Pondere elevando diximus *, ad Vectem obliquum etiam applicari possunt. TAB. VIII. Fig. 1. Sit talis Vectis A C B ex duabus Regulis A C, C B, angulum in C efficientibus, constructus. Fulcro Punctum * 235. C applicatur, & circa hoc Vectis rotatur: manifestum est in motu Vectis, ex situ A C B in situm *a* C *b*, angulos æquales esse A C *a*, B C *b*, & vias percursas A *a* & B *b* à Punctis A & B, esse inter se ut distantias, A C, B C. Hac de causâ ut Potentia, in B perpendiculariter ad B C applicata, sustineat Pondus in A, desideratur ut ratio inter hoc & Intensitatem Potentiæ illa ipsa sit, sed inversa, quæ datur inter A C & B C *. * 145.

EXPERIMENTUM 4.

239. Vectis obliquus A B, Fulcro impositus, in tali situ quiescit, in quo linea *c a* horizontalis est; quod obtinetur pondere D, in extremitate A cum Vecte conjuncto. Pondus P trium Librarum in *a* suspensum, sustinetur Potentiâ Q, quæ valet libram unam; quia *a c*, ad *c b*, ut 1, ad 3. TAB. VIII. Fig. 2.

Filum cui connectitur Q, angulum rectum cum latere Vectis *c b* efficit; quod quomodo præstetur Figura demonstrat. Trochlea T caudam habet *, quæ firmatur, dum cavitati, in latere Mensæ, intruditur. * 161.

240. Vecte etiam utuntur Operarii ad Pondera vehenda; & hujus usûs Vectis varii dantur casus, digni qui notentur, & quorum demonstratio ex dictis facilè deducitur.

241. Circa omnes casus generaliter observandum, *Intensitatem Potentiæ, aut Intensitates Potentiarum junctas, quando plurimæ dantur, æquè pollere debere cum Gravitate Ponderum*

vehendorum, *aut sustinendorum:* in omnibus enim casibus Potentiæ & Obstacula æquales Vias percurrunt.

242. *Si duabus Potentiis sustineri, aut vehi, debeat Pondus, inter Potentias collocandum hoc erit, & distantiæ Potentiarum ab utrâque parte à Pondere, requiruntur in ratione inversâ Intensitatum Potentiarum.*

Potentiarum enim Actiones sese mutuò turbabunt, nisi inter has Æquilibrium detur circa Punctum suspensionis Ponderis; quo Æquilibrio posito, in Puncto hoc Potentiarum Actiones sunt coactæ, & cum Pondere contrariè agunt; ideòque hoc sustinent, propter æqualitatem inter Potentias & Pondus.

MACHINA,

Quâ Experimenta demonstrantur de Vecte, quo Pondera transferuntur.

243. TAB. VIII. Fig. 3. Regula Lignea D E, cujus crassities est ferè unius Pollicis, & latitudo duorum Pollicum, sulcata est ab anteriori parte ab *m* ad *n*, etiam in partes æquales divisa.

Cum hac Regulâ in medio cohæret solidum F, cujus ope columnæ C applicari, & ad varias altitudines firmari, potest, ut hoc supra * de Brachio M (*Tab.* IV. *Fig.* 7.) diximus. * 167.

* 161. Trochleæ caudatæ * in Sulco firmari possunt ita, ut singulæ divisioni cuicunque respondere possint.

Secunda adhibetur Regula lignea A B; hæc Vectem repræsentat, & tenuior est; pondus hujus determinari debet, Sesquiunciam nostra ponderat.

Hæc quoque divisa est, & divisiones respondent divisionibus Regulæ D E. Perforata est Regula A B in duobus Punctis *i*, *i*, ab extremitatibus non admodùm sed æqualiter distantibus, & duabus divisionibus, ad libitum sumtis

ſumtis, reſpondentibus; Fila duo, aut Funes tenuiores per hæc foramina Regulæ alligantur, & Trochleis T, T, in ſuperiori Regulâ ipſis punctis *i*, *i*, reſpondentibus, circumponuntur, ut pondere Lancium L, L, Regula AB ſuſtineatur, ſingulæ harum Lancium in noſtrâ Machinâ ponderant $\frac{3}{4}$. Unciæ; Vectiſque conſideratur quaſi nullum haberet Pondus; & Ponderis harum Lancium in Experimentis nulla ratio habetur. Reliquæ Lances quæ in Experimentis adhibentur ſingulæ ponderant Unciam unam, quod Pondus in computationibus non eſt negligendum.

EXPERIMENTUM 5.

Uni ex Lancibus L, L, Pondus imponitur octo Un- 244.
ciarum, alteri Pondus quatuor Unciarum. Pondera hæc, quæ repræſentant Potentias, Vectem ſurſum trahentes in punctis *i* & *i*, ſunt inter ſe ut unum ad duo; & juncta valent Uncias duodecim; pondus ergò duodecim Unciarum ſuſtinere poſſunt *. Hoc ipſum præſtabunt ſi Uncias * 241.
undecim Lanci unius Unciæ imponamus, & hanc in O Vecti applicemus, ut æquilibrium detur inter Actiones Potentiarum, ne Vectis rotetur. In hac figurâ diſtantia inter Puncta *i*, *i*, eſt 30. diviſionum, & Punctum O hanc diſtantiam dividit in duas partes quæ ſunt inter ſe ut duo ad unum, id eſt, inversè ut Potentiæ.

EXPERIMENTUM 6.

Quando unâ Potentiâ duo Pondera ſuſtinenda ſunt, Poten- 245.
*tia inter Pondera collocanda eſt, & tunc quæ de duabus Potentiis dicta ſunt *, ad Pondera applicari debent.* Pondera * 242.
enim ſuſtineri non poſſunt, niſi horum commune Centrum Gravitatis ſuſtineatur *. * 206.

Plurima Pondera ſæpe unâ, aut plurimis Potentiis, ſuſtinen-

246. ſtinentur aut vehuntur. Circa quod notandum, *omnia Pondera, habere commune Centrum Gravitatis*; quod Centrum tale eſt, ut, ſi ab utrâque parte unumquodque Pondus multiplicetur per ſuam diſtantiam ab iſto Puncto, ſum-
*199. 202. ma productorum ab utrâque parte ſit eadem *.

Potentiæ etiam utcunque diſpoſitæ commune habent Actionis
* 151. *Centrum*; poſſunt enim per Pondera repræſentari *, & hìc Intenſitas uniuſcujuſque Potentiæ per ſuam diſtantiam à Centro multiplicari debet, & ſummæ productorum tunc erunt ab utrâque parte æquales.

Ut Potentiæ ad Pondera ſuſtinenda valeant, requiritur ut Centrum Actionis Potentiarum conveniat cum Centro Gravitatis Ponderum. Tunc omnium Ponderum, omniumque Potentiarum, Actiones in unum & idem Punctum reducuntur, quod Viribus æqualibus ſursùm & deorsùm trahitur, ideòque ſuſtinetur.

EXPERIMENTUM 7.

247. Ex dictis explicatio Figuræ ſatis patet, in quâ O de-
TAB. VIII. Fig. 4. notat Centrum Gravitatis Ponderum, & Centrum Actionum Potentiarum.

248. Prædicta etiam locum habent, ſi Vectis ab utrâque parte à Potentiis trahatur; hæ enim ita diſponendæ ſunt, ut Centrum Actionum, ab unâ parte agentium, cum ſimile Centro Actionum oppoſitarum, coincidat: & Vectem habebimus, qui quieſcere poterit, ſi ſumma Intenſitatum Potentiarum, ad unam partem, valeat ſummam Intenſitatum Potentiarum oppoſitarum.

249. Experimento facilè propoſitio hæc confirmatur, adhibitâ Tabellâ ligneâ, longitudinis circiter unius Pedis, latitudinis duorum Pollicum cum ſemiſſe. Hæc in ſitu horizontali pede ſuſtinetur, & juxta longitudinem ab utrâ-

que parte sulcata est, ut Trochleæ caudatæ * ei applicentur, super quibus Funes ponuntur horizontales, qui ad partes oppositas Regulam ligneam horizontalem trahunt. Potest hac methodo Experimentum ad libitum variari. Talem Machinam sæpiùs adhibuimus; sed, quamvis maximè sit simplex, ipsam neglevimus; quia aliâ, quæ Experimentis, postea memorandis, de Viribus obliquis, inservit, in hoc casu uti possumus, quare peculiari Machinâ in hoc casu non indigemus. * 161.

MACHINA,

Quâ Experimenta de Viribus obliquis, & Vecte qui horizontaliter trahitur, instituuntur.

Tabella lignea G, quadrata, aut paululum oblonga, 250.
pedibus sustinetur. Huic superimponitur Rectangulum TAB. IX. Fig. 1.
ligneum MNPQ, quod separatum exhibetur in MNPQ (*Fig.* 2.). Hujus magnitudo talis est, ut exactè includere possit ipsam Tabellam; quare, ut huic imponatur, sustentacula E, E, E, E, quæ in *Fig.* 1. literis *e*, *e*, *e*, *e*, designantur, addenda sunt. Quibus Rectangulum, dum Tabellæ G applicatur, etiam supra hanc elevatur ad altitudinem circiter unius Pollicis.

In Experimentis de quibus nunc agitur, magis adhuc dum elevari debet, quod præstatur quatuor minoribus sustentaculis *f*, *f*, *f*, *f*. Separatim unum repræsentatum habemus in F (*Fig.* 2.): cum hoc cohæret cylindrus minor, aut paxillus, *h*, qui in Foramen, in angulo Tabulæ G, penetrat.

In minoribus lateribus Rectanguli incisuræ dantur I*i*, 251.
I*i*, per ipsum lignum penetrantes; reliqua duo latera perforata sunt foraminibus quadratis *c*, *c*, & minoribus incisuris *d*D, *d*D &c. In his omnibus firmari possunt

H Troch-

* 160. Trochleæ, quæ capsulas volubiles habent *. Incisuræ D *d*, D *d*, cum foramine *c* in utroque latere ita sunt determinatæ, ut, firmatis Trochleis in *c*, & in extremitatibus incisionum sequentium *d*, D, *d*, D, &c. Distantiæ inter Trochleas sint æquales.

EXPERIMENTUM.

252. Regula adhibetur lignea, divisa in partes æquales ita, * 251. ut divisiones respondeant Trochleis, ut dictum *, firmatis.

Regula hæc horizontaliter trahitur duabus Potentiis ad unam partem, & tribus ad partem oppositam: summa duarum est Viginti Unciarum, & summa trium oppositarum huic æqualis est. Punctum in quo conveniunt Centra Actionum oppositarum est O, circa quod æquilibrium datur ad utramque partem, ut ex numeris, in Figurâ notatis, facilè deducitur.

Regula A B, nunc in Aëre pendula, facilè ad unam, aut ad aliam partem, propellitur, id est N P, aut M Q, versùs.

CAPUT XII.

De Axe in Peritrochio, Machinarum simplicium secundâ.

VEctis, ut in principio Capitis præcedentis dictum, inservit ubi Pondera ad parvam altitudinem elevanda sunt; quando altitudo major est, Axis in Peritrochio usu venit.

DEFINITIO.

253. *Axis in Peritrochio vocatur Rota cum Axe volubilis.*

Potentia in hac Machinâ applicatur peripheriæ Rotæ, cujus motu Funis, cui affixum est Pondus, Axi circumvolvitur, quo Pondus elevatur. Sit

Sit B D Rota; A E Axis; F Pondus elevandum; Q Potentia: hujus Actione moveatur Rota, puncta B & A arcus similes eo motu describunt; arcus hi sunt Viæ percursæ à Potentiâ & Pondere, & sunt inter se, ut B C ad A C, id est, ut Rotæ diameter ad Axis diametrum, ex quo sequens Regula deducitur. 254. TAB. VIII. Fig. 5.

Potentia eò plus valet, quò major est Rota, & illius Actio crescit in eâdem ratione cum Rotæ diametro. Pondus eò minus resistit, quò Axis diameter minor est, & illius Resistentia in eâdem ratione cum Axis diametro minuitur. Et ut detur æquilibrium inter Potentiam & Pondus, requiritur, ut Rotæ diameter sit ad Axis diametrum, in ratione inversâ Potentiæ ad Pondus *. 255. * 145.

Notandum Axis diametro, Funis diametrum esse addendam.

EXPERIMENTUM.

Hæc Regula diversimodè confirmatur ope Machinæ hìc delineatæ, in quâ Rotæ cupreæ dantur tres *a*, *b*, *c*, quæ Pondere, filo juncto, & Potentiam repræsentante, moveri possunt. Hæ Rotæ cohærent inter se, & ipsis conjungitur Rota lignea A, ut pateat quomodo Scytalis *d*, *d*, Potentia applicari possit. 256. TAB. VIII. Fig. 6.

Axis in B duplam habet crassitiem quàm in D, ut & eo respectu Experimenta variari possint.

Extremitates Axis sunt chalibei, & tenuiores, ut in motu minor detur attritus.

Columnis ligneis E, E, sustinetur Rota, & hæ ipsæ sustentaculo imponuntur.

Quando Axis diameter est pars decima sexta diametri Rotæ, unica Uncia Q sedecim Uncias P sustinet, & sic de cæteris.

257. Quando Potentia Scytalæ applicatur, ut in *d*, distantia puncti, cui applicatur, à Centro, pro Rotæ semidiametro habenda est.

CAPUT XIII.

De Trochleâ, Machinarum simplicium tertiâ.

258. MUltis in occasionibus Axis in Peritrochio ad elevanda Pondera inservire nequit; Trochleis in iis casibus utendum, & Machina, quæ ex istis formatur, est admodum compendiosa, & facillimè de loco in locum transfertur.

* 158. Quid sit Trochlea, jam ante dictum *.

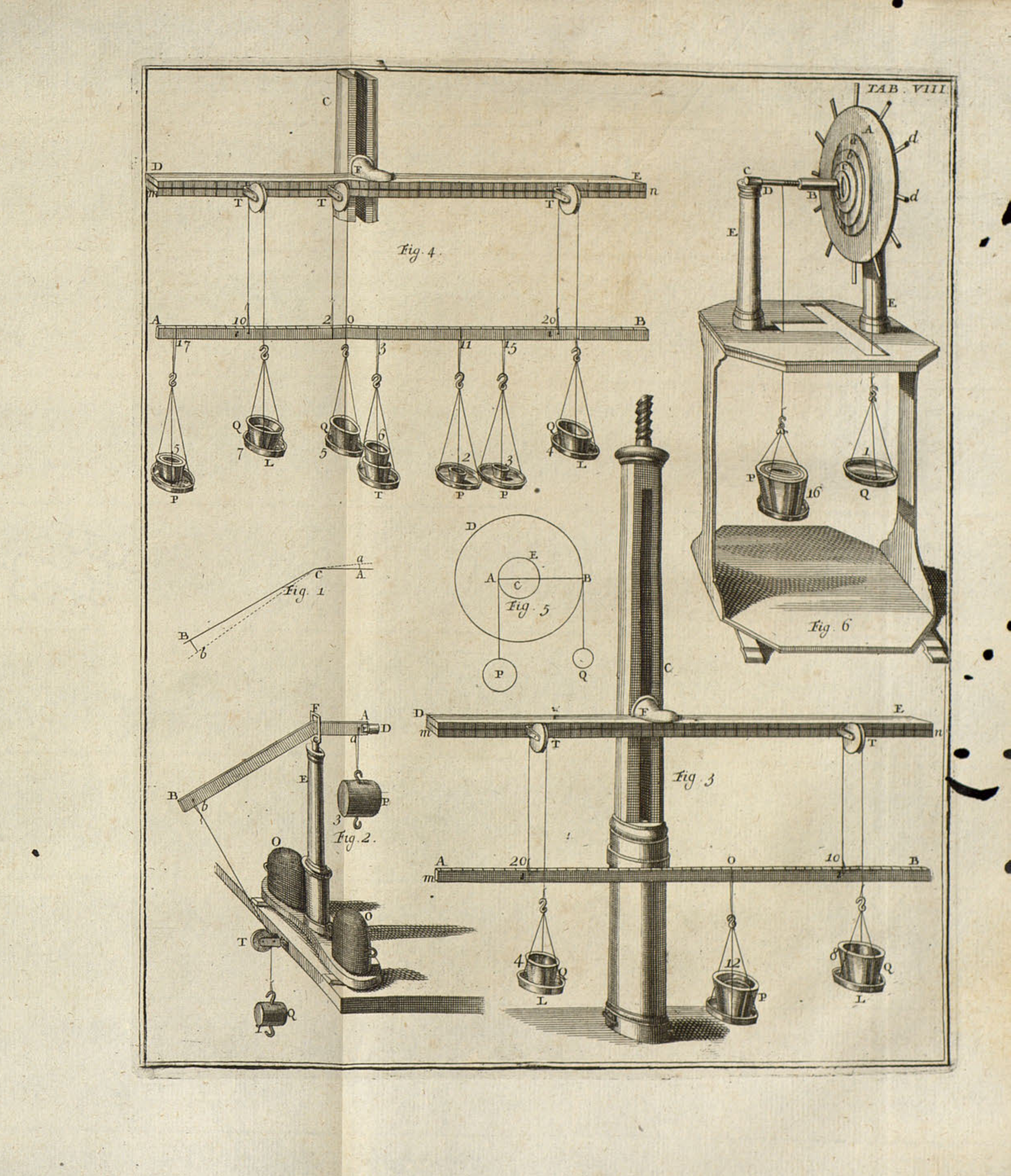
Si Pondus Trochleæ conjunctum sit ita, ut hujus circumvolutio non impediatur, & cum Pondere elevetur, utraque extremitas Funis ductarii sustinet partem dimi-
259. diam Ponderis. *Quando* ergò *extremitas una, unco alligata, aut aliter fixa est, Vis movens alteri extremitati applicata, quæ dimidium Ponderis valet, Pondus sustinet.*

EXPERIMENTUM I.

260. Pondus P, duarum Librarum Trochleæ O conjungitur
TAB. IX. Fig 3. ita, ut rotatio Orbiculi eo non impediatur; unco V Funis extremitas *f* alligatur, & Funis etiam circumponitur
* 159. Trochleæ fixæ T, ut directio mutetur *; tunc Pondus Q, unius Libræ, huic extremitati applicatum, sustinet Pondus P.

Uncus D, Pondere suo sustinet Orbiculum mobilem O, ne hic Pondere suo turbet Experimentum.

261. Plurimi Orbiculi utcunque conjungi possunt, & Pondus iis annecti; si tunc unum extremum Funis fixum sit, &


TAB. VIII
Fig. 4.
Fig. 1
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 2.
Fig. 3

& hic circumeat omnes Orbiculos illos, & alios fixos æquali numero, parvâ Potentiâ magnum Pondus elevari poterit; in hoc casu, quo numerus Orbiculorum, Ponderi conjunctorum, major est, (fixis enim Actio Potentiæ non mutatur *) eò minor Potentia valet ad sustinendum Pondus; & *Potentia, quæ est ad Pondus, ut Unitas ad duplum numeri orbiculorum, cum Pondere mobilium, cum hoc æquè pollet.* Hic enim est numerus Funium, quibus Pondus sustinetur, & unico Funi Potentia applicatur, ut in Experimentis sequentibus patet. *159. 262.

Trochlea, in hoc casu, constat ex duabus partibus; prima suspenditur & continet Orbiculos fixos; secunda cum Pondere mobilis est. Simul consideratæ *Trochleam* efficiunt. Partes separatim eodem nomine designantur; tunc una dicitur *Trochlea superior*, altera *inferior*. Unaquæque etiam *Rechamus* dicitur. 263.

Experimentum 2.

Pondus P sex Librarum Regulæ D E annectitur, in quâ tres Orbiculi O, O, O, liberè rotantur. Unco V extremitas *f* Funis alligatur, & Funis circumit tres illos Orbiculos, & totidem alios fixos; in altero extremo Pondus Q unius Libræ suspenditur, & datur æquilibrium. 264. TAB. IX. Fig. 4.

Ultima ex Trochleis fixis T negligi potuisset, sed tunc Potentia partem *i h* Funis sursum deberet trahere, actione quæ valeret sextam partem Ponderis F; quia sex Funibus, æqualiter tensis, hoc sustinetur. 265.

In hoc, ut in præcedenti Experimento, & sequentibus hujus Capitis, cum unco, ut D, cohæret Pondus quo Orbiculi mobiles sustinentur.

EXPERIMENTUM 3.

266. TAB. IX. Fig. 5. Non intereſt quomodocunque Orbiculi conjungantur; ad elevanda Pondera haud facilè præcedens diſpoſitio adhibetur; Operarii ideò inæqualibus Orbiculis utuntur, diſpoſitis ut in *Fig.* 5.; magnitudo enim Orbiculorum non mutat demonſtrationem.

In hoc caſu non omnes Funes verticales ſunt, niſi diametri Orbiculorum ſint in progreſſione Arithmeticâ numerorum naturalium, 1. 2. 3. 4. &c. Numeri impares 1. 3. 5., exprimunt diametros Orbiculorum cum Pondere mobilium; pares numeri 2. 4. 6. indicant diametros Orbiculorum fixorum: ſed quia hac methodo Orbiculi ad-
267. modùm magni ſæpè adhibendi ſunt, *in praxi Funium parallelisſmus negligitur*; quia error, ex exiguâ Funium obliquitate oriundus, contemni poteſt: in hoc tamen caſu obſervandum, Orbiculos conjunctos inæquales deſiderari, ut
TAB. IX. Fig. 8. Funes ſeparentur; vide *Fig.* 8. Quid autem ex Funium obliquitate ſequatur, in Capite hujus Libri decimo ſexto videbimus.

268. Quando Orbiculorum diametri ſunt ut numeri natu-
* 266. rales *, omnes eodem tempore Revolutionem unam abſolvunt; quare omnes ſuperiores, omneſque inferiores, con-
TAB. XI. Fig. 4. jungi poſſunt, ita ut tantùm habeamus duos Axes mobiles; ponimus enim ſemper adhiberi Axes chalibeos, cum Orbiculis cohærentes, & qui in capſulis cupreis verſan-
* 160. tur, ut ſupra explicavimus *.

EXPERIMENTUM 4.

269. TAB. IX. Fig. 6. Sæpè quoque adhibentur Orbiculi æquales, paralleli inter ſe; quæ conſtructio admodùm compendioſa eſt.

Funis extremitas fixa unco V alligata eſt, deſcendit Funis ad primum Orbiculum inferiorem, hunc circumit, & adſcen-

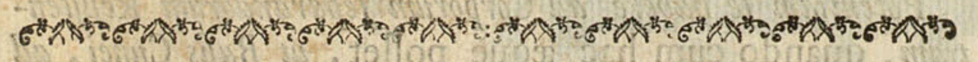
adſcendit ad primum Orbiculum ſuperiorem, à quo tendit ad ſecundum inferiorem, à quo iterum adſcendit, ad ſecundum ſuperiorem tendens, &c.

Ut in his circumſtantiis Funes omnes verticales ſint, 270. TAB. IX, Fig. 7.
& paralleli, obſervandum, poſitis ſuperiorum Orbiculorum Axibus in eâdem lineâ, non ita diſponendos eſſe inferiores, aut vice verſâ. Sed Axium Orbiculorum diſpoſitionem deſiderari quam hìc exhibemus. In T & O repræſentantur Axes, ut in planis horizontalibus, quæ in T per Axes ſuperiores, & in O per inferiores, concipiuntur, ſeſe habent.

Si Funium paralleliſmus negligatur, cavendum ne inferior Trochlea nimis ad ſuperiorem accedat, id eſt, non ad illam altitudinem Pondus elevari poterit, ad quam pertingere poſſet, poſitis Funibus parallelis.

Experimentum 5.

Quando extremitas Funis ductarii, quæ in Experimentis præcedentibus fixa eſt, annectitur Ponderi, aut Orbiculis cum Pondere mobilibus, ratio Potentiæ ad Pondus non eſt ut 1. ad duplum numeri Orbiculorum cum Pondere conjunctorum; ſed unitate augeri debet numerus hicce duplus; & hìc, ubi duo Orbiculi Ponderi annectuntur, ratio eſt ut 1 ad 5; tot enim dantur Funes, quibus Pondus ſuſtinetur. 271. TAB. IX. Fig. 8.



CAPUT XIV.

De Cuneo & Cochleâ, Machinarum Simplicium quartâ, & quintâ.

Ex prædictis ſatis patet, quomodo ope parvæ Potentiæ Pondus magnum ſuſtineri aut elevari poſſit; ad

ad hosce usus non restringitur Ars Mechanica; Potentiæ, quarum intensitates exiguæ sunt, ad magnas quascunque Resistentias superandas adhiberi possunt. Exemplum pulcherrimum suppeditat *Cuneus*, instrumentum findendo ligno, pluribusque aliis usibus, inserviens.

DEFINITIO I.

272. *Cuneus est Prisma non admodum altum, cujus bases sunt*
TAB. X. Fig. 1. *Triangula æquicrura*; horum unum videtur in B C D.

DEFINITIO 2.

273. *Altitudo Trianguli est Cunei Altitudo*; ut C E.

DEFINITIO 3.

274. *Trianguli basis vocatur etiam Cunei Basis*; ut B D.

DEFINITIO 4.

275. *Acies Cunei est linea recta, quæ conjungit Triangulorum vertices*; ut C c.

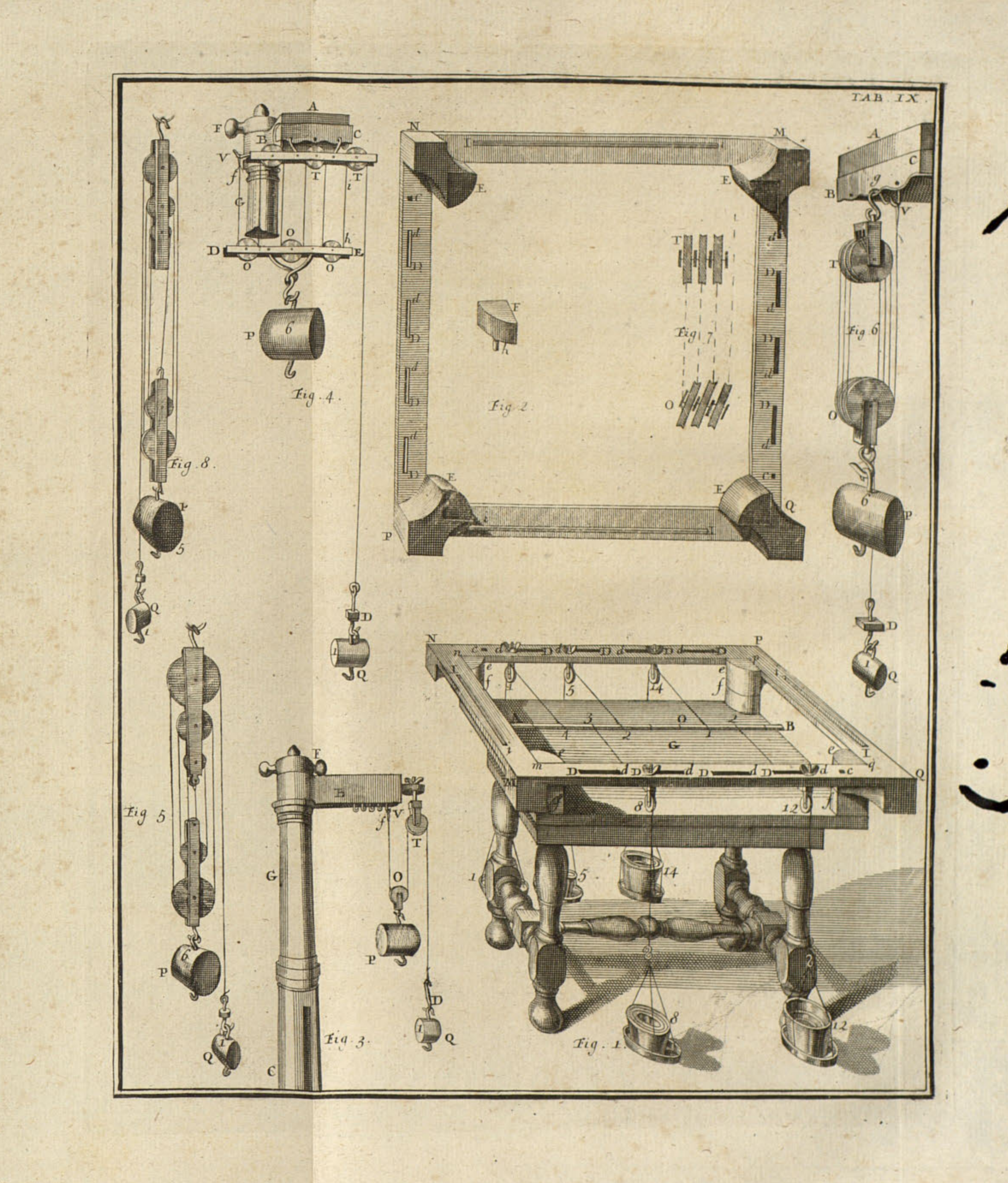
276. Ligno findendo, aut Corporibus separandis, Acies Cunei applicatur, & sæpè ictibus mallei, loco Pressionis, Cuneus intruditur.

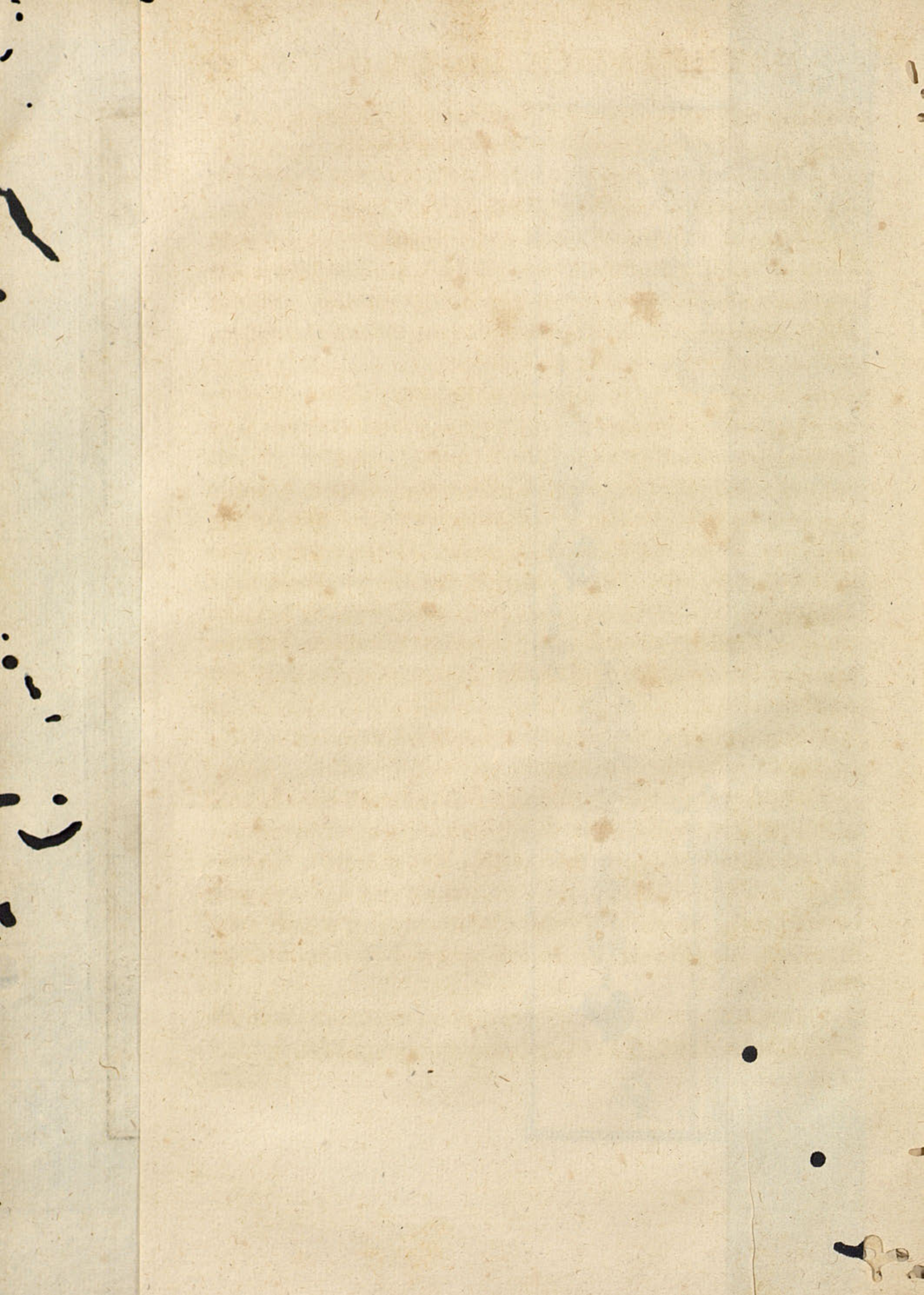
Quando totus Cuneus intruditur, Spatium à basi, cui Potentia applicatur, percursum, est Altitudo Cunei E C, quæ ideò pro Spatio, à Potentiâ percurso, haberi debet; Spatium verò, per quod eodem tempore Corpora, quæ separantur, à se mutuò recedunt, est basis Cunei B D. Unde sequitur,

277. *Potentiam se habere ad Corporum separandorum Resistentiam*, quando cum hac æquè pollet, *ut Basis Cunei, ad*
* 145. *hujus Altitudinem* *.

278. Quando agitur de Ligno findendo, Regula hæc locum non habet; quia non per æqualia Spatia singulæ Ligni partes cedunt. Quæ ad Lignum findendum spectant, in sequenti Scholio 1. explicantur.

MA-


TAB. IX.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig 5
Fig 6
Fig 7
Fig. 8.



MACHINA,

Quâ Cunei affectiones demonstrantur.

Tabella lignea A, ad altitudinem circiter trium pedum cum semisse supra mensam M firmanda est. 279. TAB. X. Fig. 2.

Hunc in finem Columnæ C *, cui addita est minor Columna, superimponitur Caput H *. In hac figurâ integram Columnam C delineare non potuimus; partem hujus mediam, ut & Funium, statim memorandorum, partes medias, sustulimus. * 162. * 164.

In Capitis H parte superiore foramen datur quadratum (vid. *Tab.* IV. *Fig.* 5.), per quod penetrat cauda Cylindri lignei B, quæ cum ipso foramine congruit ita, ut auxilio Cochleæ F firmetur Cylindrus, & ipsa Tabella A, quæ cum Cylindro B cohæret. Tabella hæc longitudinem habet sex Pollicum, latitudinem quatuor pollicum cum semisse, & in situ horizontali firmanda est.

Ad quatuor hujus angulos foramina dantur *a*, *a*, *b*, *b*, per quæ Funes transeunt, in ipsis foraminibus fixi; sunt hi æquales inter se, & longitudinis circiter triginta duorum Pollicum.

Hisce Funibus suspenduntur Lamellæ æneæ quatuor, ut *d* & *d*; quarum duæ tantùm videri possunt.

Harum ope duo suspenduntur Cylindri lignei GI, GI; utriusque longitudo valet distantiam *a b*, ut Funes duo, quibus idem Cylindrus sustinetur, sint paralleli. Cylindrorum Axes chalybei sunt, & tenues, ut *e*, *e*; hi per lamellarum, *d*, *d*, foramina majora transeunt, & hæc replent; ita tamen, ut in his quàm liberrimè rotentur.

Ut attritus minuatur, paululum Cylindrorum bases in medio prominent, quare Cylindrorum longitudo, si inter

 basium

basium circumferentias mensuretur, paululum deficit à distantiâ, indicatâ *a b*, inter Funes, quibus Cylindrus sustinetur.

Cylindrorum diametri in I, & G, sunt duorum pollicum cum semisse; in medio pars datur tenuior O, longitudinis trium pollicum, cujus diameter est sesquipollicis. Pars hæc tenuior duobus annulis ut *r*, ex ipso ligno, circumdatur ita, ut Lamina lignea D E, quæ tenuiori huic parti applicatur, Annulos tantùm tangat.

In Tabella A dantur & duo alia foramina inter *a*, *a*, & *b*, *b*, nempe *c*, *c*, per quæ Funes transeunt, qui in superiori parte Tabellæ cum Paxillis ut *s*, cohærent. Hisce Funibus Trochleæ duæ æneæ sustinentur, ut T, ita suspensæ, ut liberrimè circa Axes suos chalybeos, rotari possint.

Trochlea, ut T, cum Cylindro uno conjungitur, dum Lamellæ *d*, annectitur Funibus *m*, *m*; cum oppositâ Lamellâ *d* cohæret Funis *n n*, qui Trochleæ T circumponitur, & Pondere P trahitur. Simile Pondus, ad aliam partem Cylindrorum, eodem modo suspenditur, quibus duobus Ponderibus ad se mutuò trahuntur Cylindri.

Conversione Paxillorum *s*, quorum unus tantùm in hac figura visibilis est, elevantur, aut deprimuntur, Trochleæ, donec Funes *n* & *m* sint in situ horizontali.

Cuneus formatur ex duabus Laminis ligneis D E, D E, verticulis inter se conjunctis; quæ angulum quemcunque inter se efficere possunt.

Per hasce ipsas transit Cochlea L L, circulariter incurvata, super quâ duæ Cochleæ exteriores ut *i*, moventur. Hisce plana D E, D E, separantur, &, ne angulus, quem efficiunt, minuatur, cohibent.

Appensâ Lance, cum pondere Q, Cuneus hic inter Cylindros

lindros intruditur; Fune *f*, in puncto medio *g* aciei Cunei, Pondus hoc suspenditur.

Ut in Cuneo ratio inter basim & altitudinem determinetur, formantur ex ligno Triangula isocelia minora, ad verticem paululum truncata, ut A B C; quibus altitudo, & basis longitudo inscribuntur, datâ mensurâ quacunque. Commodum est exprimere altitudinem per numerum 16, si integris libris Cylindri ad se mutuò trahantur. Triangulum tale Tabellis, Cuneum efficientibus, interponitur, ut situs Lamellarum, ut *i*, determinetur. TAB. X. Fig. 3. Fig. 2.

EXPERIMENTUM.

Rebus, ut in Machinæ descriptione dictum, dispositis, si Pondus, quo Cuneus inter Cylindros intruditur, (id est, Pondus Cunei, Cochleæ L L, & Lancis cum Pondere imposito Q) se habet ad summam Ponderum P, P, ut basis Cunei ad ipsius altitudinem, æquilibrium datur, inter Vim quâ Cylindri separantur, & illam quâ ad se mutuò trahuntur. Hoc exinde elicitur, quia agitatione minimâ Cuneus elevatur aut deprimitur. 280.

Magnam cum Cuneo affinitatem habet *Cochlea*. Ex duabus partibus constat.

DEFINITIO 5.

Prima, quæ vocatur *Cochlea interior*, *est Cylindrus ad formam Helicis sulcatus*, ut A B. 281. TAB. X. Fig. 4.

Secunda, quæ vocatur *Cochlea exterior*, & cujus figura differt pro vario usu Machinæ, *est Solidum cylindricè excavatum*, *cujus superficies concava eodem modo sulcata est*, *ita ut hujus eminentiæ alterius cavitatibus congruant*, ut D E. 282.

Hæ duæ partes in se mutuò moveri possunt, quod in usu hujus Machinæ requiritur. Inservit præcipuè compressioni Corporum, quæ jungi, & firmiter connecti, de-



bent; in hac enim Machinâ Potentia minima quàm arctissimè Corpora comprimit. Potest etiam Cochlea ad elevanda Pondera adaptari.

In unaquaque Revolutione hujus Machinæ, quiescente parte unâ, altera protruditur ad distantiam æqualem intervallo inter duas proximas Spiræ conversiones. Potentia, quâ Cochlea movetur, applicatur Manubrio, aut
283. Scytalæ; & *Potentia est ad compressionem, quam generat, ut prædicta distantia, inter duas proximas Spiræ conversiones, ad peripheriam Circuli, à puncto Manubrii aut Scytalæ, cui Potentia applicatur, percursi*; Via enim à puncto, aut plano, quo Resistentia superatur, percursa, illam ad Viam Potentiæ rationem habet. Foret Via hæc paulo major, si Potentia applicaretur juxta directionem parallelam Spiræ, sed hoc sæpè foret difficile; ideò in praxi Potentia ferè semper agit in plano ad Axem Cylindri, qui Cochleam interiorem format, perpendiculare, & hicce est casus quem nos consideravimus.

284. Hìc observandum est, quando Potentia cum Pondere, aut Resistentiâ, æquè pollet in Machinâ quacunque, si Potentia parte, quantumvis exiguâ, augeatur, hanc præpollere, Machinâ omnium partium attritu carente; quando verò attritus datur, hic quoque à Potentiâ superari debet; quantùm verò ad hoc requiratur, ratiocinio mathematico determinari non potest.

285. *In Cochleis attritus admodum est sensibilis, & etiam magni usûs*; nam eo Machina in situ suo servatur, & Actione Corporum, quæ comprimuntur, aut Gravitate Ponderum, quæ elevantur, cessante Actione Potentiæ, motu contrario non ad pristinum situm redit.

SCHO-

SCHOLIUM I.

De Ligno findendo.

DEtur Lignum, cujus partes jam ſeparatæ efficiant Angulum EFL; ſit hoc ulterius findendum adhibito Cuneo ACB, cujus Baſis eſt AB, & cujus Altitudinem menſurat CD. 286. TAB. X. Fig. 5.

Ubi partes, quantumvis parum, ſeparantur, omnis tollitur Reſiſtentia; antequam autem ſeparentur partes in F, puncta E, L, paululum moveri debent, id eſt, augendus eſt Angulus EFL; determinanda ideò eſt Vis, quâ Angulus hic augeri poteſt.

Ponamus Angulum auctum, ut ſit e F l; Cuneus intravit, & datur in acb; partes Ligni E, L, tranſlatæ fuere per Ee, Ll, ſed quæ minùs ab F diſtant, per minus Spatium moventur, lineæque EF, LF, motibus ſuis deſcribunt areas Triangulorum æqualium inter ſe eFE, lFL.

Ductis ef & fF, Parallelis EF & eE, formetur Parallelogrammum eEFf; ſunt æqualia Triangula eFE & feF*; & Parallelogrammum valet ambo Triangula eFE & LFl conjuncta: ideò tranſlationes memoratæ, linearum ambarum EF, LF, conjunctæ, valent tranſlationem ſolius lineæ EF per Spatium Ee aut Ff: quæ lineola ergò diſtantiam repræſentat, quâ partes Ligni à ſe invicem ſeparantur, cùm autem de hac ſeparatione hìc agatur, eſt hæc ipſa lineola Spatium, ab Obſtaculo quod ſuperandum eſt, percurſum, dum Spatium, quod percurrit Potentia, eſt Cc, Spatium nempe per quod Cuneus fuit tranſlatus. * 34. El. I.

Vis ergò, quâ Cuneus intruditur, eſt ad Ligni Reſiſtentiam, quando æquè pollent, ut eE ad Cc*. * 145.

Ducatur Cg ipſi Ee Parallela, erunt hæ Lineæ æquales*, quia motu Parallelo latus AC Cunei fuit tranſlatum; ratio memorata eſt ergò quæ datur inter gC & Cc. * 34. El. I.

Lineola Ee, ideò etiam gC, perpendicularis eſt ad FE; eſt enim Ee arcus Circuli, adeo exiguus, ut pro rectâ lineâ haberi poſſit; cujus Circuli radius eſt FE.

Per punctum baſeos medium D *linea* ducatur DH, *ad latus* AC *Cunei perveniens in* H *& cum* FE *latere Ligni ſeparato, continuato, Angulum efficiens rectum*; hæc ipſi Cg Parallela eſt. 287.

Propter latera cC, CD, in eâdem lineâ, & reliqua Parallela, ſunt ſimilia Triangula Cgc, DHC; idcircò DH *ſe habet* ad DC, id eſt *ad Altitudinem Cunei*, ut gC ad Cc, id eſt, *ut Vis quâ Cuneus intruditur*, *ad Ligni Reſiſtentiam*, *quando neutra alteram vincere poteſt*, auctâ paululum Potentiâ ſeparantur Ligni partes.

Quando Ligni partes non ſeparantur, *niſi quo uſque Cuneus intruditur*, lineæ AC & EF conveniunt, & Angulus DHC eſt rectus, ideoque ſimilia ſunt 288.

 Trian-



* 8. El. VI. Triangula CHD, CAD *; & DH ad DC, ut AD ad AC. In hoc casu ergò *est Vis, quâ Cuneus intruditur, ad Ligni Resistentiam, ubi æquè pollent, ut Semibasis Cunei ad hujus Latus.*

SCHOLIUM II.

Machinæ cujusdam Examen.

289. * 279. MAchinam ad Cunei proprietates demonstrandum, à superiùs descriptâ * diversam, adhibuere alii; ipse olim talem, paululum tantùm immutatam, eodem tamen cum illâ principio nixam, construi curavi; sed in quo fallat breviter dicam.

In hac Cuneus, illi similis cum quo Experimenta in nostrâ Machinâ instituuntur, eodem modo, ac ubi de nostrâ egimus dictum, pondere inter Cylindros ut IG, IG, trahebatur; Cylindri autem movebantur, juxta regulas æneas, super quibus Chalybei axes prominentes positi erant. Cylindri trahebantur Ponderibus, suspensis Funibus, qui Trochleis, fixis, & circa axes tantùm mobilibus, circumpositi erant.

In hac Machinâ datur æquilibrium, si Vis, quâ Cuneus intruditur, se habeat ad summam Ponderum P, P, ut Semi basis Cunei ad ipsius Altitudinem,
* 277. quæ proportio in Cuneo locum non habet *.

Machina hæc non repræsentat quæ in actione Cunei, quo Corpora separantur, obtinent; Pondera enim Cylindros trahentia non repræsentant Vim quâ Cylindri inter se cohærent; sed Cylindri singuli dimidio horum Ponderum, ad Trochleas fixas trahuntur; in nostrâ autem Machinâ, Ponderibus integris P, P, inter se cohærent Cylindri.

CAPUT XV.

De Machinis compositis.

290. MAchina omnis composita in simplices potest resolvi; componitur enim ex simplicibus junctis. Quando duæ junguntur, Potentia uni applicatur & Actio hujus Machinæ, loco Potentiæ in aliam agit; quare illa eadem Actio, in computatione effectûs secundæ Machinæ, habetur pro Intensitate Potentiæ, quæ hanc secundam Machinam movet.

Si

Si Actio, auxilio primæ Machinæ, quadruplicetur; & triplicetur ſolâ adhibitâ Machinâ ſecundâ, manifeſtum eſt Actionem quadruplam triplicari, & eſſe duodecuplam; hoc autem ad numerum quemcunque Machinarum applicari poteſt; quare Univerſalis eſt Regula, *In Machinâ* 291.
quacunque compoſitâ, rationem Intenſitatis Potentiæ ad Reſiſtentiam, cum quâ in æquilibrio eſt, compoſitam eſſe ex omnibus rationibus, quæ in ſingulis Machinis ſeparatim locum haberent.

Quam rationem quoque detegimus, conferendo Vias 292.
percurſas à Potentiâ & Pondere, eodem tempore, in eodem Machinarum motu; hæ enim Viæ ſunt inversè, ut Potentia ad Pondus *. * 145.

Exemplis has Regulas illuſtrabimus.

Experimentum I.

Tres Vectes A, B, C, ita diſponuntur, ut Potentiâ 293.
Q, in Vectem C agente, ſuſtineatur Pondus P, Vecti A TAB. XI. Fig. 1.
applicatum.

Vectis A Fulcrum F imponitur ligno tranſverſo L L, quod duabus ſuſtinetur Columnis, ne applicatio Ponderis majoris, ut P, impediatur.

Reliqui Vectes, B & C, ſinguli Unicâ Columnâ ſuſtinentur; & ſeparatim ut etiam A, Ponderibus minoribus brachiis conjunctis, D, D, D, &c., ſunt in æquilibrio. In Vecte A, ſi ſolus adhibeatur, ratio Potentiæ ad Pondus eſt 1. ad 5. In Vecte B, 1. ad 4. In Vecte C, 1. ad 6.

Ratio ex his tribus compoſita eſt 1. ad 120. Id eſt, unica Uncia Q ſuſtinet Pondus F ſeptem Librarum cum ſemiſſe, id eſt, Centum & viginti Unciarum; quod, ex collatis Viis, eodem tempore, in Machinæ agitatione, percurſis, etiam determinari potuiſſet.

Ex



294. Ex conjunctis Vectibus statera efficitur composita, quâ, minori adhibito Pondere, Corpora explorantur.

EXPERIMENTUM 2.

295. AB est Vectis primi generis, qui circa fixum Punctum
TAB. XI. Fig. 2. C rotatur; communicat hic motum Vecti secundi generis FH, qui circa hoc ultimum Punctum movetur; In G Lanx L suspenditur: Pondere D omnia sunt in æquilibrio.

Brachium CB primi Vectis in partes æquales est divisum; majores divisiones hìc notamus, quæ in minores subdivisæ sunt; manifestum nunc est exiguo Pondere Q, juxta hoc brachium mobile, determinari quantum ponderant Corpora ut P, Lanci imposita.

Ut plures Vectes junguntur, sic & variæ Rotæ conjungi possunt.

296. Suspenditur Pondus axi Rotæ, & circumferentiæ Funis circumponitur, qui ut trahatur conjungitur cum axe Rotæ sequentis, cujus Peripheriæ Potentia applicatur.

Eodem modo plures Rotæ adhiberi possent, & Com-
* 291. putatio per Regulam generalem iniri deberet *; sed magis commodum est, motum de Rotâ in Rotam tranferre, auxilio dentium.

297. Si axis Rotæ sit dentatus, motus communicabitur secundæ Rotæ, cujus Peripheria dentes habet, qui cum primis respondent. Hac Methodo potest etiam motus tertiæ Rotæ communicari, & ulterius; sed cùm hæ separatim adhiberi non possint Regula N. 291. locum hìc non habet, sed hæc alia, cujus Demonstratio ex comparatione Viarum percursarum facilè deducitur.

298. *Ratio Potentiæ ad Pondus, quando Actiones sunt æquales, est composita ex ratione diametri axis ultimæ Rotæ, cui Pondus alligatur, ad diametrum primæ Rotæ, cujus circumferentiæ Pondus*

dus applicatur; & ratione circumvolutionum ultimæ Rotæ ad circumvolutiones primæ, eodem tempore.

Experimentum 3.

Rotæ A Potentia applicatur, quæ sustinet Pondus conjunctum cum Fune, qui circumit axem Rotæ B, cujus Circumferentia dentes habet, qui penetrant inter dentes axis Rotæ A; axis enim hic C D in D dentatus est. 299. TAB. XI. Fig. 3.

Axis secundæ Rotæ diameter est pars octava diametri primæ Rotæ, & circumferentia ipsius B, continet dentes triginta quinque, dum in D tantùm septem dantur; ita ut A quinquies rotetur, dum B semel. Ratio ergò Potentiæ ad Pondus, componitur ex rationibus 1. ad 8., & 1. ad 5., & est 1. ad 40. Semi-libra sustinet viginti Libras.

In usu Trochlearum vidimus quomodo *plures Orbiculi* juncti Machinam efficiant Simplicem; *si separatim sint mobiles, ad Machinas compositas pertinent.* 300.

Experimentum 4.

Quinque Orbiculi O, O, O, O, O, separatim sunt mobiles, & unus quisque suum peculiarem Funem habet, cujus extremitas una cohæret cum unco Brachii A * Columnæ C G; altera cum unco Orbiculi sequentis conjuncta est; si ultimum excipiamus qui circumit Trochleam fixam T, ut Potentia Q ipsi applicetur. Potentia hæc sustinet Pondus majus pro majori numero Orbiculorum, pro singulis enim duplicatur. In hoc casu, Uncia una sustinet triginta duas Uncias, & Libræ pars quarta sustinet octo libras. 301. TAB. X. Fig. 6. * 173. 174.

Unci in Brachio A ita sunt disponendi, ut omnes Funes paralleli sint.

Si pro simplicibus Orbiculis, Rechamos *, varios Orbiculos 302. * 263.



biculos continentes, adhibeamus, augmentum majus erit; sed pro singulis varii Orbiculi fixi quoque desiderantur.

In duobus sequentibus Experimentis adhibemus Machinas diversi generis conjunctas inter se.

EXPERIMENTUM 5.

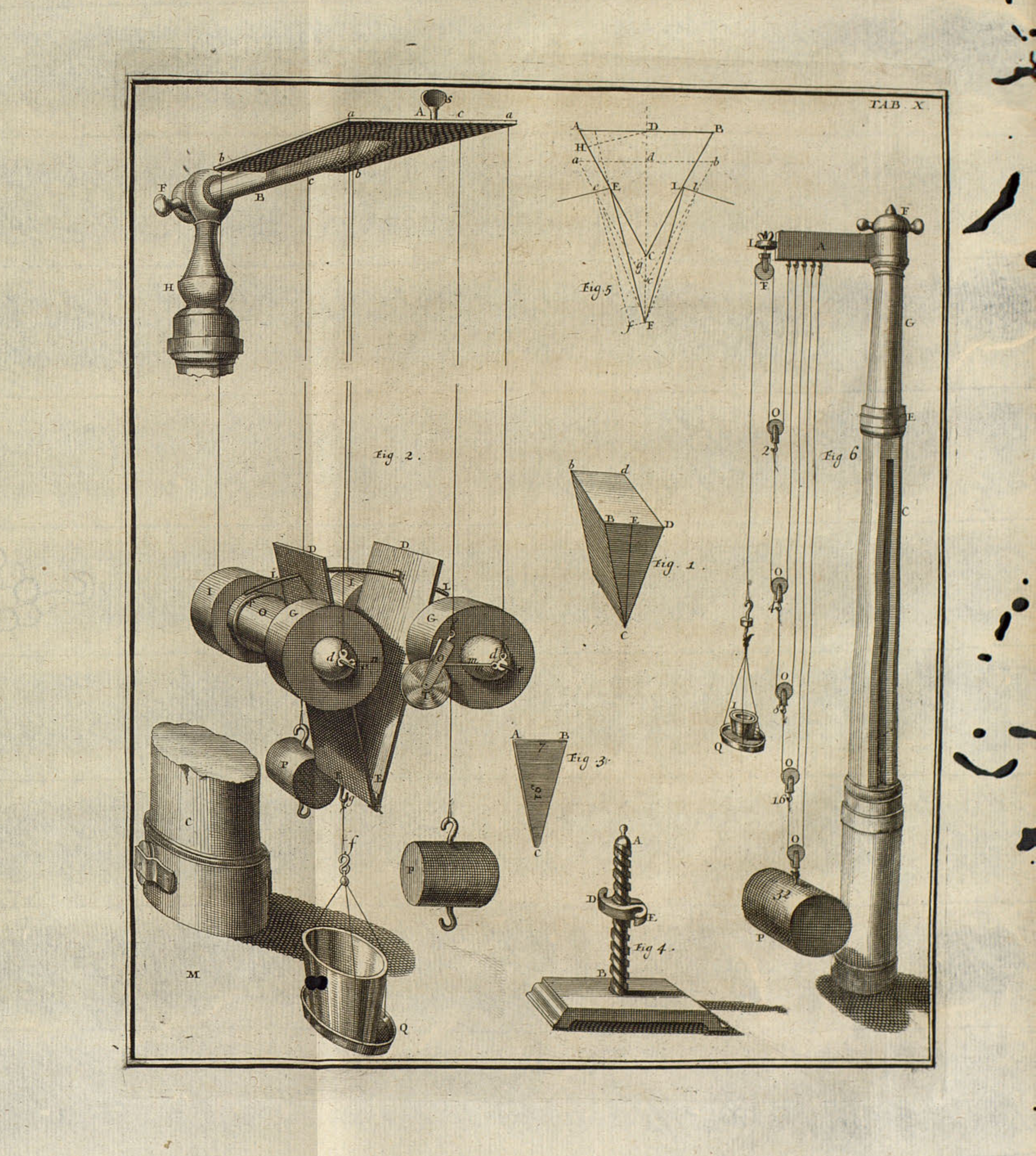
303. TAB. XI. Fig. 4. Axi in Peritrochio Funis ductarius Trochleæ jungitur, Potentia Rotæ applicatur; & hìc, ubi Trochleâ sexies Vis augetur, & ubi diameter Axis est pars decima sexta diametri Rotæ, ratio Potentiæ ad Pondus componitur ex rationibus 1 ad 6 *, & 1 ad 16 *; est ergò ut 1 ad 96; & ideo unica Uncia L sustinet Pondus P sex Librarum.

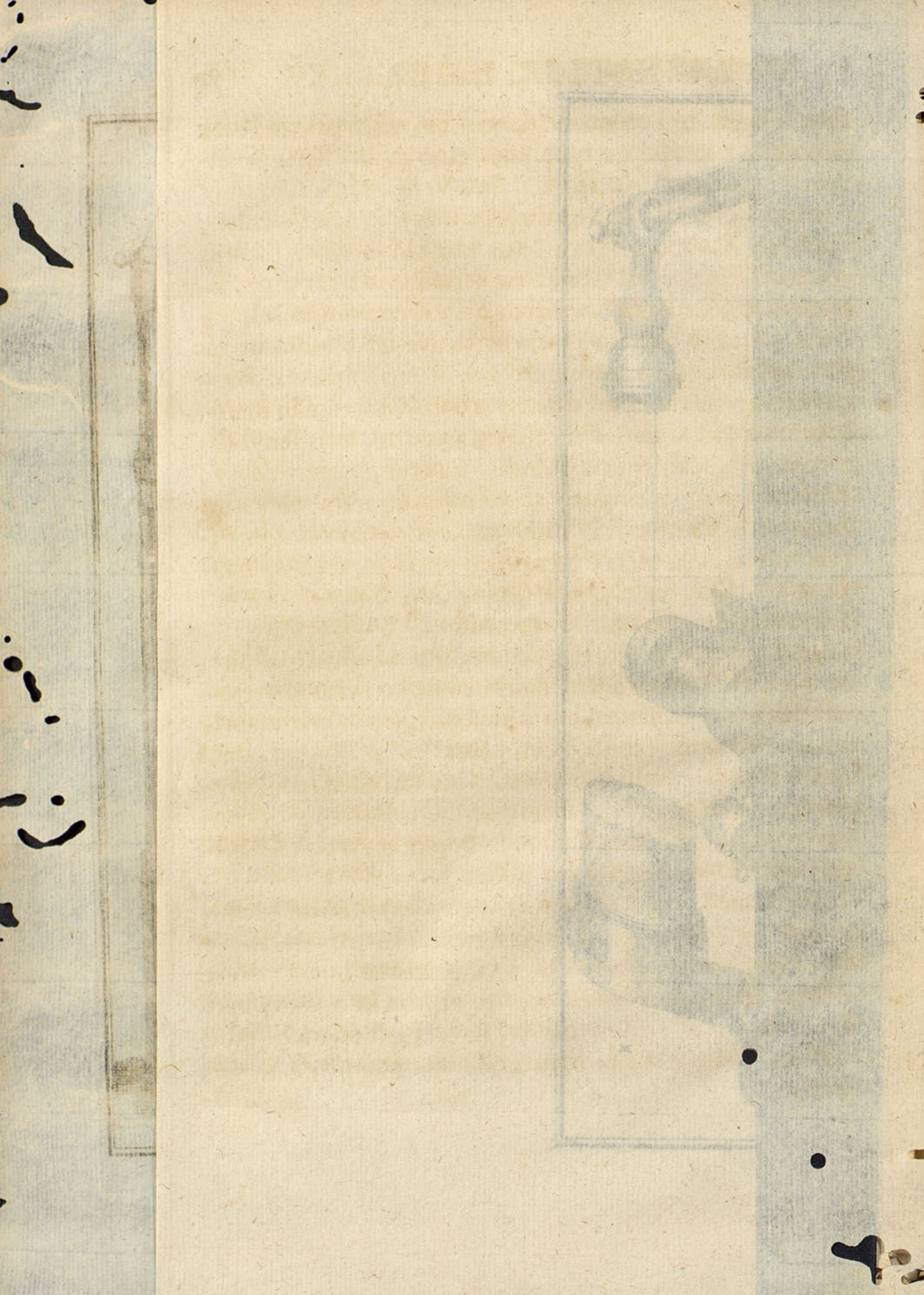
* 261. * 254.

304. TAB. XI. Fig. 5. Axis in Peritrochio moveri potest adhibitâ Cochleâ; Rota in hoc casu dentata requiritur, cujus dentes sint inclinati, ut cum sulco Cochleæ congruant. Talis est Rota A, quæ ope Cochleæ D C movetur. Hoc in casu *Cochlea perpetua* dicitur, & mirum admodum, hujus ope, Potentia minima præstat effectum; tot enim in singulis Rotæ revolutionibus, revolutiones requiruntur Cochleæ, id est, Manubrii quo Cochlea movetur, quot dentes Rota habet; si huic Rotæ & alia Rota dentata addatur, Potentia eadem majus Obstaculum superare poterit.

EXPERIMENTUM 6.

305. TAB. XI. Fig. 5. Machina, quam hìc exhibemus, constat ex duabus Rotis, & Cochleâ perpetuâ, quæ Manubrio D E movetur. In hac, ratio Potentiæ ad Pondus, quando æquè pollent, componitur ex ratione semidiametri Axis ultimæ Rotæ B, ad Manubrii longitudinem D E, & ratione revolutionum hujus Rotæ ad Manubrii, aut Cochleæ, revolutiones, eodem tempore. Prima ratio, in hac Machinâ, est 1 ad 30; secunda ex numero dentium colligitur. Rota ultima


TAB. X.
Fig. 2.
Fig. 5
Fig. 1.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 6



tima B habet in Peripheriâ dentes 35, axis primæ Rotæ A continet dentes 7; quinquies ergò prima Rota revolvitur, dum secunda semel; hæc verò prima continet dentes 36, totidem igitur Revolutiones peragit Cochlea, dum hæc Rota semel revolvitur *: ratio ex hisce duabus composita est, 1 ad 180, quæ est secunda ratio quæsita; & ratio ex hac & primâ, 1 ad 30, composita, est ratio 1 ad 5400, quæ est ratio Potentiæ ad Pondus in casu æquilibrii; & quantumvis parum auctâ Potentiâ Pondus elevaretur, si nullus daretur attritus; qui cùm in omnibus hisce Machinis non sit contemnendus, satis sensibiliter Potentia, antequam Pondus superet, augeri debet; Potentiâ tamen minimâ Pondus maximum elevatur. Longitudo scytalæ E D duplicari, aut etiam magis augeri potest, quo actio Potentiæ duplicatur, aut magis augetur; in hoc casu capillo tenuissimo Pondus centum Librarum & majus facilè elevatur.

* 304.

306. Innumeræ aliæ Machinæ compositæ construi possunt, quarum Actiones eodem modo computatione determinantur, per Regulam in initio hujus Capitis memoratam *; aut etiam comparando Viam percursam à Potentiâ cum Viâ à Pondere, aut alio quocumque Impedimento, percursâ; harum enim ratio est ratio inversa Potentiæ & Ponderis, aut impedimenti, quando Potentiæ Actio cum Resistentiâ impedimenti æquè pollet *.

* 291.

* 145.

307. Pressiones, quæ contrariè agentes sese mutuò destruunt, semper sunt æquales; si ergò Potentia Intensitate minor est Impedimento, respectu Viæ percursæ hoc superare debet, & quidem toties quoties ab hoc ipso Intensitate superatur; nullo enim alio respectu Pressionum Effectus differre possunt *, & ideò nulla alia compensatio dari potest.

* 142.

CAPUT XVI.

De Potentiis Obliquis.

DEFINITIO I.

308. *POtentiam vocamus directam, illam quæ Punctum, cui applicatur, premit, aut trahit, juxta directionem Lineæ, in quâ hoc cedere potest.* Ita ut Punctum, quando movetur, ipsius Potentiæ directionem sequatur.

De tali Potentiarum applicatione huc usque egimus.

DEFINITIO 2.

309. *In omni alio casu Potentia dicitur obliqua.* Et Punctum quando movetur Viam sequitur à Potentiæ directione diversam.

310. Sit Punctum A, mobile tantùm in Lineâ AD, & quod
TAB. XI. Fig. 6. D versùs trahitur; sit hoc retinendum Actione, quæ per AE dirigitur. Si applicata hæc Potentia foret per AB, manifestum est, talem hanc desiderari, cujus Intensitas æqualis esset Actioni, in Lineâ AD agenti; applicata verò est per AE, & hujus Intensitatem quærimus.

Ad AD erigatur perpendicularis AC, & ex Puncto in hac ad libitum sumto, ducatur CF, in EA, continuatam si necesse sit, perpendicularis.

Ponamus AC, CF, efficere Vectem obliquum, mobilem circa C; Punctumque A cum extremitate cruris CA cohærere.

Si Vectis rotetur circa C, movetur Punctum A, in primo momento, (de quo tantùm agitur, ubi æquilibrium determinari debet) in Lineâ DAB. Hicce autem motus Vecti communicari potest, Potentiâ directâ in F

appli-



applicatâ per F E; aut Potentiâ ſimili per A B agente, & ſunt hæ, quando Effectum eundem producunt, ut C A ad C F *. * 238.

Prima verò coincidit cum Potentiâ obliquâ in A applicatâ per A E, quam quærimus; & ſecunda cum Potentiâ directè deſtruente Actionem, quæ Punctum A per A B trahit, quam notam ponimus.

Ad A B, in Puncto ad libitum ſumto, erigatur perpendicularis, directionem obliquam A E ſecans in E, & cum hac efficiens angulum A E B æqualem angulo F A C *, quare propter angulos rectos A B E, A F C, æquiangula ſunt triangula C F A, A B E, & C A ad C F, ut A E ad A B *: Ergò, *ſi A B repræſentet Actionem, quæ directè Punctum A retinere poteſt, A E repræſentabit obliquam Potentiam, quæ per A E eundem præſtat Effectum:* & quantum, propter Obliquitatem, Potentia, Machinæ applicata, augenda ſit, facilè determinatur, ut in Exemplo ſequenti patet. 311. * 28. El. I. * 4. El. VI.

Experimentum I.

Vecti A B, in ſitu horizontali poſito, & cujus brachia B C, A C ſunt ut 3. ad 1., applicatur in A Pondus P duarum Librarum; & in B Potentia obliquè agens per *e h*, & quæ Pondere Q repræſentatur. Concipiatur Linea *e i* Vecti perpendicularis, & directionem agitationis Puncti B, aut *e*; demonſtrans; ſi formato triangulo rectangulo *e i h*, latus *e i* ſit ad *e h*, ut duo ad tria, & Pondus Q ſit unius Libræ, dabitur æquilibrium. 312. TAB. XII. Fig. 1.

Potentia obliqua per *e h*, quæ valet tria, exerit per *e i* effectum, qui valet duo *; ſed Actio per *e i*, quæ valet duo, ſuſtinet in hoc Vecte Pondus, quod valet ſex *: ergò Potentia obliqua eſt ad Pondus, ut tria ad ſex, id eſt ut 1. ad 2. * 311. * 235.



313. In hoc Experimento adhibetur Vectis antea memoratus*, Funisque *e b* Trochleæ, in latere Mensæ firmatæ*, circumponitur. Triangulo ligneo L M N, quod Perpendiculum conjunctum habet, Potentiæ obliquitatem determinamus, hanc autem ipsi Filo tribuimus, magis aut minus Pedem Vectis à latere Mensæ removendo. Ponderibus, huic Pedi impositis, ipse Vectis retinetur; Potentia enim hæc obliqua ipsum Vectem trahit juxta directionem C B, & retineri debet ita, ut tamen mobilis sit circa C: vim autem, quæ Vectem retinet, quæ valet ipsam Actionem Potentiæ juxta C B, determinamus in triangulo rectangulo E H I, & est ad ipsam Potentiam obliquam ut E H ad H I*.

* 237.
* 161.
* 311.

314. Eodem modo ratiocinari debemus ubi de Potentiâ obliquâ, Machinæ cuicunque applicatâ, agitur.

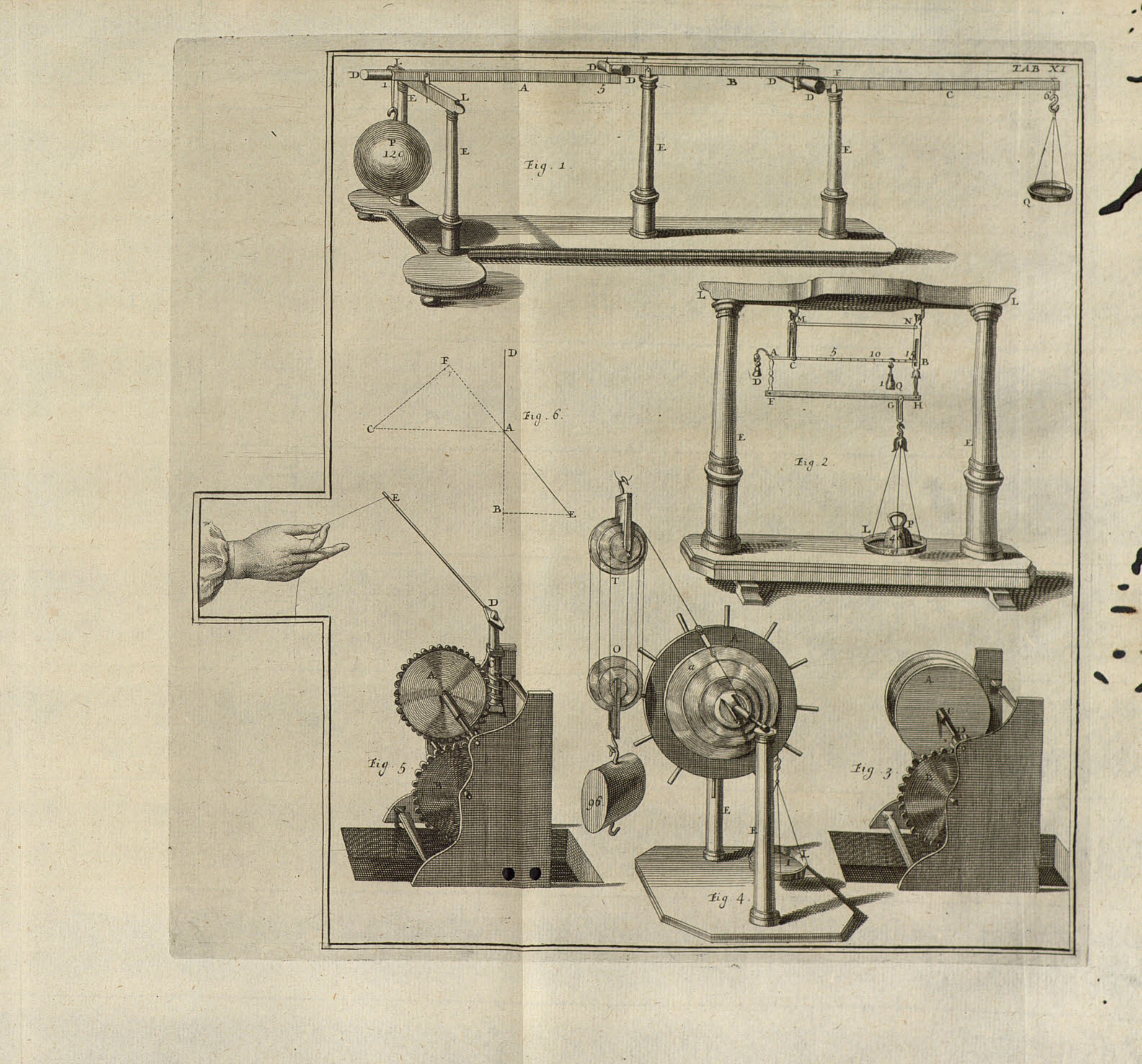
Nunc magis universaliter Potentias obliquas considerabimus.

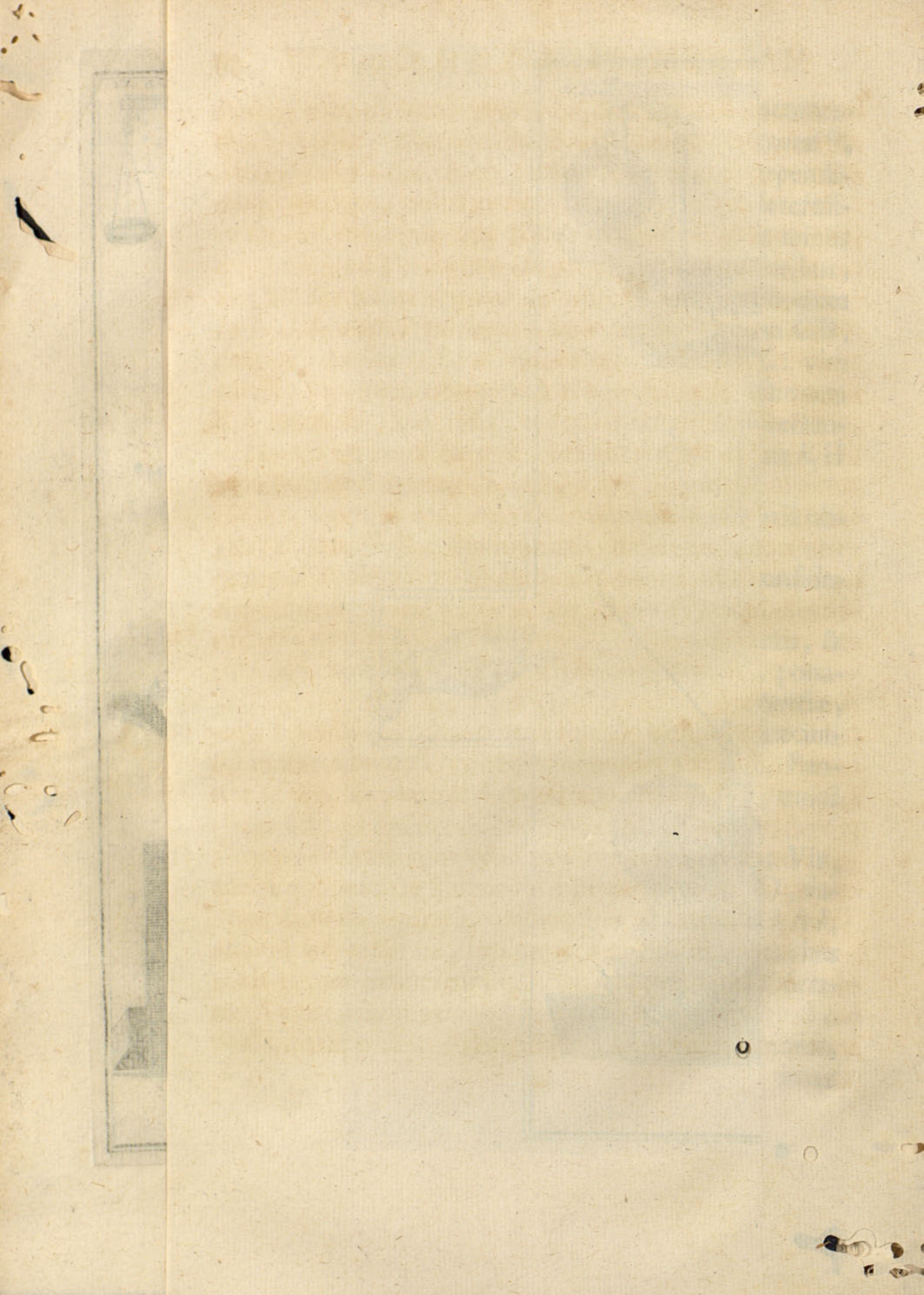
315. TAB. XII. Fig. 2. Detur Punctum A quod tribus trahitur Potentiis, & quiescit. Sint harum directiones A B, A D, A E, ponamusque ipsas has Lineas esse inter se, ut sunt Potentiæ, quando Punctum retinent, id est, quando duæ quæcunque tertiam destruunt. Potentiæ tunc A D, A E, Punctum A eâ vi trahunt juxta A *b*, quâ per A B, unicâ Potentiâ, retrahitur.

Ductis, ad A *b*, perpendicularibus D *d*, E *e*; Vis, quâ Punctum A trahitur *b* versùs, à Potentiâ A D, valet A *d**; & Actio Potentiæ A E, in eâdem Lineâ A *b*, valet A *e*. Ergò Linea A B, quæ tertiam Potentiam, has duas Actiones destruentem, exprimit, æqualis est summæ Linearum A *d*, A *e*.

* 311.

Hæc autem æqualitas non sufficit, ut, quod posuimus, inter


TAB XI
Fig. 1.
P
120
Fig. 2
Fig. 6.
Fig. 5
96
Fig 4.
Fig 3



inter tres Potentias æquilibrium detur; ductis *fAg*, ad AB perpendiculari, & ad hanc parallelis D*f*, & E*g*; manifestum est Punctum A, Potentiis AD, AE, trahi per A*f* & A*g*, Actionibus hisce Lineis proportionalibus *, & quietem Puncti non dari, nisi hæ Actiones se mutuò destruant, id est, æquales sint. * 311.

Requisita ergò æquilibrii, sine quibus non datur, & quibus positis semper adest, sunt, ut Lineæ A*f*, A*g*, aut D*d*, E*e*, sint æquales, & ut AB valeat summam Linearum A*e*, A*d*. Hæc autem habemus si, absoluto parallelogrammo lateribus AD, AE, directio AB sit productio diagonalis A*b*, & huic æqualis: Quod patet si ad Triangula A*e*E, D*db*, quæ in omnibus conveniunt *, attendamus. 316. * 29. 34. 26. El. I.

Si nunc ad solum Triangulum AD*b* attendamus, cùm latus D*b* Lineæ AE parallelum sit, & huic æquale *, sequitur, *Punctum, quod tribus Potentiis trahitur, quiescere, & quidem in hoc solo casu, si Potentiæ fuerint inter se, ut latera Trianguli formati Lineis, juxta directiones Potentiarum positis.* 317. * 34. El. I.

Hæc Propositio demonstrat quomodo *duarum Potentiarum Actiones ad unicam reduci* possint. Potentiæ duæ AD, AE, unicam valent quæ per A*b* ageret, & huic Lineæ proportionalis esset. 318.

Patet ex his etiam *Potentiæ Actionem in duas Actiones posse resolvi*; & quidem innumeris modis, propter innumera Triangula, quæ formari possunt servato eodem latere. 319.

Non interest utrum Corpus trahatur juxta A*b* Potentiâ, cujus Intensitas per hanc Lineam exprimitur, an duabus Potentiis per AD & AE, *quarum* Intensitates hisce Lineis respectivè sunt proportionales; & resolutio hæc

Po-

Potentiæ in duas, arbitraria quidem eſt, ſed tantùm reſpectu unius; *ſi* enim *una detur*, *determinatur ſecunda*: Triangulum enim, datis duobus lateribus, & angulo his contento, determinatur.

Circa Propoſitionem N. 317. ulterius obſervamus, quod ex notâ Triangulorum proprietate, latera eſſe inter ſe, ut Sinus angulorum oppoſitorum, deducitur:

320. *In æquilibrio eſſe Potentias tres, quæ ſunt inter ſe ut Sinus angulorum, directionibus Potentiarum oppoſitarum, formatorum.* Id eſt, Potentia, quæ per A E agit, eſt ut Sinus anguli B A D, & ſic de cæteris.

321. Machinam, quâ Experimenta de viribus obliquis de-
* 250. monſtramus, ſuperius explicavimus *, hanc nunc adhibemus, ſepoſitis ſuſtentaculis minoribus *f*, *f*, *f*, *f*, (*Tab.* IX. *Fig.* 1. & F, *Fig.* 2.); tunc fila, horizontaliter poſita, & ſuper Trochleis, Ponderibus appenſis, tracta, vix ad altitudinem quartæ partis pollicis ſupra tabellam elevantur.

EXPERIMENTUM 2.

322. Trochleæ tres T, T, T, in locis ad libitum determi-
TAB. XII. natis Machinæ junguntur; tria Fila, in unico Puncto No-
Fig. 3. do juncta, Trochleis circumponuntur, appenſis Ponderibus, ſex, novem, & duodecim Unciarum.

Sponte hæc ſitum æquilibrii petunt, ad quod redeunt, ſi ex ſitu removeatur Nodus. Convertenda eſt unaquæque Trochlea, ut Sulcus ſui Fili directionem ſequatur.

In Tabellâ ſeparatâ, longitudinis & latitudinis quinque aut ſex pollicum, ex ligno tenuiori, aut chartâ craſſiori, Figura delineatur, quam nos in ipſâ tabulâ Machinæ repræſentavimus.

Formatur nempe Triangulum A D *b*, cujus latera ſunt

inter

inter se ut Pondera, id est ut Sex, novem, & duodecim, aut in numeris minoribus, ut duo, tria, & quatuor. Continuatur latus *b* A in A B; ad D *b* ducitur parallela A E, & tres Lineæ A B, A D, A E, determinabunt Filorum situs, ut patet, si, non turbato Filorum situ, Tabella hæc minor inter Fila & Tabulam Machinæ intrudatur.

EXPERIMENTUM 3.

Triangulum L M N, æneum, æquilaterum, tribus Filis trahitur, in angulis ipsi Triangulo annexis. Si Experimentum cum hisce Filis eodem modo instituatur, ut Experimentum præcedens cum Filis Nodo junctis, eodem modo Fila sese disponunt, & cum Lineis in Tabellâ ductis conveniunt. 323. TAB. XII. Fig. 4.

EXPERIMENTUM 4.

Experimentum hoc unicâ circumstantiâ à præcedentibus differt, & eodem modo procedit. Fila in hoc casu in Punctis L, N, M, cum Lamellâ cupreâ cohærent. 324. TAB. XII. Fig. 5.

Propositionum N. 317. 318. 319. usus admodum latè patet. Trahatur Punctum A quatuor Filis, A D, A E, A F & A G, Potentiis Lineis A D, A E, A F, & A G respectivè proportionalibus. Formato Triangulo A F B, aut parallelogrammo A F B G, Potentiæ prædictæ per A F, & A G, reducuntur ad unicam agentem per A B, & quæ huic Lineæ proportionalis est *, daturque æquilibrium, si tres Potentiæ per A D, A E, & A B relationem habeant pro tribus Potentiis determinatam *; in quo casu si Potentiæ per A D & A E etiam ad unicam A *b* reducantur, A B & A *b* erunt æquales & in eâdem Lineâ. 325. TAB. XIII. Fig. 1. * 718. * 317.

EXPERIMENTUM 5.

Hocce Experimentum ut tria præcedentia instituitur, 326. TAB. XII. Fig. 3.

 adhi-

adhibitis quatuor Trochleis, & quatuor Filis Nodo junctis.

Applicentur Pondera Unciarum sex, quindecim, duodecim, & novem, id est quæ sint inter se, ut duo, quinque, quatuor, tria. Quiescente Nodo, in chartâ, Tabellæ C impositâ, lineæ ducendæ sunt juxta directiones Filorum.

TAB.XIII. Fig. 1. Sint hæ A B, A E, A F, A G, quæ ita determinandæ sunt, ut quarum partium A D continet duas, A E contineat quinque, A F quatuor, A G tria; formatisque parallelogrammis D E, G F, horum diagonales A B, A b, in eâdem lineâ se habebunt, & æquales erunt.

327. Non ut in præcedentibus Experimentis Figuram separatim, non attendendo ad Fila, delineamus; quia unico modo, si tres sint Potentiæ, datis Ponderibus, horumque ordine, æquilibrium datur; his verò positis, si Potentiæ sint quatuor, innumeris modis, anguli, quos Fila efficiunt, variari possunt, manente æquilibrio.

TAB. XII. Fig. 3. Si tamen Figurâ, in antecessum delineatâ, uti velimus, hæc Tabulæ G Machinæ imponenda erit, & positis Filis juxta Linearum directiones, Trochlearum loca determinari debent.

328. Quæ de quatuor Potentiis dicuntur, de quinque, & pluribus, dici potuissent; ex quinque enim si duæ ad unam reducantur, incidimus in Exemplum præcedens.

TAB.XIII. Fig. 2. Punctum A quinque trahitur Potentiis juxta directiones A B, A D, A E, A F & A G, & quarum Intensitates sunt hisce Lineis proportionales. Potentiæ per A D & A E ad unicam A c reducuntur; Potentiæ agentes per A F & A G ad unicam reducuntur per A h; tandem hæ duæ novæ Potentiæ, per A c & A h, ad unicam reducuntur per A b, quæ si quintæ per A B æqualis sit, &

cum

cum eâ in eâdem Lineâ, ſed contrariè, agat, Æquilibrium datur, & aliter non datur *. * 317.

EXPERIMENTUM 6.

Initur hoc adhibitis quinque Trochleis, & quinque 329.
Filis Nodo junctis; in cæteris à quinto Experimento * * 326. 327.
non differt.

MACHINA ALTERA,

Quâ demonſtrantur, quæ ſpectant Punctum quod Filis ad partes diverſas trahitur.

Machina hæc conſtat ex Orbe ligneo, diametri circi- 330.
ter octo pollicum, horizontalis eſt & pede ſuſtinetur; TAB. XIV. Fig. 1.
in medio craſſitiei ſulco circumdatur, quo Trochleæ * * 161.
ad libitum, in quocunque circumferentiæ puncto, Machinæ junguntur. Sulco enim huic inſeritur Trochleæ cauda.

Orbis prædictus in ſuperiori parte paululum excavatur, ut recipiat Orbem minorem E F B, craſſitiei quartæ partis unius pollicis, & paululum ſupra Orbem primum prominentem; ita ut Filum ſuper Trochleâ, ut dictum, Machinæ annexâ, horizontaliter extenſum ſuperficiem D B E perſtringat.

Varii, pro variis Experimentis, tales requiruntur Orbes minores. Chartâ ab utrâque parte teguntur, ut commodè Lineæ, in Experimentis memoratæ, in ipſis duci poſſint.

Hac Machinâ olim uſus ſum, & admodum compendioſa eſt; ideò, quamvis perfectiorem indicaverim, ipſam hìc memorare non inutile duxi. In hac, licet agatur tantùm de tribus Potentiis, non ad libitum Trochleæ diſponi poſſunt, ſed in omnibus Experimentis Trochlearum ſitus, extenſis, ex Centro Orbis, Filis juxta Lineas in Chartâ jam ductas, determinatur *. * 327.

331. Innumera problemata, admodum composita, de Viribus diversis, diversimodè agentibus, proponi possunt, horum solutiones ex ante dictis deducuntur, & auxilio
* 250. nostræ primæ Machinæ *, aucto tantùm Trochlearum numero, Experimentis illustrantur. Sed hi casus compositi rarius usu veniunt; ad simpliciora redeamus.

332. Pondus P, Trochleæ annexum, sustinetur Potentiis
TAB. XII. Fig. 6. ab utraque parte Funi ductario applicatis, sed obliquè trahentibus per C A & C B; hæ Potentiæ sunt æquales inter se, quia omnis Funis, Trochleam circumdans,
* 159. non quiescit, nisi ab utraque parte æqualiter trahatur *; ipsum Pondus P est tertia Potentia, & Punctum C tribus hisce Potentiis trahitur. Concipiatur linea C E ad Horizontem perpendicularis, & Linea E F parallela Lineæ C A: & erit C E ad F E aut F C, (hæ enim duæ Lineæ sunt æquales, propter memoratam æqualitatem Potentiarum trahentium per C B, C A,) ut Pondus P
* 317. ad alterutram Potentiarum Funi applicatarum *.

Si extremitas una Funis ductarii annectatur Clavo, unicâ tali Potentiâ Pondus P sustinetur.

333. Si Pondus P Trochleæ non conjungatur, sed Funes C A & C B, ipsi Ponderi annexi fuerint, poterit hoc sustineri Potentiis duabus inæqualibus; in quo casu latera C F, F E, trianguli memorati, sunt inæqualia, & inter se ut ipsæ Potentiæ.

334. Hic observandum, ex datis inclinationibus Funium C A & C B ad Horizontem, proportionem Potentiarum ad Pondus P, ex tabulis Trigonometriæ, posse determinari. Si in triangulo F C E concipiatur Linea F G, per Punctum F ad Horizontem parallela, G C repræsen-
* 311. tabit portionem Ponderis, quam sustinet Potentia C F *,

&

& G E erit portio quam alia sustinet Potentia. Quando Trochlea adhibetur, ut in hac Figurâ, æquales sunt G C, G E.

Si F sit centrum Circuli, cujus radius sit G F, erit F E secans, & E G tangens anguli, quem efficit F E, aut C A, cum Horizonte; & C F erit secans, & C G tangens anguli inclinationis fili C B ad Horizontem: unde patet, Potentias proportionales esse prædictis secantibus, & Pondus P proportionem sequi summæ memoratarum tangentium.

Machina,

Quâ Experimenta demonstrantur de Ponderibus, quæ obliquis Potentiis sustinentur.

Tabella lignea, crassitiei semi Pollicis, F A I B E Figuram habet, quam Schema exhibet. Ad latera Machinæ firmantur Trochleæ T, T, verticales, & superficiei Tabellæ parallelæ, à qua parum admodum distant. In partibus extremis latioribus A F, B E, quæ chartâ albâ teguntur, Lineæ ducuntur, quæ singulæ cum Filo, Trochleam circumdante, & extenso, conveniunt. 335. TAB. XIII. Fig. 3.

Cum hac Tabellâ in D, sed ad partem posticam, cauda cohæret, quæ exhibetur in *g h*, cujus ope, Machina Columnæ C * applicatur, ad altitudinem quamcunque; * 162. Cauda trajicit Columnæ aperturam, & circumdatur Cochleâ, ut auxilio Cochleæ exterioris *i*, firmetur Tabella, cùm autem Cauda rotunda sit, potest in aperturâ Columnæ rotari, & haud difficulter ita Machina disponitur, auxilio perpendiculi I L, ut Linea A B in situ sit Horizontali.

In extremitatibus Linearum memoratarum, superficiei Tabellæ, in B E, & A F, inscriptarum, numeri adscribuntur, qui tangentes exprimunt angulorum, quos



ipsæ Lineæ cum Horizonte efficiunt, quando Machina ut diximus est disposita. Secantes eorumdem angulorum in Punctis mediis earumdem Linearum notantur: ita ut in singulis Lineis, numerus in medio se habeat ad numerum in extremitate, ut Potentia, juxta Lineæ directionem posita, ad partem Ponderis quam sustinere potest *.

* 334.

EXPERIMENTUM 7.

336. Pondus P sustinetur duobus Filis in *s* junctis, & super Trochleis Machinæ positis, & quæ trahuntur Potentiis O & Q ita, ut Fila conveniant cum Lineis T *n*, & T *r*.

Nunc O & Q sunt inter se, ut $11\frac{1}{2}$, & $13\frac{3}{4}$, id est, ut numeri in mediis Linearum; & P exprimitur per summam numerorum, in extremitatibus notatorum, quæ valet $15\frac{1}{4}$.

Si O valeat undecim Uncias cum semisse; Q tredecim cum tribus partibus quartis; & P quindecim cum parte quartâ; nunquam quies dabitur, nisi redeuntibus Filis ad inclinationes hîc exhibitas.

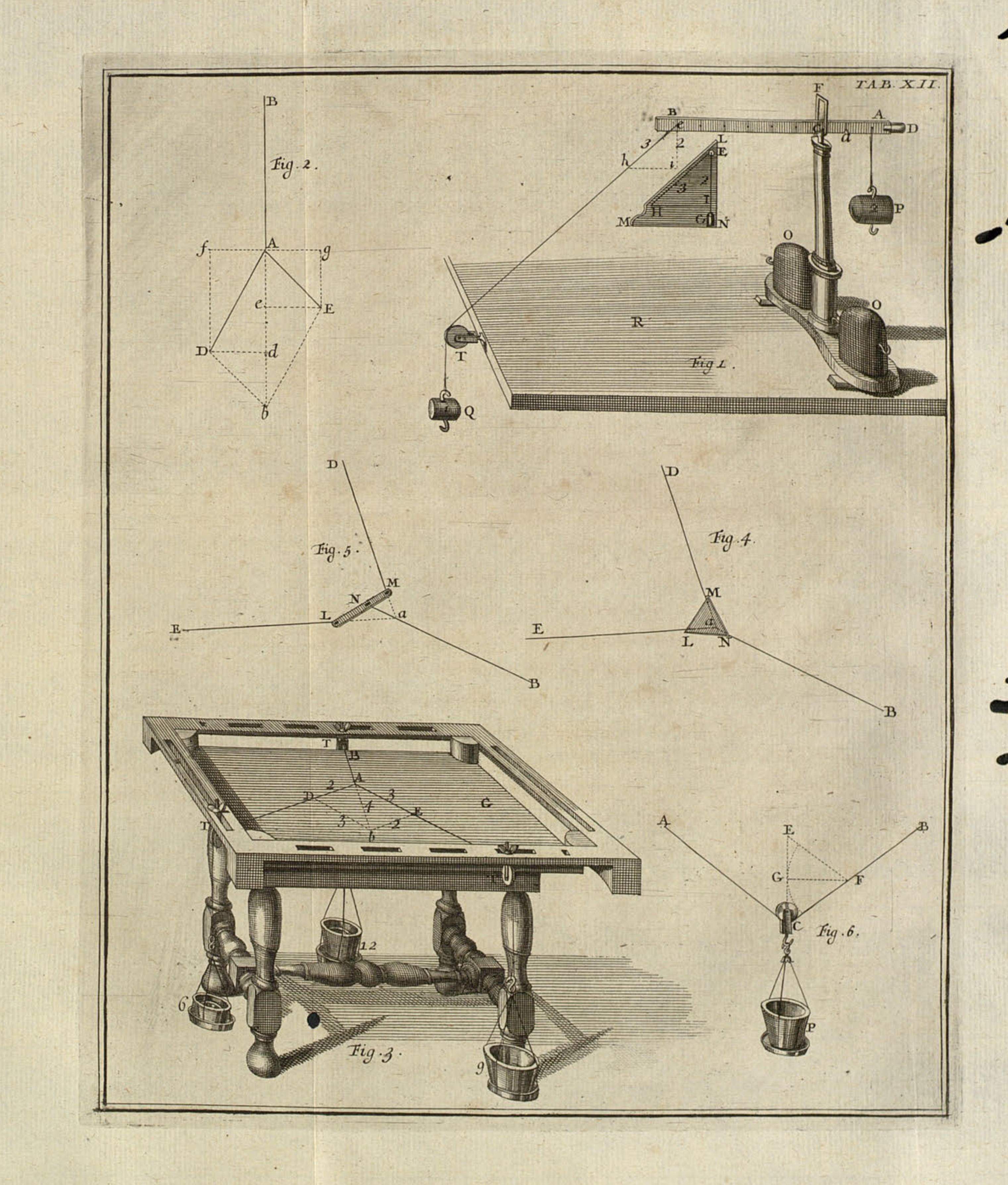
EXPERIMENTUM 8.

337. Si Trochlea adhibeatur, Potentiæ O, & Q, æquales desiderantur, de cætero Experimentum eodem modo, ut præcedens, procedit. In determinatione autem Ponderis P ad Pondus ipsius Trochleæ attendendum: ut hoc commode fiat, tali utimur, quæ exactè cum Capsulâ & unco ponderat dimidiatam Unciam.

Vis quâ Corpus super Plano inclinato descendere conatur, ex iis quæ de obliquâ Potentiâ habuimus *, determinatur.

* 311.

DE-


TAB. XII.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.

Definitio 1.

Planum inclinatum vocatur, quod cum Horizonte efficit angulum obliquum. 338. TAB.XIII. Fig. 4.

CB repræsentat Lineam Horizonti parallelam, AB cum illâ efficit angulum obliquum ABC, & Planum inclinatum repræsentat. Ab extremitate superiori Plani dimittitur perpendicularis Linea AC ad Horizontem.

Definitio 2.

Longitudo AB vocatur Longitudo Plani. 339.

Definitio 3.

Linea AC vocatur Altitudo Plani. 340.

Corpus P Plano AB impositum juxta directionem AB super Plano conatur descendere; ponamus Filo *e* D huic Plano parallelo Corpus retineri. Sit Fili continuatio *ef*; Punctum *e* mobile est in Lineâ D*ef*, & Pondere Corporis deorsum trahitur per *ei*. Si Linea hæc Pondus hoc repræsentet, Actio in Lineâ D*f*, quâ, juxta hanc, Corpus Pondere suo trahitur, habetur, ductâ ad D*f* perpendiculari *if*, & *ef* Vim quæsitam exprimet *. * 311.

Si *eg* perpendicularis sit ad Plani superficiem, & ad ipsam perpendicularis ducta sit *ig*, Actionem Ponderis in ipsum Planum exprimet *eg* *, aut *if* *. * 311. * 34. El. I.

Angulus *ief* æqualis est angulo BAC, uterque enim æqualis est angulo *io*B*; ergò triangula *ief*, BAC, sunt æquiangula, & *ef* ad *ei*, ut AC ad AB*; & *Vis, quâ Corpus super Plano inclinato conatur descendere, est ad Corporis Pondus, ut Plani Altitudo ad hujus Longitudinem.* * 29. El. I. * 4. El. VI. 341.

Machina,

Quâ Plani inclinati Affectiones exhibentur.

Regula ferrea, benè polita, & accuratè elaborata, BC, cujus crassities paulum superat quartam pollicis partem, 342. TAB.XIII. Fig. 5.

tem, & cujus reliquæ dimensiones, in ipsâ Figurâ, in quâ ad sextam partem sunt reductæ, facilè determinantur, sustinetur Columnâ ligneâ E F. In hujus capite F, circa Punctum, ut centrum, Regula, quæ in eo loco ab inferiori parte latior est, volubilis est ita, ut ad libitum inclinari possit, & firmari auxilio Cochleæ D C, incurvatæ, & per Columnam trajectæ. Cochlea hæc interior est, exteriores duæ *m* & *n* utrinque Columnæ arctè applicantur.

Ipsa Columna caudam habet, per foramen in Mensâ, in quo converti potest, penetrantem, ut auxilio Cochleæ firmetur.

Regula memorata ferrea Cylindrum trajicit cupreum G, cujus Pondus est duodecim Unciarum, sed circumposito Annulo mutari potest, in hisce Experimentis adhibemus annulum quatuor Unciarum, ut integrum Pondus Libram unam æquet. In extremitate ipsius Regulæ cum hac conjungitur cylindrus ligneus A, in quem Regula ferrea ad profunditatem unius circiter Pollicis penetrat. Huic ultimo Cylindro intruditur quoque Cauda Trochleæ T *, cui circumponitur, Funis ductarius, qui cum Cylindro G cohæret, & Regulæ ferreæ parallelus est, ita ut Pondus F, Funi applicatum, sustineat vim, quâ Cylindrus G juxta Regulam descendere conatur.

* 161.

Cylindrus G in aliis etiam Experimentis adhibetur, & hujus usus præcipuus spectat Vires Centrales, de quibus in Parte sequenti hujus Libri agam; ubi etiam accurata Cylindri expositio reperietur.

343. Tabella L in determinandâ Regulæ B C inclinatione usu venit. Triangula rectangula varia in hujus superficie delineata sunt, quæ Hypotenusam communem habent,

bent in cujus extremitate una Perpendiculum Q suspenditur. Hypotenusa hæc continet partes sedecim, quæ pro mensurà adhibentur laterum Triangulorum, sed illorum tantùm longitudines notantur, quæ in dictâ extremitate Hypotenusæ communis terminantur, ut figura hoc ipsum exhibet.

EXPERIMENTUM 9.

Auxilio Tabellæ L ita disponitur Regula B C, ut longitudo Plani sit ad hujus Altitudinem, ut 16. ad 6. Et Pondus P, sex Unciarum, sustinebit Pondus G, unius Libræ; quod in loco quocunque ipsius Regulæ quiescere potest, & minimo impulsu adscendit aut descendit. 344.

Quando Corpus, Plano inclinato impositum, juxta directionem trahitur, à Plani inclinatione diversam, ex ante demonstratis * vim quoquè determinamus. 345. *317.

EXPERIMENTUM 10.

Tabella datur L, rectangula in *f*, cui inscriptum est Triangulum rectangulum *a b c*, cujus latera lateribus Tabellæ parallela sunt. 346. TAB. XIII. Fig. 6.

Regula B F, ita inclinatur *, ut Longitudo Plani sit ad ipsius Altitudinem, ut latus *c b* ad latus, quod Regulæ parallelum est, *ac* Trianguli *a c b*, id est, in casu præsenti, ut 16. ad 8. * 343 344.

Funis qui cum Cylindro G cohæret, Trochleæ T, cum Columnâ C cohærenti *, circumponitur; Pondus P novem Unciarum appenditur; & nisi in uno Regulæ loco Cylindrus quiescere potest. In hoc situ, directio Funis congruit cum *c e* in Tabellâ ductâ, & cujus Longitudo continet partes novem, quarum *c a* continet octo, & *c b* sedecim. *162. 169.

Triangulum *a b c* simile est Triangulo *a o c*, in quo *a o* 347.

M est

eſt verticalis *co* Horizontalis; ſequitur hoc ex ſitu Regulæ B F. Angulus ergò *bca* æqualis eſt angulo *oac*; &
* 27. El. 1. *bc* parallela ipſi *ao* *, & eſt verticalis.

Cylindrus G tribus trahitur Potentiis. 1. Pondere ſuo verticaliter, juxta directionem parallelam lineæ *bc*. 2. Suſtinetur à Regula B F, id eſt, premitur juxta directionem ad hanc Regulam perpendicularem, & lineæ *ab* parallelam. 3. Tandem per *ce* Fune trahitur. Tres hæ Po-
* 317. tentiæ ſunt ut latera Trianguli *ecb* *. Ideò quando Pondus Cylindri eſt 16. Pondus P eſt 9.

348. Vis quâ Cylindrus Regulam B F premit eſt ut *eb*; ſi Funis parallelus eſſet Regulæ, Preſſio hæc eſſet ut *ab*; ſed minuitur nunc quia magis ſurſum trahitur Cylindrus.

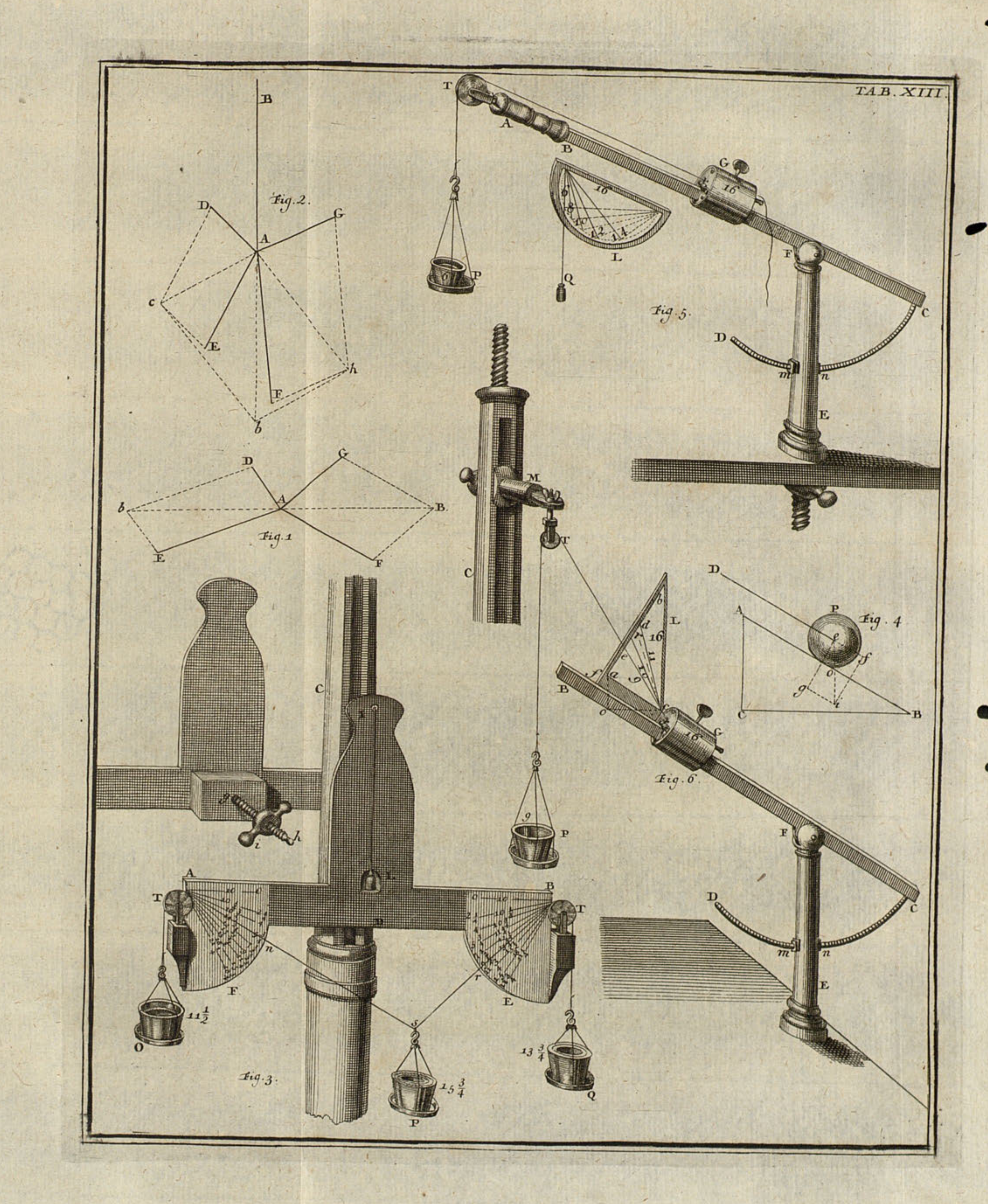
Duabus autem Rotulis, in noſtro Experimento, ſuſtinetur Cylindrus, & Funis, qui ex foramine in anteriori ſuperficie exit, & ſursùm dirigitur, Preſſionem ſolius anterioris minuit, & hanc paululum ſublevare debet, antequam Preſſionem poſterioris Rotulæ mutare poſſit.

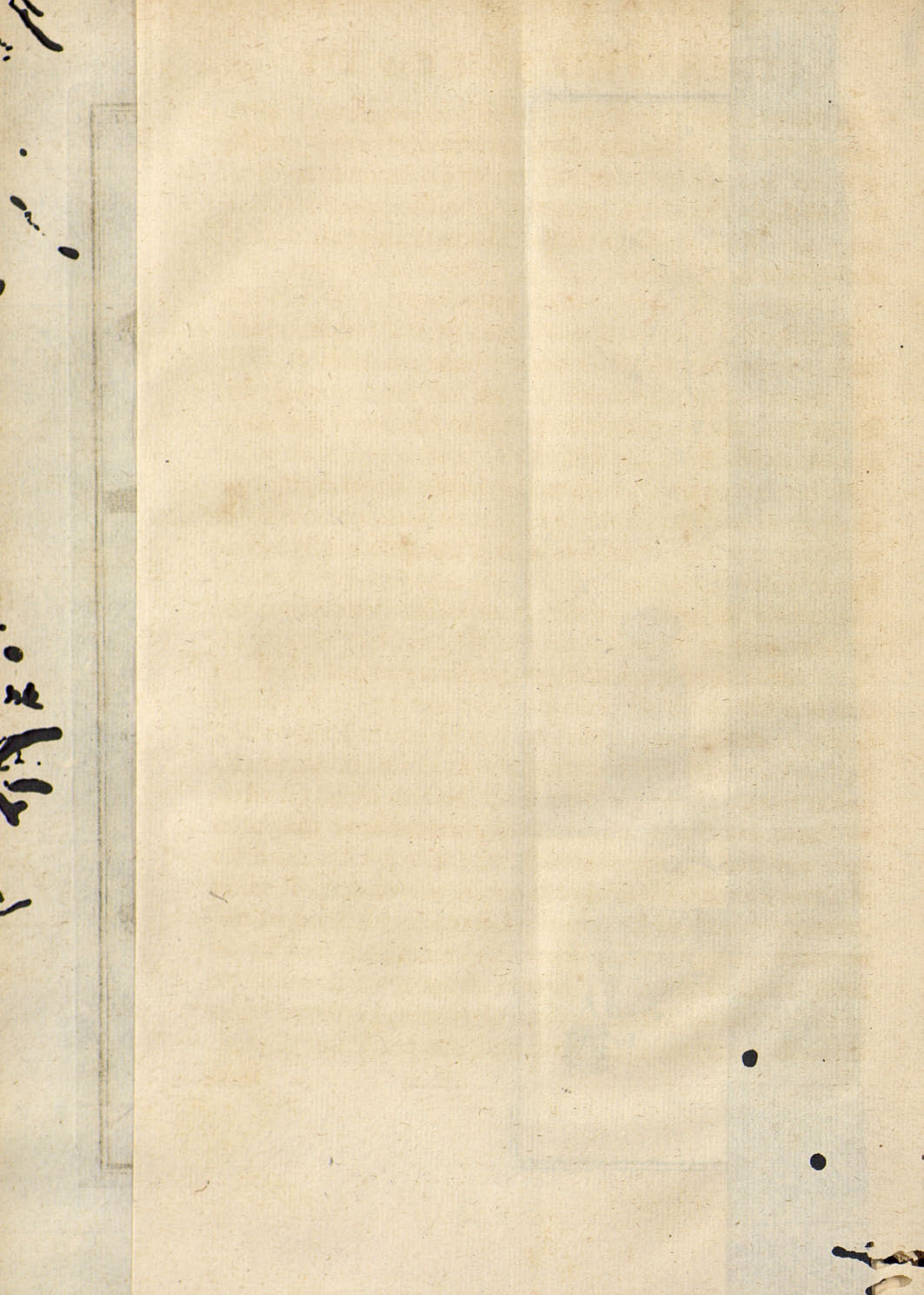
349. Si ergò *ab* dividatur in duas partes æquales in *r*; pars *ar* indicat preſſionem anterioris Rotulæ, & *rb* poſterioris, quando hæ non minuuntur; ſed in ultimo Experimento *er* Preſſionem anterioris Rotulæ deſignat.

EXPERIMENTUM II.

350. Iiſdem manentibus, quæ in præcedenti Experimento fuere indicata, mutetur tantùm P, & duæ addantur Unciæ: Valet nunc undecim Uncias Vis, quæ Funem trahit. Cylindrus ſitum mutat, & hujus inclinationem indicat linea *cd*, quæ valet undecim. Nunc nulla datur anterioris Rotulæ in Regulam Preſſio, paululum ab hac
* 349. ſeparatur, quod cum explicatis * congruit.

Unicum de Viribus obliquis addam & hoc ipſo Materiæ huic finem imponam. Ma-


TAB. XIII.
Fig. 2.
Fig. 1
Fig. 5.
Fig. 4
Fig. 6.
Fig. 3.



Mariotte, in ſecundâ parte tractatûs de Motu Aqua- 351.
rum, Paradoxum Mechanicum demonſtrat, cujus explicatio quoquè facilè deducitur ex ſæpiùs memoratâ Proportione, de Puncto quod tribus trahitur Potentiis *. * 317.

Ipſum Paradoxum, peculiari Machinâ immediatè ſub oculos ponimus.

EXPERIMENTUM 12.

Vectis ACB ita eſt conſtructus, ut ſibi permiſſus ac- 352.
quirat ſitum, in quo AC Horizontalis eſt. AC & CB TAB XIV. Fig. 2.
ſunt æquales; producatur AC, & in hanc productam ſit normalis B*f*. Brachia Vectis, talem efficiunt angulum, ut AC dupla ſit ipſius C*f*.

In B applicatur Pondus unius Libræ P; in A ſuſpenditur Pondus ſemi Libræ GQ, & æquilibrium datur *: * 235.
ſi alia eſſet ratio inter AC & C*f*, pondera alia adhibenda forent.

Paradoxum nunc hoc eſt, tranſpoſitis Ponderibus æquilibrium ſervabitur.

Ut exactè Experimentum procedat hæc Ponderis GQ deſideratur conſtructio.

Pars hujus præcipua eſt Capſula G, quæ tres continet 353.
Rotulas cupreas, cum axibus ſuis chalibeis, & tenuibus, TAB. XIV. Fig. 3.
cohærentes; axes in eâdem lineâ ſunt diſpoſiti, & Rotæ ſeparatim mobiles; extremæ ejuſdem ſunt magnitudinis, media paulò minor eſt. Cum hac Capſulâ conjungitur Uncus V, & Machina nunc ponderat Uncias tres; talis noſtra eſt: additur Lanx L unius Unciæ, cui imponitur Pondus Q quatuor Unciarum; & habemus dimidiatam Libram ſupra memoratam.

Columnæ *, quâ ſæpiùs jam uſi ſumus, applicatur Ta- TAB. XIV. Fig. 4.
bella T verticalis, & firmatur; in hac datur ſciſſura * 162.

mn, in quâ agitato Vecte, crus CB liberè moveri potest. Impositis Ponderibus O, O, firmatur Vectis sustentaculum. Pondus GQ ita nunc applicatur, ut, dum à Vecte obliquè sustinetur, etiam à Tabella T retineatur; Rotulæ duæ externæ Tabellam tangunt ad latera scissuræ *mn*, dum media ipsi Vecti insistit. Columna E à Tabellâ T ita removeri debet, ut posito crure AC Horizontali, & applicato G ut diximus, Rotula, quæ Vecti imponitur, hunc tangat in Puncto *b*, quod ipsi B respondet, ductâ B*b* ad BC perpendiculari.

In hoc situ GQ sustinebit Pondus P (*Fig.* 2.) quod nunc in A suspenditur. Minimum quid turbat hoc æquilibrium; si G paululum deprimatur, ut Rotula non amplius Vectem in *b* tangat, elevabitur P; è contrario si G paululum elevetur statim prævalet P.

354. TAB XIV. Fig. 2. Demonstratio hæc est. In Triangulo C*f*B rectangulo, ex angulo recto ducatur ad CB perpendicularis *fd*; *8. El. VI. Triangula *fd*C, C*f*B, erunt similia*; eodem modo, ductâ ad C*f* perpendiculari *dh*, erunt similia Triangula *dhf*, C*df*; Ergò similia Triangula *dhf*, C*f*B*. *21. El. VI.

Pondus P est ad GQ, ut AC, aut CB, ad C*f*, id est, ut *df* ad *dh*.

In *Fig.* 4. Capsula G tribus trahitur Potentiis. 1. Pondere suo verticaliter deorsum, cui directioni parallela est linea *dh* (*Fig.* 2.); 2. Horizontaliter, Actione Tabellæ T, quam directionem indicat *hf*; 3. tandem ipse Vectis juxta directionem ad hunc perpendicularem agit, & est hæc directio *df*: sunt ergò Potentiæ hæ inter se *317. ut latera Trianguli *dhf**. Ergò Pondus GQ ad Vim, quæ premit Vectem in B, ut *hd* ad *df*, id est, ut in *Fig.* 2. CQ ad P, quare hoc Pondus P valet pressionem

quâ

quâ Punctum B, aut *b*, Rotulâ ipsi applicatâ premitur; quâ Pressione sustinetur Pondus P, in A suspensum, propter æquales A C, B C *. Transpositis ita Ponderibus, * 143.
æquilibrium servabitur, quæcunque sit ratio inter C *f* & C A, id est, *dh* & *df*, si hæc eadem detur inter Pondera G Q & P.

L I B E R I.

Pars III. De Motibus, Potentiarum Actionibus, mutatis.

C A P U T XVII.

De Naturæ Legibus Newtonianis.

PRessiones, contrariis Pressionibus destructas, huc usque consideravimus. Nunc Pressiones, in Corpora sibi permissa, & in Motu perseverantia, agentes, examinabimus; hìc, ut in omnibus Physicis, ex Phænomenis ratiocinandum est, & ex iis Naturæ Leges deduci debent.

Tres à Newtono traduntur, quibus illa, quæ nobis de Motu nota sunt, explicari posse credimus.

L E X I.

355. *Corpus omne perseverat in Statu suo quiescendi, vel movendi uniformiter in directum; nisi quatenus, à Viribus impressis, cogatur Statum illum mutare.*

Videmus Corpus suâ naturâ esse iners, & incapax sese movendi, unde, nisi causâ extraneâ moveatur, in Quiete semper necessariò manet.

Corpus etiam semel motum in Motu, secundum eandem rectam lineam, eâdem cum Velocitate, continuare, quotidianis Experimentis plenissimè constat; nullam enim unquam mutationem in Motu fieri videmus, nisi aliquâ ex Causâ.

356. Corpus Vi *insitâ* transfertur*, & *Vis* hæc, ut ex Lege
*18. hac sequitur, *non mutatur nisi Actione Causæ extraneæ.*

LEX II.

357. *Mutatio Motûs sequitur proportionem Vis motricis impressæ, & fit semper secundum rectam lineam, quâ Vis illa imprimitur.*

358. Ex Phænomenis quoquè deducimus hanc Legem; in Nave enim, Corpus quod propellitur eodem modo movetur, sive quiescat hæc, sive Velocitate quacunque æquabiliter progrediatur. Quod demonstrat *duos Motus sese mutuò non turbare*, quod & in plurimis Motibus obtinet.

Quando Corpori moto alia superadditur Vis, in eâdem directione, Motus celerior fit.

Quando nova Impressio Motui Corporis contraria est, retardatur Motus.

Si obliquè agat nova Impressio, Viam suam mutat Corpus.

359. Sit Corpus in A, motum per AE Celeritate, quam
TAB. XV, Fig. 1. per hanc ipsam designamus lineam, agat in A Impressio, juxta directionem AD, quæ Corpori, ut diximus agitato, juxta hanc directionem, communicet Celeritatem AD. Corpus duobus nunc agitatur Motibus, quibus lineæ AE & AD eodem tempore percurruntur; hi duo
358. Motus sese mutuò non turbant, sed Motu, ex ambobus composito, Corpus fertur.

Ut Motum hunc compositum determinemus, concipiamus lineam AD, dum hanc Corpus percurrit, Motu paral-

parallelo transferri Celeritate, quâ Corpus movetur juxta directionem lineæ A E, quam in hoc Motu Punctum A percurrit. Id est, concipimus singula Puncta lineæ A D lineas ad A E parallelas, velocitate A E, percurrere; quare Corpus, ubicunque in illâ lineâ detur, eodem Motu cum hac ipsâ gaudet; ponimus præterea, Corpus, Motu proprio, per hanc ipsam lineam ferri, & sic duplici Motui subjici; ut hæc omnia in Nave, uniformiter motâ, obtinent.

Translata jam sit linea in *a d*, Corpus erit in *b*, & A E erit ad A D, ut A *a* ad *a b*; quia uterque Motus, æquabilis est. Absoluto parallelogrammo A D B E, & ductâ Diagonali A B, clarè patet Punctum *b* in hac Diagonali dari, & Corpus versari in B, ubi linea A D pervenit ad E B; *Motu* ergò *Composito Corpus percurrit Diagonalem* 360.
parallelogrammi formati lineis, situ directiones, & longitudinibus celeritates, Motuum designantibus; Diagonalis autem celeritatem Motûs compositi exprimit.

In sequentibus videbimus & Legem respectu Vis insitæ locum habere, id est, Vim insitam Corpori, per Diagonalem A B moto; æqualem esse Viribus primæ per A E, & secundæ quæ Corpori juxta A D communicatur. Si nempe Vis secunda non pro parte cum primâ contrariè agat; quod contingit quando Angulus E A D est obtusus, in quo casu nova Impressio pro parte in minuendâ primâ Vi impenditur.

Lex III.

Actioni contraria semper & æqualis est Reactio; id est, nul- 361.
la in Corpus potest dari Actio sine Resistentiâ ipsi æquali, & Corporum duorum Actiones in se mutuò semper sunt æquales, & in partes contrarias diriguntur.

Omnis

362. Omnis Actio Resistentiam requirit, tolle hanc, & illa evanescet; quis enim Actionem sine Obstaculo concipere potest?

Si Actio major sit Resistentiâ, pro parte sine Obstaculo aget illa, quod fieri non potest.

Si Resistentia major ponatur, cùm hæc sit Actio contraria, in eandem incidimus conclusionem; & contrarias Actiones necessariò æquales esse satis clarè patet. Sed & evidentius sequenti examine hoc patebit.

363. Detur Vis quæ in Obstaculum agat, si hoc non cedat, retinetur Vi quadam, & datur Pressio quæ cum primâ
* 125. contrariè agit, hancque destruit, quare ipsi æqualis est *. Digito Lapidem loco fixum premo, premitur æqualiter digitus à Lapide.

364. Si cedat Obstaculum, resistit inertiâ suâ *. Tra-
* 19. hatur Corpus Fune, etsi hoc liberrimè agitari possit, Funis tamen tensus erit, & utramque partem versùs æqualiter, quod oppositarum Actionum æqualitatem indicat: Corpus verò cedit, quamvis resistat, Vi æquali illi quâ trahitur, quia non resistit quamdiu quiescit, sed
* 19. dum motum acquirit *.

Currus trahitur, in initio Motûs inertiâ, postea rotarum attritu, & propter Obstacula, minora quidem, sed tamen continuò in viâ occurrentia, resistit, & Resistentia hæc ab Equo superatur, dum proprio Motu Currus
* 355. progreditur *. Lora in hoc Motu partem utramque versùs æqualiter distenduntur, quod æquales esse Actionem & Reactionem demonstrat; insequitur tamen Equum Currus, quia hic tantùm resistit, dum sequitur illum; & resistit, quia sequitur.

Corporis agitati Motus destruitur, eodem modo ac

quies-

quiescenti communicatur; quare ut in hoc casu Actioni æqualis est Resistentia, sic & in illo.

Tandem videmus & in illis motibus, qui ad Attractionem referuntur *. Legem de quâ agimus locum habere. 365. *73.

Magnes Ferrum ad se trahit, trahitur æqualiter à Ferro.

EXPERIMENTUM

Unco, cum Lance Libræ cohærente, suspenditur Magnes M, & Pondere P æquilibrium datur: facillimè nunc moveri potest, & Ferro admoto, à certâ distantiâ accedit Magnes ad Ferrum; & hoc retrahendo, antequam Magnes ad hoc pervenerit, Magnes Ferrum sequitur; eodem omninò modo, ac Ferrum ad Magnetem accedit, & hunc sequitur, quando illud suspenditur, & Magnes admovetur. Quando autem Ferrum F suspenditur, sublato Magnete, Pondus P servandum est, & æquilibrium instaurari debet, Pondere Lanci L imposito, ut in utroque casu æqualiter gravetur Libra, & eadem Materiæ quantitas agitetur. 366. TAB. XIV. Fig. 5.

Sedeat quis in Cymbâ, Cymbam aliam æqualem, & æqualiter onustam, Fune trahat; ambæ Cymbæ æqualiter moventur, & in medio Distantiæ primæ concurrunt: si una Cymba alterâ sit major, aut magis onusta, pro diversis quantitatibus Materiæ in singulis Celeritates erunt diversæ.

Perfectam autem Motuum æqualitatem demonstrat Corporum quies, ubi ad se invicem pervenere; nam quamvis se mutuò premant, & quantumvis facilè cedere possint, neutrum oppositum ex loco removet. 367.

Si ante concursum interponatur Obstaculum, quod concursum quidem, non mutuam Actionem, impediat,

N cum

cum Corporibus quiescit hoc, quamvis nulla Vi retineatur; & Obstaculum æqualiter ab utraque parte premi, dum Corpora ad se mutuò tendunt, manifestum est.

CAPUT XVIII.

De Acceleratione & Retardatione Gravium.

DEFINITIO I.

368. *Motus acceleratus est, cujus Celeritas omnibus momentis major fit.*

DEFINITIO 2.

369. *Motus retardatus est, cujus Celeritas omnibus momentis minuitur.*

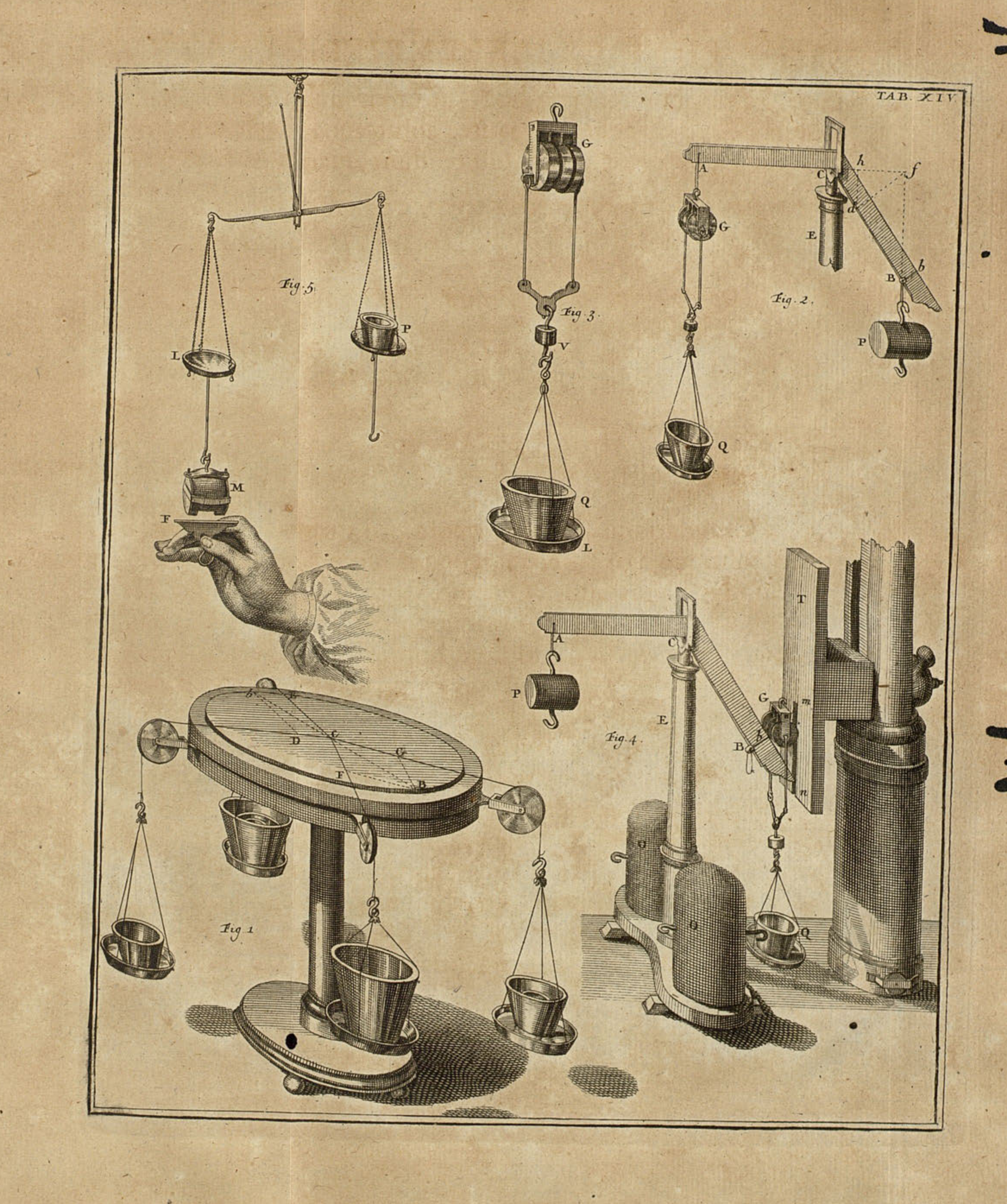
Vis Gravitatis in omnia Corpora pro quantitate Materiæ continuò agit *, & quæcunque fuerint, Gravitate eodem modo moventur. Quando Corpus liberè cadit, Impressio primi momenti in secundo momento non destruitur; ergò ipsi superadditur Impressio secundi momenti, & sic de cæteris; *Motus* igitur *Corporis liberè cadentis est acceleratus*, & ex Phænomenis constat, Motum *æquabiliter in temporibus æqualibus* accelerari. Consequentiæ enim, quas in sequentibus ex hoc principio, Accelerationem esse æquabilem, deducemus, veræ non essent, si tale non ipsum esset principium. Has autem cum Experimentis convenire, in Cap. sequentibus videbimus.

* 159.

370. (beside "menti, & sic de cæteris")

371. Ex hoc eodem Principio concludimus, *Gravitatem eodem modo agere in Corpus motum ut in Corpus quiescens*; cùm Celeritates æquales, in momentis æqualibus, Corpori communicet.

372. *Celeritas*, ergò, *inter cadendum acquisita, est ut tempus, in*


TAB. XIV.
Fig. 5.
Fig. 3.
Fig. 2.
Fig. 4.
Fig. 1.



in quo Corpus cecidit. Velocitas ex. gr., in certo Tempore acquisita, erit dupla, si Tempus fuerit duplum; tripla, si Tempus triplum, &c.

Designetur Tempus per lineam A B, & initium Temporis sit A. In Triangulo A B E, lineæ 1 *f*, 2 *g*, 3 *h*, quæ parallelæ ad basin, per Puncta 1, 2, 3, ducuntur, sunt inter se ut illarum ab A distantiæ, A 1, A 2, A 3; id est, ut Tempora, quæ per illas distantias designantur; & Velocitates Corporis, liberè cadentis, post illa Tempora denotant *. Si pro lineis mathematicis aliæ adhibeantur cum minimâ latitudine, unicuique æquali, non eo mutatur ipsarum proportio *, & hæ minimæ superficies æquè prædictas Velocitates denotant. In Tempore minimo Velocitas pro æquabili haberi potest, & ideò Spatium, in eo Tempore percursum, Velocitati proportionale est *, eædemque minimæ superficies Spatia, minimis, sed æqualibus, Temporibus percursa, designare poterunt: Idcircò in unâquaque minimâ Superficie memoratâ, si latitudo Superficiei pro Tempore habeatur, Superficies ipsa Spatium percursum designabit. Totum Tempus A B constat ex talibus Temporibus minimis; & area Trianguli A B E formatur ex summâ omnium Superficierum minimarum hisce Temporibus minimis respondentium: area ergò hæc Spatium Tempore A B percursum designat. Eodem modo area Trianguli A 1 *f*, repræsentat Spatium Tempore A 1 percursum; Triangula hæc sunt similia, & areæ illorum sunt inter se ut quadrata laterum A B, A 1 *, id est, *Spatia ab initio casûs percursa sunt inter se, ut quadrata Temporum, per quæ Corpus cecidit; aut ut quadrata Velocitatum, inter cadendum acquisitarum.*

373. Tab. XVI. Fig. 2.

* 372.

* 1. El. VI.

* 119.

374.

* 19. El. VI.

Diviso Tempore AB in partes æquales, A 1, 1. 2, 2. 3, 3. B; ducantur per divisiones lineæ ad Basin paral-
375. lelæ; *Spatia percursa* in illis partibus, id est, *in primo, secundo, tertio, &c. momento, positis momentis æqualibus*, sunt inter se ut areæ A 1 *f*, 1 *f g* 2, 2 *g h* 3, 3 *h* E B; quæ areæ, ut ex inspectione Figuræ patet, *sunt inter se ut numeri impares* 1. 3, 5. 7. 9. &c.

Si Corpus, postquam cecidit per Tempus AB, non ulterius acceleretur, sed Celeritate BE, eo casu acquisitâ, uniformiter Motum continuet, per Tempus BC, æquale Tempori casûs, Spatium eo Motu percursum designatur per aream BEDC, duplam areæ Trianguli
* 41. El. 1. ABE*; & ideò,

376. *Corpus ab Altitudine quacunque liberè cadens, eâ cum Celeritate, quam cadendo acquisivit, in Tempore æquali Tempori casûs, Motu æquabili, Spatium duplum prædictæ Altitudinis percurret.*

Motus Corporis, in altum projecti, eodem modo retardatur, quo Corporis cadentis Motus acceleratur, ut
* 357. sequitur ex lege 2*; in hoc casu Vis Gravitatis cum Motu acquisito conspirat, in illo contrariè agit; cum verò
* 370. Vis Gravitatis omnibus momentis æqualibus, æquales
377. Corpori Celeritates communicet*, *Celeritas Corporis projecti in altum, æqualibus Temporibus, æqualiter minuitur, aut retardatur.*

Vis eadem Gravitatis generat Motum in Corpore cadente, & hunc destruit in Corpore adscendente, agit-
* 371. que semper in Corpus motum ut in Corpus quiescens*; æqualibus ergò Temporibus Celeritates eædem generan-
378. tur, & destruuntur. *Corpus in altum projectum* adscendit, donec totum Motum amiserit; *adscendit* ergò *per Tempus,*

in

in quo Corpus cadendo potest acquirere Velocitatem, æqualem Velocitati cum quâ in altum projicitur.

Si B A repræsentet Tempus, in quo Corpus adscendit, & B E Celeritatem, cum quâ in altum projicitur; adscensus cessat, ubi Celeritas Corporis nulla est; ideò lineæ parallelæ ad Basin in Triangulo A B E repræsentant Celeritates in momentis Temporis, quibus respondent*, & area Trianguli A B E Spatium adscendendo percursum designat, ut ex demonstratione, circa Corpora cadentia data*, potest deduci. Cum autem B E sit Velocitas, quam Corpus cadendo per Tempus A B potest acquirere*, Triangulum hoc A B E idem est, quod Spatium cadendo percursum repræsentat, dum Corpus inter cadendum hanc ipsam Celeritatem B E acquirit*. 379. TAB. XV. Fig. 2. *377. *373. *378. *373.

Unde sequitur, *Corpus in altum projectum adscendere ad eandem Altitudinem, à quâ cadendo potest acquirere Velocitatem, cum quâ projicitur.* 380.

Et *Altitudines, ad quas Corpora, diversis Velocitatibus projecta, possunt adscendere, esse inter se ut quadrata illarum Velocitatum* *. 381. *374.

CAPUT XIX.

De Descensu Gravium super Plano inclinato.

VIs, quâ Corpus super Plano inclinato descendere conatur, ex Gravitate oritur, & ejusdem est naturæ cum Gravitate, aut potiùs est ipsa Gravitas imminuta, quia Corpus pro parte à Plano sustinetur: ideò Vis illa, omnibus momentis, & in omnibus Plani partibus, æqualis est*, & agit in Corpus motum eodem *150.

382. modo ac in Corpus quiescens*: eâdem de causâ *Motus*
* 371. *Corporis, super Plano liberè descendentis*, ejusdem est naturæ cum Motu Corporis liberè cadentis; & quæ de hoc dicta sunt, de illo etiam affirmari possunt. *Est* igitur *Mo-*
* 370. *tus æquabiliter acceleratus in Temporibus æqualibus**; & Pro-
383. positiones Num. 372. 374. 375. 376. 377. 378. 380. & 381. si, pro descensu & adscensu directo, Motus super Plano inclinato ponatur, hìc etiam locum habent.

384. Celeritates, quibus *Corpora duo* descendunt, *quorum unum liberè cadit, & alterum super Plano inclinato devolvitur, si eodem Tempore cadere incipiant*, in singulis momentis eandem inter se habent rationem quam in principio
* 370 382. casûs*; ergò *Spatia eodem Tempore percurrunt, quæ sunt in*
* 341. 133. *ratione longitudinis Plani ad illius altitudinem**. *Et in hac ipsâ ratione sunt Velocitates, descendendo per hæc Spatia, acquisitæ.*

385. *In Plano AB* Spatium à Corpore percursum, dum
TAB XV. Fig. 3. aliud liberè cadit per altitudinem Plani AC, determinatur, *ducendo ad AB perpendicularem CG*: tunc enim *Lon-*
* 8.4.El.VI. *gitudo Plani AB est ad hujus Altitudinem AC, ut AC ad AG**.

386. Si Circulus describatur diametro AC, Punctum G erit in Peripheriâ Circuli; quia angulus in Semicirculo, ut
* 31.El.III. AGC, semper est rectus*; ideò Punctum ut G, pro Plano utcunque inclinato, semper est in eâdem illâ Peripheriâ: unde sequitur, Chordas omnes, ut AG esse inter se ut Vires, quibus Corpora super his descendere
* 341. 385. conantur*; & has percurri à Corporibus devolutis, in Tempore in quo Corpus, liberè cadendo, potest per-
* 384. currere diametrum AC*; quare Tempora devolutionum, per has Chordas, sunt æqualia. Velocitates etiam in fine descensûs sunt ut ipsæ Chordæ.

Unicuique Chordæ, ut AG, per A ductæ, parallela du-

ci

ci poteſt alia per C, quæ æqualis erit, & æqualiter inclinata; igitur *in Semicirculo*, ut A H C, *Vires quibus Cor-* 387.
pora juxta Chordas, in Puncto infimo terminatas, deſcendere conantur, ut & Velocitates, devolvendo per has acquiſitæ, ſunt inter ſe ut hæ Chordæ; & *quando Corpus ſibi permittitur, eo-* 388.
dem Tempore ad Punctum infimum Semicirculi perveniet, ſive liberè cadat juxta Diametrum, ſive deſcendat ſuper Chordâ H C *quâcunque.*

Tempus devolutionis, per totum Planum A B, *poteſt conferri* 389.
cum Tempore deſcensûs per Plani altitudinem A C; nam hocce Tempus eſt æquale Tempori devolutionis per A G; *&* quadrata Temporum ſunt inter ſe ut A B ad A G *; *374. 383.
ſed A B eſt ad A C, ut A C ad A G *: quadrata igitur *385.
linearum A B & A C *ſunt* quoque *inter ſe*, ut A B ad *20. El. VI.
A G *; & ideò iſtæ lineæ A B & A C ſunt inter ſe, ut Tempora deſcensûs per A B, & A G, aut A C, id eſt, Tempora, in hoc caſu, ſunt *ut Spatia percurſa.*

In eodem caſu Velocitates in fine deſcensûs ſunt æquales; 390.
nam poſt Tempora æqualia, quando Corpora ſunt in G & C, Velocitates ſunt in eadem ratione quàm in principio casûs; id eſt, ut A C ad A B *. Quando Corpus *384. 385.
deſcendit à G ad B, creſcit Velocitas ut Tempus *; & *382.
Velocitas in G eſt ad Velocitatem in B, ut A C ad A B *; *389.
Velocitates ergò in B & C eandem rationem habent ad Velocitatem in G, & ſunt æquales *. *9. El. V.

Si varia Corpora deſcendant per lineas rectas, ex A 391.
ductas, & ad horizontalem C B terminatas, omnium horum Corporum, in fine deſcensûs, Velocitates erunt æquales *; & Tempora deſcensûs ut Spatia percurſa *: *390. *389.
ſi verò lineæ in Peripheriâ Circuli A G C eſſent terminatæ, Tempora forent æqualia, & Velocitates ut Spatia percurſa *. *Dentur* *387. 388.

392. *Dentur* iterum *varia Corpora*, *quæ* per varia Plana desſcendant, & *Spatia æqualia percurrant*, ut A C, A F, quæruntur Velocitates in C & F. Quadratum Velocitatis
* 390. in F ad quadratum Velocitatis in B, aut in C *, ut A F, aut A C, ad A B; nempe ut Altitudo Plani ad Longitudinem, id eſt, *ſunt quadrata Velocitatum*, *ut ipſæ Vires*
* 341. *quibus Corpora propelluntur* *.

393. Vidimus *Corpus eandem acquirere Velocitatem*, *cadendo à certâ Altitudine*, *ſive directè cadat*, *ſive per Planum inclina-*
* 390. *tum devolvatur* *. *Sed*, *poteſt quoque Corpus devolvi per plurima Plana*, *variè inclinata*, *& etiam per curvam*, (quæ ut ex innumeris Planis, diversè inclinatis, conſtans conſiderari poteſt) *& Celeritas ſemper erit eadem*, *quando altitudo*
TAB. V. Fig. 4. *eſt æqualis*. Non enim intereſt, utrùm Corpus deſcen-
* 390. dat per A B an per E B, in B eadem erit Celeritas *, & eodem modo Corpus movebitur per B C; ideòque habebit in C Velocitatem, quam devolvendo per E C potuiſſet acquirere, & in D Velocitatem, quam deſcendendo per F D, aut cadendo per G D, habuiſſet.

394. TAB. XV. Fig. 5. Obſervandum autem tranſitum, de Plano in Planum, debere ſine Impactione fieri, hâc enim Velocitas Corporis minuitur, ut ſuo Tempore dicetur, idcircò Plana diverſa curvis jungenda ſunt.

MACHINA,

395. *Quâ Adſcenſus Corporum cum Deſcenſu confertur.*

TAB. XV. Fig. 6. Pars prima hujus Machinæ eſt Columna, ante explica-
* 162. * 163. ta, C *, cui ſuperimpoſita minor G *, cum quâ conjun-
* 173. ctum eſt quartum Brachium A *. Per unum ex foraminibus *t* (*Tab.* IV. *Fig.* 9.), in Brachii deſcriptione memora-
* 175. tis *, ſed illud eligimus quod maximè à Columnâ removetur, tranſmittitur Filum, cum quo cohæret Globus plum-

plumbeus O. Fili extremitas altera cum Paxillo *x* cohæret, & retinetur *; hujusque circumvolutione elevatur, aut deprimitur Globus O. * 178.

Columnæ C applicatur Regula lignea D E ut hoc antea explicavimus *. * 243.

Machinæ hujus pars altera est Tabella F H, quæ insistit pedi, cujus pars videtur in L, & Cochleæ I. Latus B B in situ horizontali disponitur, auxilio perpendiculi P, conversione Cochleæ I.

Lamellæ *m*, *n*, horizontales sunt, & juxta latus B B mobiles ita, ut in eodem Plano horizontali maneant; ac Cochleis *s*, *s*, firmantur, interpositis Lamellis cupreis. Cylindri cuprei tenuiores *p* & *q*, foraminibus Columnæ intruduntur; &, cùm varia talia foramina dentur, ad diversas altitudines firmari possunt. Præter hos & duo alii Cylindri tenuiores cuprei desiderantur *l*, & *r*, quibuscum Lamellæ cohærent, similes illis, quæ caudas Trochlearum efficiunt *; Lamellæ hæ in scissuram Regulæ * 161. D E, intruduntur, ut cylindri in loco quocunque hujus scissuræ firmentur, ut de Trochleis antea vidimus *. * 243.

EXPERIMENTUM I.

Removentur Cylindri *p*, *q*, *l*, *r*.

Globus O, extenso Filo, elevatur; Fili longitudo ita 396. determinatur, & Lamella *m* in tali loco ponitur, ut Globus inferiori hujus superficiei applicari possit. Eodem modo disponitur Lamella altera *n*.

Globus uni Lamellæ applicatur, & sibi permittitur, Gravitate nunc descendit, & Motu adquisito ad aliam Lamellam adscendit.

Si Filum paulò magis tendatur, in Lamellam oppositam incurrit.

O Ponan-

397. Ponantur nunc cylindri *p*, & *l*; quibus, pro diverso situ, diversimodè, propter diversam Fili inflexionem, variatur via, per quam Corpus descendit; firmetur Lamina *m* in eo situ, ut ad hanc Globus pertingere possit: si nunc ab hac Laminâ, ut primâ vice, dimittatur Globus, eodem modo, & per eandem curvam, quam primâ vice secutus est, ad *n* adscendet; unde patet in utroque casu eandem descendendo adquisitam fuisse velocitatem.

398. Idem hocce Experimentum confirmat, quod ex ante dictis sequitur, nempe, *Corpus eâ Celeritate, quam cadendo per superficiem quamcunque, sive planam, sive curvam, adquisivit, per aliam superficiem similem, ad eandem Altitudinem adscendere posse* *; *Tempusque adscensûs æquale esse Tempori descensûs*, quoque manifestum est *.

* 380. 383. 393. * 378.

399. *Corpus eâ Celeritate, quam cadendo à certâ Altitudine adquisivit, ad eandem Altitudinem per curvam quamcunque adscendere potest; sed Tempora hoc casu non sunt æqualia.*

EXPERIMENTUM 2.

400. TAB. XV. Fig. 6. Experimentum hoc à præcedenti * eo solo differt; Machinæ junguntur etiam cylindri *q* & *r*, ut Via adscensûs quoque varietur. Positis nunc quatuor Cylindris, & Lamellis *m* & *n*, ut in Figurâ exhibentur, Experimentum ut præcedens tentetur, & eodem modo procedet.

* 396. 397.

401. Ex demonstratis in hoc Capite *, deducimus methodum confirmandi Experimentis, quæ de Velocitate Corporum cadentium antea sunt demonstrata *.

* 393. * 374.

MACHINA,

Quâ Corporum Cadentium Velocitates conferuntur.

402. TAB. XV. Fig. 1. E ligno cujus crassities AB est duorum pollicum, & altitudo AD circiter pollicum novem, formatur Machina

china hæc; excavatur lignum juxta portionem Cycloïdis à superiori parte ligni ad F usque, ubi curva terminatur in ipsius vertice; continuaturque lignum ab F ad G, juxta tangentem ad curvam in vertice F, cujus distantia à G est unius pedis. Ut lignum hoc exactissimè sit elaboratum, habeatque superficiem admodum politam, desideratur. Formationem autem Cycloïdis in Scholio 2. Capitis sequentis explicamus.

Lignum hoc circumdatur Regulis ligneis H H, H I, I I; & spatium quod hisce continetur in duos quasi Canales dividitur Regulâ *mm*, cujus altitudo est quartæ partis unius pollicis.

In Canali utroque movetur Globus æneus, diametri semi pollicis, in utroque etiam datur Obex O; hi, ope Cochleæ lateralis, ubi desideraveris, firmantur, & interpositâ Lamellâ cupreâ, cum Cochleâ cohærenti, læsio ligni cohibetur.

Machina tribus sustinetur Cochleis æneis, quarum duæ videntur in C, C, harum ope superficies F G in situ ponitur horizontali, cujus situs indicium dat Perpendiculum P.

Regula *mm* dividitur, ab F ad G in partes æquales, ab F autem sursum inæquales sunt; sed demonstrant intervalla æqualia inter Altitudines.

Hujus Machinæ hæc est proprietas; Globi, ab altitudinibus, utcunque inæqualibus, dimissi, æqualibus Temporibus ad F perveniunt; quod facilè patebit si Obices O, O, in F firmentur, & Globi eodem momento à diversis Altitudinibus dimittantur.

Qui hujus proprietatis geometricam desiderant demonstrationem, Caput sequens adeant; ipsam in Machi-

nâ observare proprietatem, hoc loco sufficit.

EXPERIMENTUM 3.

403. Constitutâ Machinâ, ut dictum, firmentur Obices, applicato uno divisioni quartæ ab F, altero divisioni sextæ. Si nunc Globi dimittantur, eodem momento, ab Altitudinibus, quæ sunt, ut quatuor ad novem; dimisso nempe à minori altitudine globo illo, cujus Obex minus ab F distat, eodem etiam momento quàm exactissimè ad Obices pervenient.

Globi hi eodem momento in F dantur, æqualibus ergò Temporibus percurrunt Lineas, quæ sunt ut quatuor ad sex, id est, ut duo ad tria, in quâ ratione sunt ho-
* 119. rum Globorum Velocitates *; horum numerorum quadrata sunt quatuor & novem, quæ sunt in ratione Altitudinum, à quibus cadendo Corpora adquisivere Velocitates suas; quod Experimento confirmandum erat.

Ita Obices sunt constituendi ut applicatis Globis, horum centra divisionibus Lineæ F G respondeant, & in dimittendis Globis ad Altitudines centrorum attendendum est.

CAPUT XX.

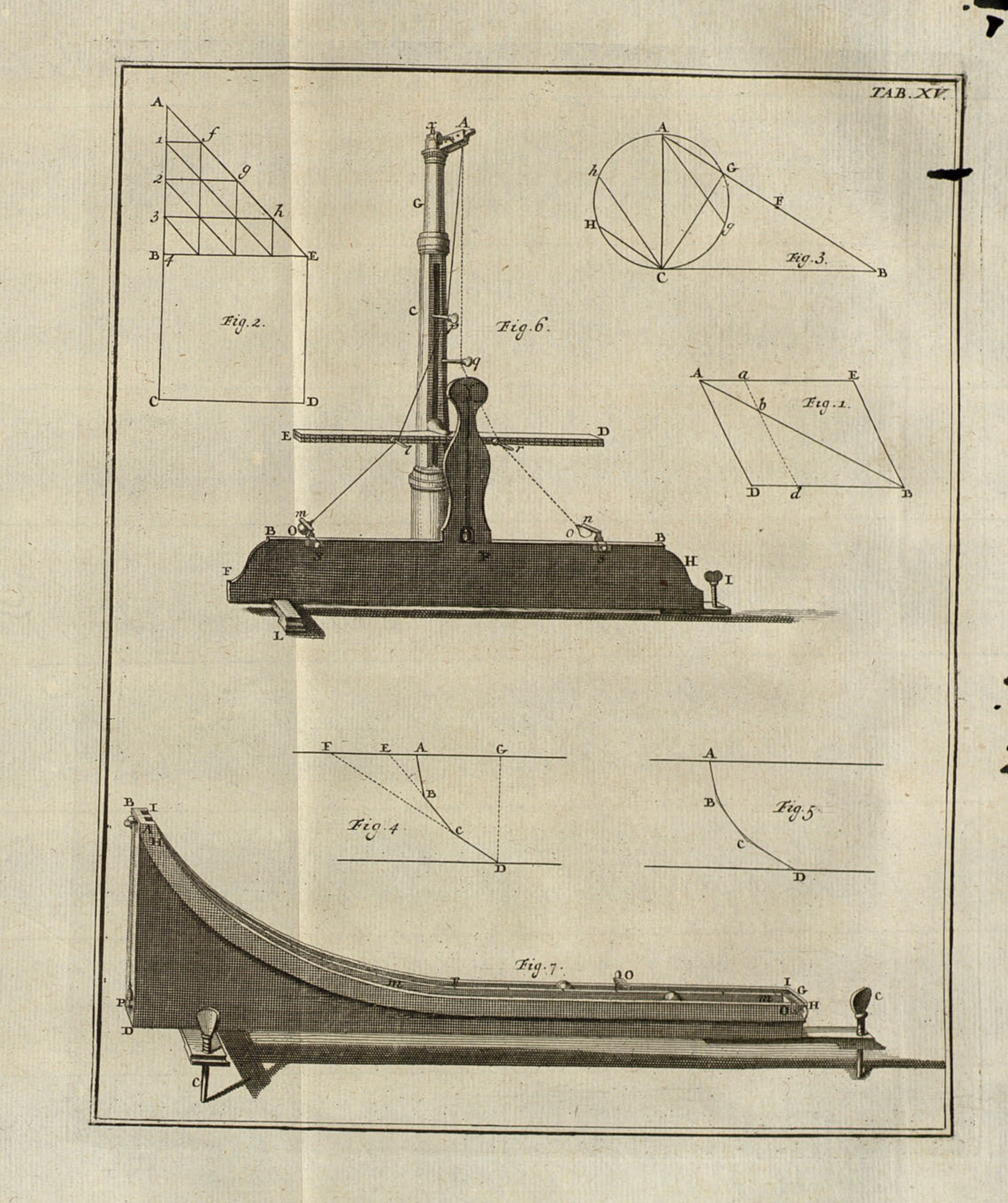
De Oscillatione Pendulorum.

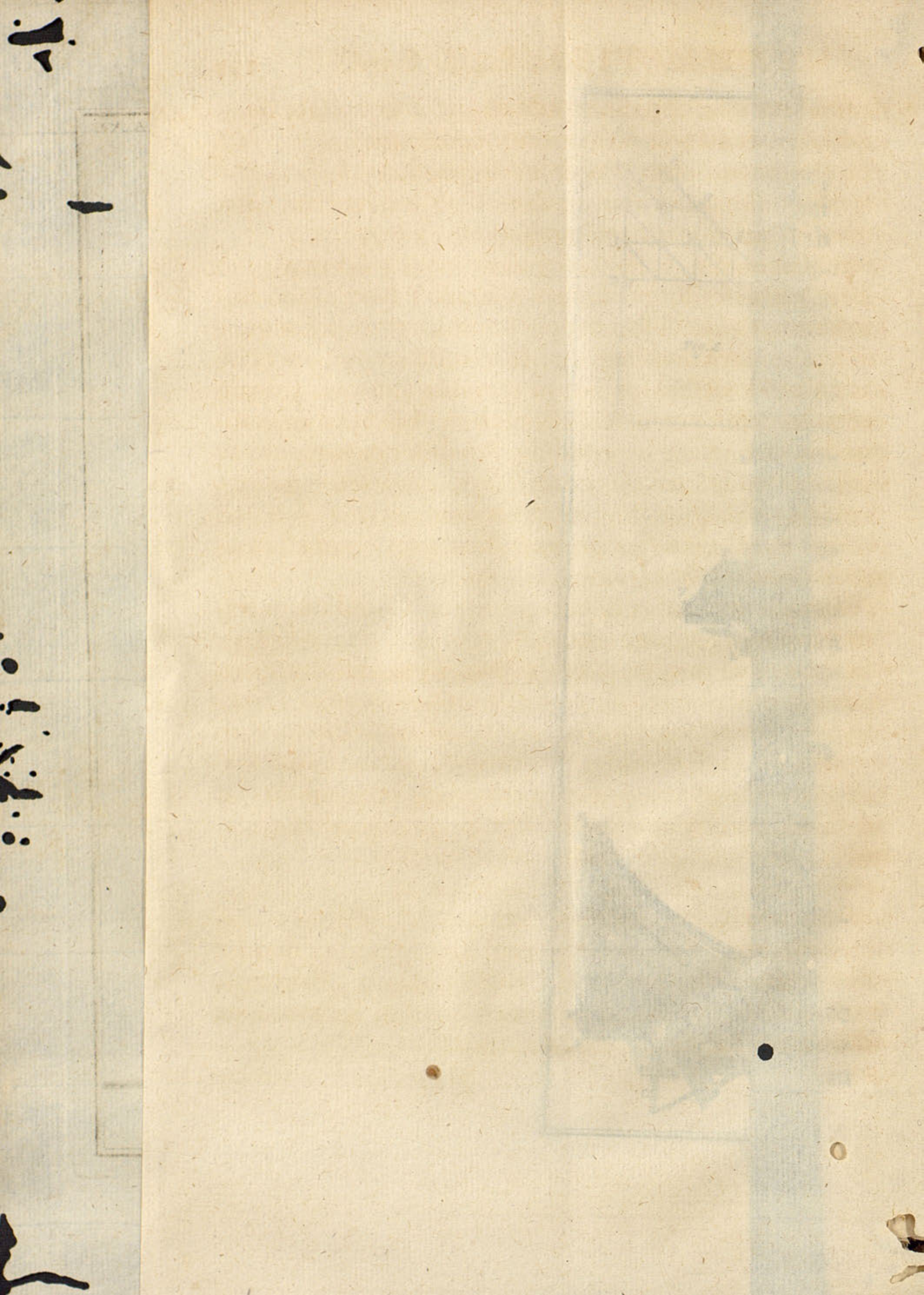
DEFINITIO I.

404. *GRave, Filo tenuissimo suspensum, & cum Filo, circa Fili punctum fixum, mobile, vocatur Pendulum.*

Motus Penduli est Vibratorius, seu Oscillatorius.

Quando Pondus, Filo extenso, elevatur, Gravitate descendit, & Celeritate adquisitâ ad eandem Altitudinem


TAB. XV.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.



nem ad partem oppoſitam adſcendit *; Gravitate deinde iterum redit; & Vibrationes continuat. * 398.

Rotationem circa Punctum ſuſpenſionis liberrimam hìc ſupponimus, & nullam dari Aëris reſiſtentiam; quæ in majoribus Pendulis admodum eſt exigua.

Sit Pendulum C P, ſuſpenſum in C; in motu ſuo Corpus P deſcribit portionem Circuli P B *p*; *ſi* loco hujus motûs, *Corpus* deſcendat per Chordam P B; iterumque adſcendat per Chordam B *p*, & *Vibrationes ſuas per Chordas peragat*; deſcenſus fiet in tempore, in quo Corpus cadendo poteſt percurrere diametrum A B *; id eſt, longitudinem duplam longitudinis Penduli: in tempore æquali adſcendet per Chordam B *p* *; *in tempore* ergò *integræ Vibrationis*, quod duplum eſt temporis deſcenſûs, *Corpus cadendo poteſt percurrere* quatuor diametros *; id eſt, *longitudinem octuplam longitudinis Penduli.* TAB. XVI. Fig. 1. 405. * 388. * 398. * 374.

Cùmque deſcenſus & adſcenſus per Chordam quamcunque fiat in tempore æquali *, omnes Vibrationes per Chordas, ſive magnas, ſive exiguas, ſunt æquè diuturnæ. * 388.

In Vibrationibus exiguis harum durationes, dum in Circulo movetur Corpus, cum durationibus Vibrationum in Chordis conſtantem *rationem habent*, illam nempe, *quæ datur inter Circuli peripheriæ quadrantem & diametrum*, proximè ut 11. ad 14. Idcircò *ejuſdem Penduli Vibrationes exiguæ*, *licet inæquales*, *ad ſenſum ſunt æquè diuturnæ.* 406. 407.

EXPERIMENTUM I.

Columnæ C applicatur Brachium A *. Pendula duo ſuſpenduntur, P E, *p e*, quorum Fila foramina duo ex tribus, quæ in Laminâ G H (*Tab.* IV. *Fig.* 9.) dantur *, trajiciunt, & Paxillis * firmantur; quorum Revolutione ad eandem longitudinem reducuntur. * 173. 408. TAB. XVI. Fig. 2. * 175. * 178.

Pendula hæc, ſi à Punctis P, & *p*, eodem temporis momento, dimittantur, eodem tempore pervenient in F & *f*; & ſic motum continuabunt per Arcus P B F & *p b f*, ſemper eodem tempore.

Hæc autem æqualitas pleniùs explicanda eſt; & dicendum quare Vibrationes in Circulo ad Vibrationes per
* 406. Chordas, quam dixi * rationem habeant.

409. TAB. XVI. Fig. 3. Rotetur Circulus F E B ſuper lineâ A D, donec Punctum B in A ad lineam hanc perveniat; hoc motu Punctum B deſcribit Curvæ portionem B P A: eodem modo ſimilis Curvæ portio B D deſcribitur, totaque Curva A B D vocatur *Cycloïs*, *Circulus* F E B *Generator* dicitur.

410. Dividatur Curva in duas partes æquales in B, portioneſque B A & B D diſponantur, ut Puncta A & D jungantur in C; Punctum verò B, cum Punctis A & D lineæ A D, coincidat. Juxta harum portionum curvaturam Laminæ metallicæ inflectantur ita, ut Filum Penduli in C ſuſpenſi, motu ſuo vibratorio, ab utraque parte ſeſe Laminis iſtis applicet, & eandem curvaturam cum iſtis adipiſcatur. Nunc poſitâ longitudine Penduli C B, Corpus P in Vibrationibus ſuis deſcribet Cycloïdem A B D, ut in ſequenti Scholio 3°. demonſtramus; ita ut Filum longi-
411. tudinis B C æquale ſit Curvæ C A; quare *tota Curva* A B D dupla *eſt* lineæ C B; & *quadrupla axis* F B.

412. In eodem Scholio demonſtramus. *Tangentem ad Curvam in Puncto, ut P, parallelam eſſe Chordæ E B, in Circulo F B E ductæ ad Punctum infimum B ex Puncto E, in quo Circulus ſecatur à lineâ P E, parallelâ ad baſim A D, & per*
413. *P tranſeunti:* Ut & *portionem P B Curvæ æqualem eſſe duplo Chordæ E B.*

Cùm autem in ſingulis Curvæ punctis Corpus in Cur-

vâ

vâ descendat juxta directionem Tangentis ad Curvam, sequitur, *Corpus in Puncto quocunque Curvæ, ut P, conari* 414. *descendere cum vi, quæ* proportionalis est Chordæ respondenti in circulo, ut EB *, quæ ipsa cùm sit dimidium *412. 387. *arcûs Curvæ, inter hocce Punctum P & Curvæ Punctum infimum, intercepti* *, cum hoc arcu eandem *rationem sequitur* *. *413. *15. El. V.

Unde patet, si duo Pendula ut CP ab altitudinibus diversis, eodem momento, dimittantur, celeritates, quibus cadere incipiunt, esse inter se, ut Spatia percurrenda, antequam ad B perveniant: si ergò istis celeritatibus solis, motu non accelerato, agitarentur, eodem temporis momento ad B pervenirent *; eodem modo velo- *119. citatibus secundo momento acquisitis, etiam ad B eodem momento pertingunt; idemque ratiocinium pro momentis sequentibus procedit: ergò semi Vibrationes, utcunque inæquales, ut & Vibrationes integræ, temporibus æqualibus peraguntur.

Ulterius in tertio Scholio, demonstramus. *Tempus unius* 415. *cujusque Vibrationis esse ad tempus casûs verticalis, per semilongitudinem Penduli, ut peripheria Circuli ad diametrum.*

In Cycloïde pars infima cum Circuli arcu exiguo ad 416. sensum coincidit; & hæc est vera ratio, quare in Circulo tempora Vibrationum exiguarum, utcunque inæqualium, sint æqualia, & hac eâdem de causâ, etiam in circulo, si Vibratio sit exigua, hujus duratio ad tempus casûs per semilongitudinem Penduli, dictam rationem habebit, circumferentiæ Circuli ad diametrum *. Sed hoc *415. tempus casûs per semilongitudinem Penduli, est pars quarta temporis casûs per longitudinem octuplam ipsius Penduli *; quod tempus æquale est durationi Vibrationis *374. per Chordas *. Idcircò duratio Vibrationis per arcum ad *405. dura-

durationem Vibrationis per Chordas, ut peripheria Circuli ad quatuor diametros, aut ut quadrans circumfe-
* 405. rentiæ Circuli ad diametrum, ut jam monuimus *, id
417. est proximè ut 11. ad 14. & *celeriùs per arcum quàm per Chordas Vibrationes peraget Pendulum.*

418. Durationes *Vibrationum Pendulorum inæqualium* conferuntur. Quando arcus sunt similes, Deviationes respectu Chordarum sunt etiam similes, & tempora Vibrationum per arcus sunt ut tempora Vibrationum per Chordas; hæc verò sunt tempora descensûs per longitudines
* 405. octuplas longitudinum Pendulorum *; quorum *quadra-*
* 375. *ta durationum sunt* ut istæ longitudines octuplæ *; sive *ut*
* 15. El V. *ipsæ longitudines Pendulorum* *.

EXPERIMENTUM 2.

419. Duo Pendula E P, *e p*, quorum longitudines sunt ut
TAB. XVI. Fig. 4. 9. ad 4., eodem tempore dimittuntur à Punctis P, *p*, ita, ut, Vibrationibus, arcus similes describant; Pendulum majus duas absolvit Vibrationes, dum minus tres peragit, ut in horum concursu observatur. Quadrata durationum Vibrationum sunt ut 9. ad 4., nempe ut longitudines Pendulorum.

420. Quando Vibrationes sunt exiguæ, hæc ratio etiam locum habet, quamvis Pendula non per arcus similes agi-
* 407. tentur *.

Circa omnia, quæ hucusque de Pendulis dicta sunt
421. observandum, *non interesse quantum ponderet Corpus quod agitatur*, *aut utrùm Corpora diversorum Pendulorum inæqualiter ponderent*, *aut ex diversâ formentur materiâ.* Cùm Vis Gravitatis proportionalis sit quantitati materiæ in omni-
* 156. bus Corporibus *, omnia Corpora, in iisdem circumstantiis, Gravitate æquè celeriter moventur. Quod etiam sequenti Experimento confirmatur. Ex-

EXPERIMENTUM 3.

Dentur duo Globi æquales, aut inæquales, unus ex Plumbo, alter ex Ebore; Filis suspendantur, & sint Pendula æqualia; Vibrationes æquales, atque exiguæ utcunque inæquales, sunt æquè diuturnæ. 422.

Sæpè loco Fili Virga ferrea tenuis, sed rigida, adhibetur, & aliquando etiam Pondera duo, aut plura, ei annectuntur. 423.

DEFINITIO 2.

Talis Virga suspensa, & circa Punctum mobilis, vocatur Pendulum compositum. Ut CQP. 424. TAB. XVII. Fig. 1.

In hoc casu Regulæ memoratæ locum non habent; sed Pendula talia ad simplicia revocantur, determinando in iis Punctum, in quo si Pondera forent juncta, Vibrationes essent æquè diuturnæ cum Vibrationibus Penduli compositi.

DEFINITIO 3.

Hoc Punctum vocatur Centrum Oscillationis. Ut O. 425.

In Scholio 4°. Methodum hujus determinandi explicamus.

Corpus cujuscunque figuræ potest suspendi, & circa punctum, aut potius axem, vibrari; in eo etiam potest determinari Centrum Oscillationis. 426.

Quando Linea recta, qualis est Filum ferreum, circa extremitatum alteram vibratur, Centrum Oscillationis distat à Puncto suspensionis duabus partibus tertiis longitudinis Fili. Ut in eodem Scholio demonstramus. 427.

EXPERIMENTUM 4.

Cylindrus æneus, longitudinis duorum pedum cum semisse, AB, ita suspenditur, ut circa extremitatem A vibre- 428. TAB. XVI. Fig. 5.

P

vibretur; rotatur circa axem cum ipſo in A cohærentem, & qui axi Libræ ſimilis eſt, ut attritus minor ſit. Suſpenditur autem auxilio Laminæ ML (*Tab.* IV. *Fig.* 9.), quod quomodo fiat, foramina, in lamellis parallelis, cum majori ML cohærentibus in M, ſatis indicant. Lamella verò, niſi poſt ſuſpenſum Cylindrum, firmari non de-
* 177. bet *, ut pondere Cylindri, Lamina, antequam firmetur, ſitum verticalem acquirat. Pendulum ſimplex *ep*, cujus longitudo eſt duarum partium tertiarum AB, eodem tempore cum Cylindro dimittitur; & Vibrationes Penduli, & Cylindri, eodem tempore peraguntur.

429. Vibrationes Pendulorum, ut diximus, licet inæqua-
* 407. les, ſunt æquè diuturnæ *, & hæc Pendulorum proprietas maximi uſûs eſt in Horologii conſtructione, cui motus æquabilis, Pendulo adjuncto, communicatur.

430. Horologiis in diverſa loca tranſlatis, Vim Gravitatis non ubique Terrarum æqualem eſſe enotuit ex eo, quod Vibrationum ejuſdem Penduli durationes, in diverſis Regionibus, inæquales repertæ ſunt; & hæc Gravitatis diverſitas per Pendula menſuratur.

431. *Dentur duo Pendula*, CP, *cp*, *quorum Longitudines ſint*
TAB. XVII. *inter ſe, ut Vires Gravitatis quibus agitantur*; ſi arcus ſimi-
Fig. 2. les excurrant, in punctis reſpondentibus Gravitates eandem ſemper habebunt rationem inter ſe, propter inclinationes æquales, & hæc erit ipſa ratio arcuum percurrendorum, (quia arcus ſimiles ſunt ut pendulorum longitudines) qui ergo æqualibus temporibus percurren-
* 119. tur *, id eſt, *Vibrationes erunt æquè diuturnæ.*

Si ad eandem Longitudinem reducantur mutato Pendulo *cp* cujus Longitudo fiat *cq*, æqualis CP; quadra-

tum durationis Vibrationis Penduli *c q* eſt ad quadratum durationis Vibrationis Penduli *c p*, aut C P, ut Longitudo *c q*, aut C P, ad *c p* *; id eſt ut Gravitas, quæ in Pendulum C P agit, ad Gravitatem, quæ Pendulum *c q* agitat. *Sunt*, ergò, *durationes Vibrationum Pendulorum æqualium, in ratione ſubduplicatâ, inverſâ, Gravitatum in Pendula agentium.* *418. 432.

Et in genere *quadrata durationum Vibrationum Pendulorum ſunt directè, ut Pendulorum Longitudines* *, *& inversè ut Gravitates quibus moventur* *. 433. *418. *432.

Gravitates ipſæ ſunt directè, ut Longitudines Pendulorum *, *& inversè ut quadrata durationum Vibrationum* *. 434. *431. *432.

Plurima Phænomena naturalia à motibus pendent analogis cum motibus Pendulorum, & illis explicandis demonſtrata de Pendulis inſerviunt, eſtque hic ultimarum Propoſitionum præcipuus uſus. 435.

Pendula quoque peculiarem utilitatem habent in Experimentis, quæ de Corporibus motis, & Viribus inſitis agentibus, inſtituuntur; in his autem caſibus Pendulorum Velocitates conferendæ ſunt, haſque duobus modis conſiderare poſſumus. 436.

DEFINITIO 4.

VelocitatemPenduli vocamus illam, quâ agitatur Corpus ſuſpenſum, ubi hoc pervenit ad locum infimum arcûs quem percurrit. 437.

Si de Pendulo compoſito agatur, loco Corporis ſuſpenſi, Centrum Oſcillationis conſiderandum eſt.

DEFINITIO 5.

Velocitas angularis Penduli illa eſt, quâ hoc circa Punctum Suſpenſionis rotatur, ubi ad ſitum verticalem pervenit. De hiſce duabus Velocitatibus nunc nobis agendum eſt. 438.

439. TAB.XVI. Fig. 6. Dentur Pendula duo C P, *c p*, quæ Vibrationes peragunt in Arcubus P F, *p f*; Centris C, *c*, eodem intervallo describantur Arcus L O, *l o*; sintque in locis infimis arcuum P F, *p f*, Portiones infinitè exiguæ B D, *b d*, quæ eodem tempore percurrantur. Velocitates Pendulorum sunt ut B D, *b d*; & horum Velocitates Angulares ut M N, *m n*; id est, ut anguli B C D, *b c d*.

DEFINITIO 6.

440. *Angulum Penduli vocamus illum, quem descendendo, aut adscendendo, Pendulum describit.*

441. *Velocitates Penduli, in Vibrationibus inæqualibus, sunt inter se ut subtensæ Arcuum, quos Corpus descendendo describit.*

TAB.XVI. Fig. 1. Velocitas, in descensu per Arcum D B, ad Velocitatem, si descendat per P D B, ut chorda D B ad chordam P B *.

* 387. 393.

442. *In Vibrationibus exiguis*, Arcus sunt sensibiliter ut chordæ; quare *Velocitates sunt* ut Arcus, aut *ut Pendulorum Anguli* *.

* 440.

In hisce Arcus, aut Angulus, exiguus est, qui 15. gr. non superat; hic enim Arcus se habet ad suam subtensam, ut 350 ad 349.

443. *In Pendulis diversis*, *si* Arcus *sint* similes, aut *Anguli æquales*, Corpora descendunt per spatia, quæ sunt *ut Pendulorum Longitudines*, in qua eâdem ratione *sunt Velocitatum quadrata* *.

* 374. 393.

444. *Si Pendula sint æqualia, & Anguli æquales, sed Gravitates differant*, Vires, quæ in Corpora agunt in Punctis respondentibus, sunt ut ipsæ Gravitates; &, in initio descensûs, percurrendo spatiola æqualia, *Corpora acquirunt Velocitates, quarum quadrata sunt* ut Vires prementes *, id est, *ut Gravitates*; Accelerationes, percurrendo sequentia

* 392.

tia spatiola æqualia sequuntur eandem legem, quod, cùm ubique in Punctis respondentibus obtineat, propter Vires in constanti ratione, & spatiola æqualia, integræ Velocitates quoque hanc rationem sequuntur.

Conjungendo tres ultimas Propositiones Universalem habemus regulam : *In Vibrationibus minoribus quadratum Velocitatis Penduli sequi rationem compositam ex ratione quadrati Anguli*, ratione Longitudinis*, ut & ratione Gravitatis in Pendulum agentis*.* 445. * 442. * 443. * 444.

Velocitatem angularem, si Pendula sint æqualia, *sequi rationem ipsius Velocitatis*, manifestum est. Sit B D arcus minimus determinato tempore percursus; hic est ut Penduli Velocitas*, & mensurat angulum B C D; si ipsa Velocitas servetur, id est si maneat B D, & Penduli Longitudo mutetur, minuitur angulus B C D, qui Velocitatem angularem determinat, ut augetur Penduli Longitudo, & hic Angulus sequitur *Longitudinis rationem inversam.* 446. TAB. XVI. Fig. 6. * 437.

Rationem ergo quadrati Velocitatis Angularis habebimus, si inversam rationem quadrati Longitudinis cum tribus rationibus, supra memoratis*, jungamus; sed conjungendo rationem inversam quadrati Longitudinis, cum hujus ratione directâ, quæ media est illarum trium; habemus rationem Longitudinis inversam, & *ratio, quam sequitur ipsa Velocitas Angularis, est composita ex ratione Anguli, & ratione subduplicatâ Gravitatis, ut & ratione inversâ subduplicatâ Longitudinis Penduli.* * 445. 447.

Velocitas Puncti in Pendulo est ut Velocitas Angularis, & ut distantia Puncti à Centro Suspensionis; id est, hæc ultima ratio tribus rationibus novissimè memoratis* addenda est. 448. * 447.

Si Anguli sint æquales, aut Arcus descendendo descripti similes, quadrata Velocitatum sunt ut Longitudines*, & 449. * 443.

*445. ut Gravitates *. Ergo, si *Velocitates* hæ sint *æquales*, producta Longitudinum per Gravitates sunt æqualia; & quò illa minor est, eò hæc est major, id est, sunt Longitudines inversè ut Gravitates; & pro inversâ Gravitatum ratione, directa Longitudinum usurpari potest: quam si faciamus substitutionem in N°. 433, detegimus in casu quem examinamus *Vibrationum durationes* esse ut Longitudines, quæ, propter Arcus similes, *sunt ut spatia descendendo, aut adscendendo, percursa.*

450. Simile est ratiocinium, *si agatur de eâdem Gravitate*; tunc Velocitatum Angularium quadrata, sunt ut quadrata Angulorum directè, & inversè ut Longitudines *.
*448. ergo, *positis Velocitatibus* his *Angularibus æqualibus*, *sunt quadrata Angulorum* in inversæ rationis Longitudinum ratione inversâ, id est, sunt *ut Longitudines.*

451. Clarè patet, *si agatur de Pendulo composito, distantiam, inter Centra Suspensionis & Oscillationis, determinare Penduli Longitudinem.*

452. Occasione motûs Penduli observavimus, celerius Corpus à Puncto ad Punctum per Arcum descendere quàm
*417. per lineam rectam *. His addam, Corpus etiam breviori tempore quàm per circuli Arcum descendere posse; Et in Scholio sequenti 5^{to}. demonstrabo,

453. *Lineam celerrimi descensûs, à Puncto ad Punctum, magis depressum, & non cum primo in eâdem verticali positum, esse Cycloïdem inversam, verticalem, cujus Punctum extremum cum superiori Puncto coincidit, & quæ per Punctum inferius transit.*

MACHINA,

Quâ descensus per Cycloïdem, cum descensu per Lineam rectam, confertur.

454. Tabula lignea, AB, cujus crassities est trium partium quar-

quartarum pollicis, juxta figuram Cycloïdis excavatur, & pedi ita imponitur ut planum sit verticale, & Cycloïs in situ inverso, positâ hujus basi parallelâ ad Horizontem. Auxilio trium trochlearum, per pedes E, E, & F, transeuntium in dicto situ, quem Perpendiculum P indicat, disponitur Machina. TAB. XVII. Fig. 3.

Ad latera Tabulæ A B ipsi applicantur Regulæ *c c*, *d d*, quibus canalis efficitur in quo Globus æneus, cujus diameter est semi pollicis, moveri potest, Cycloïdem percurrendo.

Machinæ jungitur Regula lignea G H, cujus crassities pollicem æquat; excavata hæc est, canalemque continet ejusdem latitudinis cum canali *c d d c*, ut & in hoc Globus moveatur. Potest hæc Regula ad libitum inclinari, quia circa Cochleam *i l*, quæ Regulam & Tabulam A trajicit, volubilis est, hacque Cochleâ, cujus caput *i* latius est, Regula Tabulæ applicatur; cuspide O Regulam sustinente. Hujus cuspidis situs variari potest propter diversa foramina *r*, *r*, *r*, &c., quibus inclinatio Regulæ determinatur.

In margine mensæ disponenda Machina est, ne illa impediat motum Regulæ, quando hujus inclinatio minuitur. Ut ita Machina disponi possit, pes F ad angulos rectos, ipsi in medio inter E, E, applicatur ad partem oppositam illius cui applicatur Regula G H. Pes hic F plumbo addito gravior est; aut, ubi firmanda Machina est, Pondus pedi superimponitur.

Canalis uterque benè levigatus desideratur, ne descensus Globorum impediatur; in uno quoque obex, ut *m* & *n*, ad libitum firmatur.

Expe-

EXPERIMENTUM 5.

455. Inclinetur Regula GH ad libitum; Obices *m*, & *n*, firmandi ita sunt, ut Globi, si ipsis applicentur, inter se respondeant. Si nunc, positis Globulis in *s*, & *t*, etiam ut respondeant, hi eodem momento relaxentur, Globus, qui Cycloïdem percurrit, primus ad obicem accedet, quod ictu detegitur; & in majori inclinatione hoc etiam ad oculum patet. In inclinatione quæ in Fig. exhibetur, ictus auditur in *m*, antequam Globus alter quartam partem longitudinis *sn* percurrerit.

SCHOLIUM I.

In quo quædam in hoc Capite memoratæ Cycloïdis Proprietates demonstrantur.

456. Positâ Cycloïdis memoratâ * formatione; sit Circulus generator BEF. Po-
* 409. namus hunc pervenisse ad Punctum G baseos; Punctum F erit in *f*, posi-
TAB. XVII. Fig. 4. to Arcu G*f* lineæ GF æquali; Punctum describens erit in *b*, & erit hoc Punctum Cycloïdis.

Ducatur G*c*H diameter per Punctum contactûs, erit hæc ad basin perpen-
* 18. El. III. dicularis *, & parallela diametro BF. Ductâ nunc *b*L, per Punctum Cycloïdis *b*, basi parallelâ, secante Circulum FEB in E, & lineam GH in I; ma-
* 34. El. I. nifestum est, propter æquales GI & FL*, in Circulis æqualibus æquales esse
* 3. 14. El. III. *b*I, EL*; additâ utrimque IE æquales erunt *b*E, IL, cui æqualis GF*.
* 34. El. I. Facilè etiam liquet Arcus G*f*, *b*H, EB, æquales esse inter se & lineæ GF; ideoque lineæ *b*E.

457. Ex quibus hanc Curvæ deducimus proprietatem, *Si, ex Puncto quocunque Cycloïdis, ad basin ducatur parallela, quæ semicirculum secat super axe descriptum ad partem Curvæ*, qualis linea hìc est *b*EL, *erit* hujus *portio*, *inter Cycloïdem & semicirculum intercepta*, *æqualis Arcui semicirculi inter lineam memoratam & verticem intercepto*, id est *b*E Arcui EB æqualis est.

458. Sit Semi-cycloïs ADB; vertex B; basis AF; axis BF, qui diameter est se-
TAB. XVII. Fig. 5. micirculi FMB.

Sumtâ D*d* portione quacunque infinitè exiguâ Cycloïdis, poterit hæc pro lineâ rectâ haberi, & continuata formabit tangentem in Puncto D aut *d*. Ducantur DL, *dl*, ad basin parallelæ semicirculum secantes in E, *e*; & ductis BE, & B*e*, continuetur hæc donec secet in *b* lineam DL; sit etiam BO ad basin parallela, Circulum tangens in B, & quæ in O secatur lineâ *e*O, continuatione lineæ E*e*.

Trian-

Triangula hEe & eOB, propter BO & hE parallelas sunt similia. Latera autem EO & OB sunt æqualia *; ergo & æqualia eE, hE; est eE Arcuum *36. El. III. Be, BE, aut linearum de, DE, differentia *; quæ eadem differentia est ideò *457. etiam hE, quare sunt æquales parallelæ Dh, de; sunt etiam idcirco æquales & parallelæ Dd, he *, id est tangens in d parallela chordæ eB, quam Cy- *33. El. I. cloïdis proprietatem superius indicavimus in n. 412.

Iisdem positis ducatur F E i; erit hæc ad B E aut Bh (propter Angulum 459. infinitè exiguum eBE) perpendicularis *, dividetque basin Trianguli isoce- *31. El. III. les h E e in duas partes æquales ita, ut ei sit dimidium ipsius eh aut dD. Est verò ei differentia inter chordas BE, Be; nam si centro B, radio BE, Circulus describatur coincidet hic cum Ei, quæ infinitè exigua est; & Dd est differentia Arcuum Cycloïdis DB, dB.

Concipiamus nunc lineam ad basin Cycloïdis AF parallelam moveri à B ad F, aliamque lineam interea circa B ita rotari, ut continuò transeat per intersectionem primæ cum semicirculo. Ubi prima Ex. gr. pervenit ad dl erit secunda in Be; translatâ primâ ad DL, rotatur secunda ut sit in BE. In hoc motu commune initium habent, & continuò augentur Arcus Cycloïdis DB, & chorda EB; sed illius augmentum semper duplum est augmenti hujus, quare & integer Arcus, qui est summa omnium augmentorum, erit duplus integræ chordæ, quæ etiam summam valet augmentorum suorum. Habemus ergò etiam demonstratam Propositionem in n. 413. memoratam.

Superest ut, quæ de Evolutione Cycloïdis in n. 410. dicta sunt, demonstremus.

Detur iterum eadem Cycloïs ADB; basis AF; axis FB; FEB semi- 460. circulus. Producatur BF ad C ita, ut BF & FC sint æquales; formatoque Parallelogrammo AfCF; detur semicirculus Amf, qui semicirculo FEB, æqualis erit; ut & semi Cycloïs AqC, cujus axis est Af & quæ æqualis est semi-Cycloïdi ADB. Concipiamus etiam filum fixum in C, & Cycloïdi CqA applicatum, evolvi.

Ponamus filum ad hunc pervenisse situm, ut cum Cycloïde tantùm conveniat à C ad q, & ulterius extendi juxta tangentem ad Curvam in q: si linea qR æqualis sit Arcui qA, cui filum, nunc tensum, fuit applicatum, erit R fili extremitas.

Ducatur qp ad basin parallela, semicirculum Amf secans in m, ex quo Puncto ducatur linea mA ad A, sunt mA & qN parallelæ * & æquales *; sed qA, *412. 458. ideoque qR, dupla est mA, aut qN *; sunt ergò æquales Nq, NR; idcircò *34. El. I. *413. 459. si per R ad AF & pq detur parallela RP, erunt æquales PF, Ap; ergò etiam erunt æquales Arcus FM, Am; ut & Anguli MFA, mAF *; & est *32. 27. El. III. FM, parallela Am *, ut & Rq; unde sequitur FMRN esse Parallelogrammum, & æquales esse FN, RM; sunt etiam æquales qm, AN, in Parallelogrammo mANq. *27. El. I.

Linea mq, aut AN, æqualis est Arcui Am *, aut Arcui FM; AF, æqua- *457. lis est semicirculo FMB *; idcircò NF, aut RM, æqualis est Arcui MEB, *409. 457. & Punctum R, id est fili extremitas, datur in Cycloïde ADB *, quam integram *457. extremitas hæc percurret dum totum filum evolvitur.

SCHOLIUM II.

De Cycloïdis deſcriptione.

MEchanicè Cycloïdem deſcribi poſſe hujus generatio ſatis demonſtrat. Magis tamen commodum eſt per Puncta ipſam delineare, quod exactiſſimè fieri poteſt.

461. TAB. XVIII. Fig. 1. Sit BF, axis Curvæ; B Vertex; FA baſis ad axem perpendicularis. Sit axis diviſus in ducentas partes æquales, quas tamen omnes notare diviſiones neceſſe non eſt; harum partium ſemi baſis FA continet 314, 2. Quâ datâ longitudine determinatur A. Eodem modo reliqua Puncta determinantur auxilio Tabulæ ſequentis. In primâ Columnâ Tabulæ indicatæ, diſtantiæ notantur à B ad F. Per Puncta notata ordinatæ ducuntur ad axem, parallelæ ad baſin, & harum longitudines ſecunda Columna indicat.

TABULA,

Dimenſionum Cycloïdis.

462.

Abſc.	*Ordin.*	*Abſc.*	*Ordin.*
6. — —	68,9.	70. — —	222,0.
8. — —	79,5.	80. — —	234,9.
10. — —	88,7.	90. — —	246,5.
12. — —	97,0.	100. — —	257,1.
14. — —	104,6.	110. — —	266,6.
17. — —	114,9.	120. — —	275,2.
20. — —	124,3.	130. — —	282,9.
23. — —	133,0.	140. — —	290,0.
26. — —	141,0.	150. — —	296,0.
30. — —	150,9.	160. — —	301,4.
35. — —	162,3.	170. — —	306,0.
40. — —	172,7.	180. — —	309,8.
50. — —	191,3.	190. — —	312,7.
60. — —	207,6.	200. — —	314,2.

463. Puncta in viciniis Verticis in hac Tabulâ deficiunt, quia hac Methodo commodè notari non poſſunt: habetur autem hæc portio Curvæ, ſi Arcus Circuli per B deſcribatur, cujus centrum ſit in lineâ BF continuatâ, & cujus Radius valeat duplum axeos Curvæ *. Si deſcriptionem per Puncta velimus continuare, ducenda eſt linea BO, baſi parallela, & in hac illas diſtantias à B, O verſùs, debemus notare, quæ in primâ Columnâ ſequentis Tabellæ habentur, erectiſque perpendicularibus ad BO, harum longitudines in ſecundâ columnâ determinantur.

* 410 460.

TABULA

TABULA SECUNDA,

Dimensionum Cycloïdis.

Ordin.	Absc.	Ordin.	Absc.
5.	0,00.	35.	1,53.
10.	0,12.	40.	2,00.
15.	0,28.	45.	2,53.
20.	0,50.	50.	3,12.
25.	0,78.	55.	3,78.
30.	1,12.	60.	4,50.

464.

Constructio primæ Tabulæ hæc est. Ex abscissâ datâ determinatur ordinata. 465.
Sit abscissa B L, cujus longitudo est 60, illarum partium quarum Radius continet centum, id est, B F ducentas: B L est Sinus versus Arcûs B E, quem Tabula horum Sinuum indicat 66. gr. 25′, 20″, cujus Sinus rectus est 91,65. memoratarum partium; & hæc est longitudo lineæ E L. TAB. XVII. Fig. 4.

Longitudo Arcûs EB, cui æqualis est linea E*b**, habetur hac proportione; ut gradus 180, id est Semicirculus, ad 66. gr. 25′, 20″, ita 314,2, numerus partium in Semicirculo, ad 115,94, longitudinem EB, aut E*b*; addita EL, partium 91,65, habemus *b*L partium 207,59; id est, neglecto ultimo charactere fractionis, 207,6. ut in Tabulâ notavimus. * 457.

Computatio secundæ Tabulæ hoc nititur fundamento, Puncta quæsita dari in Arcu circuli cujus Radius valet quadringenta *. 466. * 410. 46.

SCHOLIUM III.

De motu in Cycloïde.

Concipiamus portionem Cycloïdis, aut integram Cycloïdem, in lineâ rectâ extendi A B D, & Corpus in hac lineâ rectâ moveri juxta legem Penduli oscillati in Cycloïde, id est, dari pressionem in Corpus agentem, quæ sequatur rationem distantiæ Corporis à Puncto medio B*, & quæ in Corpus motum agat ut in Corpus quiescens*; centro B, radio B A, describatur Semicirculus A L D, qui Tempus repræsentat, in quo Corpus movetur ab A ad D; Tempora in quibus portiones quæcunque lineæ AD describuntur, erectis ad hanc perpendicularibus, determinantur; arcus HI Tempus in quo FG, & arcus AH Tempus in quo AF percurruntur, designant: celeritates autem in Punctis F & G proportionales sunt ipsis perpendicularibus F H, G I. 467. TAB. XVI. Fig. 7. * 414. * 371.

Quæ ut demonstrentur, concipiendum est Corpus, quod in lineâ AD movetur ita, ut temporibus, quæ sunt ut arcus AH; HI, percurrat portiones AF, FG, & sic de cæteris: ita ut totum Tempus repræsentetur per Semicirculum ALD. Concipiamus ulterius Semicirculum, in partes minimas æquales, divisum, momenta minima æqualia Temporis designantes, quales sunt H*h* & I*i*. Idcirco, positis *fh* & *gi* etiam perpendicularibus lineæ AD, Tem- 468.

 poribus

poribus æqualibus lineæ F*f* & G*g* percurruntur; quæ cùm exiguæ sint, percurruntur motu æquabili, momenta enim temporis adeo exigua concipi possunt, ut acceleratio, aut retardatio, insensibilis sit; Celeritates ergo, in Punctis F &
* 119. G, sunt ut F*f* & G*g**, quas demonstramus esse inter se, ut FH ad GI.

Ductis lineis H*l* & I*m* parallelis lineæ AD, similia erunt Triangula HBF, H*hl*; sunt enim rectangula, & angulus FHB æqualis est angulo *l*H*h*, cujus utriusque est idem complementum ad angulum rectum, nempe B*hl*: Eodem modo similia demonstrantur Triangula BIG, *m*I*i*. Ergo FH, HB = IB
* 22. El. V. :: *l*H, H*h* = I*i*; & IB, GI :: I*i*, *m*I: & ex æquo FH, GI :: *l*H, *m*I*.

Incrementa Celeritatum, momentis æqualibus minimis, in Punctis F & G,
* 133. 371. id est, Pressiones agentes in istis Punctis*, sunt ut *lh* & *mi*; sunt enim differentiæ Celeritatum in Punctis F, *f*, & G, *g*. Sed, propter Triangula memorata similia, *lh* & *mi* sunt inter se, ut FB ad GB; idcirco Pressiones, in Punctis F & G in Corpus agentes, sunt inter se ut distantiæ à Puncto medio B.

Quæ de incrementis Celeritatum demonstrantur in parte AB, lineæ AD, in parte BD de decrementis eodem modo demonstrantur. Agitatur ergo Cor-
* 414. pus juxta legem Corporis in Cycloïde oscillati*.

Detur Corpus motu æquabili Semicirculum percurrens ALD, in tempore unius vibrationis in Cycloïde, id est in tempore, in quo Corpus, in lineâ rectâ AD ut explicavimus motum, hanc percurrit. Ex dictis patet H*h*, F*f*, & I*i*, G*g*, æqualibus temporibus percurri; unde sequitur, cum directiones sint parallelæ in L & B, Celeritates in hisce Punctis esse æquales.

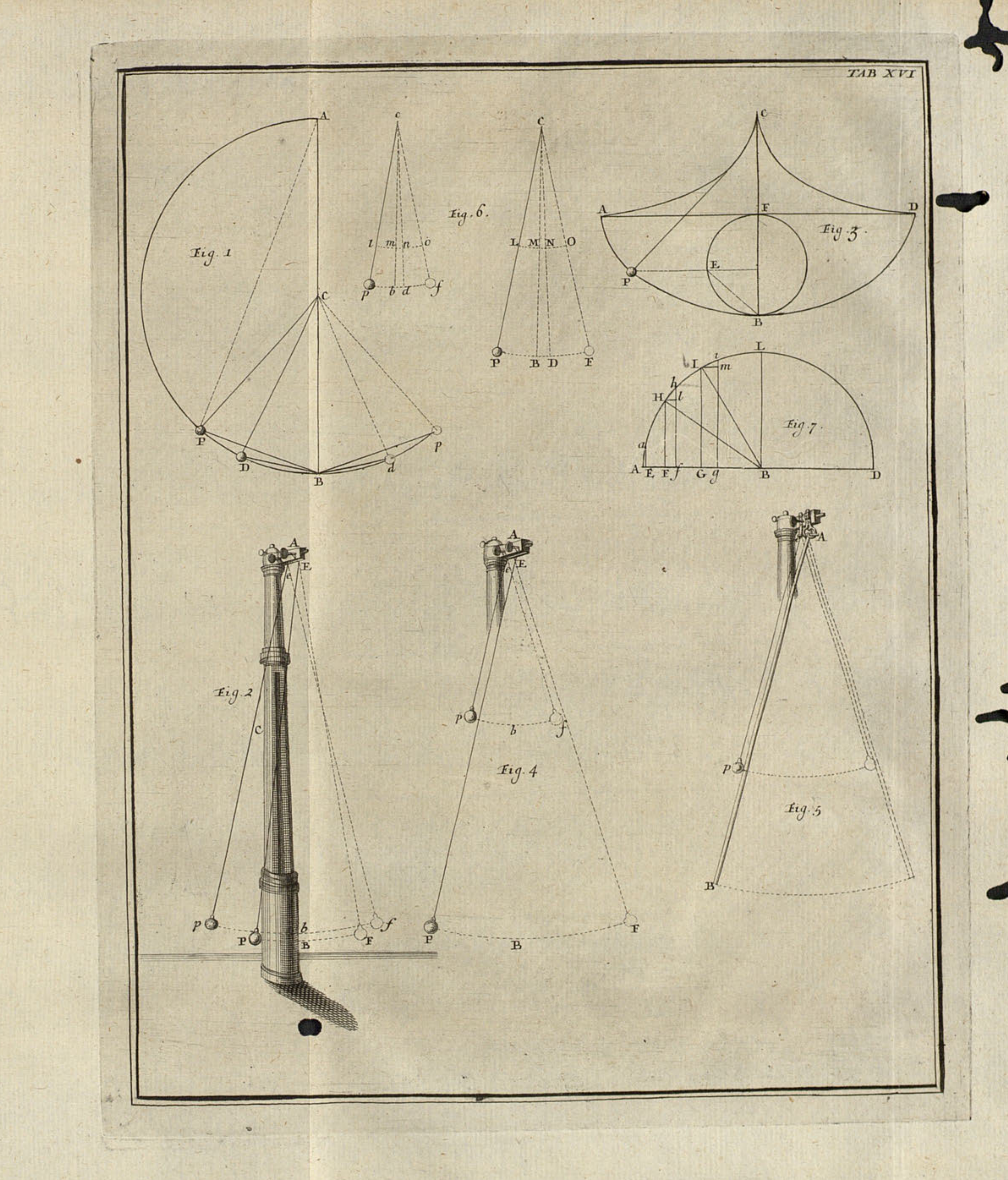
469. Idcirco Corpus, Celeritate quam Corpus pendulum habet in B, in tempore unius vibrationis, describit Semicirculum, cujus diameter est arcus Cycloïdis à Corpore percursus.

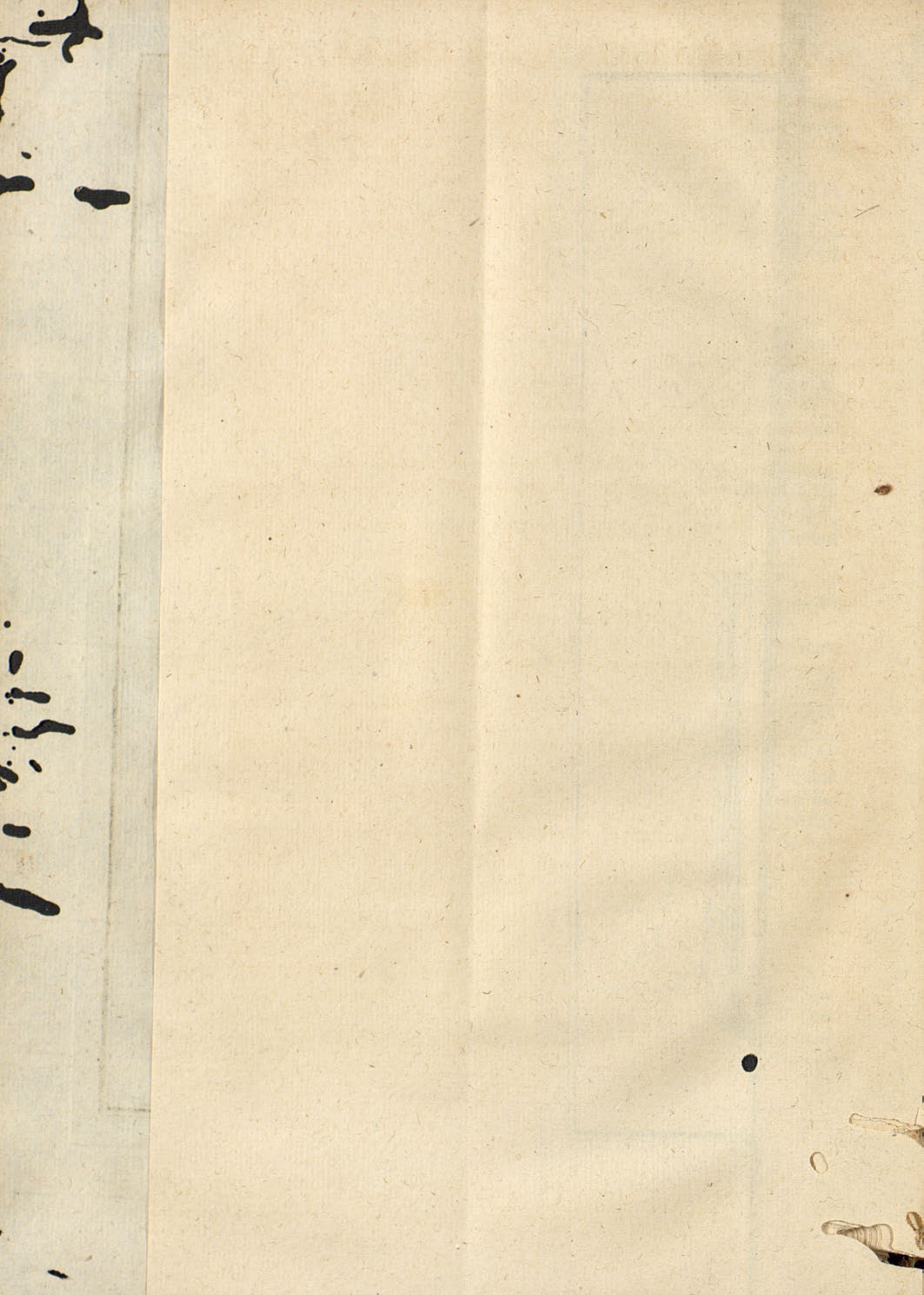
470. Si Corpus integram percurrat Cycloïdem, ut ABD, diameter, quæ valet
TAB XVI. arcum percursum, erit quadrupla diametri FB*; & Velocitas in B illa erit,
Fig. 3. * 411. quam Corpus, cadendo ab altitudine FB, acquirit*; quâ Celeritate, motu æ-
* 393. quabili, in tempore casûs, Corpus potest percurrere lineam duplam ipsius FB*.
* 376. & in tempore unius Vibrationis, percurrere semicirculum, cujus diameter est qua-
* 469. * 120. drupla FB*. Sed spatia, æqualibus Velocitatibus, percursa, sunt ut tempora*; idcirco Tempus casûs, per Semilongitudinem penduli, est ad Tempus unius
* 407. Vibrationis, per integram Cycloïdem, aut Arcum quemcumque*, ut dupla FB, ad circumferentiam dicti Semicirculi, aut ad integram circumferentiam Circuli, cujus diameter est etiam dupla FB; ergo, in genere, ut diameter circuli ad hujus circumferentiam; ut monuimus in n°. 415.

SCHOLIUM IV.

De Centro oscillationis determinando.

471. *Sit CA Pendulum compositum; Pondera P & Q; inter hæc datur Centrum*
TAB. XVII. *Oscillationis O, cujus hæc est proprietas*, positâ virgâ AC rigidâ & sine
Fig. 1. Pondere, *ut Pondus Q, multiplicatum per BC, est ad Pondus P, multiplicatum per AC, ita AO ad OQ.* Quod ut demonstremus, considerandum est Pondera


TAB XVI
Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6.
Fig. 7



ra Q & A moveri directionibus parallelis inter se, id est æqualiter ad Horizontem inclinatis; ideò agitari continuò Impressionibus ex Gravitate, quæ, nisi Corpora Virgâ rigidâ juncta forent, illis Celeritates communicarent æquales *. * 152. 384.
Junctorum autem Ponderum Celeritates necessariò sunt inæquales, & Celeritas Corporis P, Actione Ponderis Q, augetur, dum hoc alterius Actione retardatur; quæ Actiones contrariæ æquales sunt *. Interea punctum intermedium *361.
quoddam O, Centrum nempe Oscillationis, movetur Celeritate ex Actione Gravitatis oriunda.

Sit Bb, Oo, aut Aa (has enim æquales ponimus lineas) spatium percursum ex actione gravitatis juxta inclinationem quamcunque agentis in tempore quocunque minimo Cum punctum O hoc spatium percurrit, tantùm per BE transfertur Q; & Potentia, quæ in Q agit, minuitur quantitate, qua eodem tempore Corpus hoc percurreret Eb, & quæ exprimitur per Q × Eb *. Potentia * 134.
autem, quæ in P agit, augetur quantitate, quâ P eodem tempore transfertur per aD, & quæ exprimitur per P × aD *; ponimus enim parallelas Bb, Oo, *134.
Aa; Intensitas ergo Potentiæ quæ retardat Motum Corporis Q, est ad Intensitatem Potentiæ, quæ accelerat Motum Corporis P, ut Q × Eb ad P × aD: Sed Potentiæ hæ applicantur Vecti, cujus fulcrum est C; idcircò harum actiones, quas æquales demonstravimus, sunt ut Intensitates multiplicatæ per distantias à Fulcro, id est, CB × Eb × Q ad CA × aD × P *. Ideo CB × Q ad CA × P, * 235.
ut aD ad Eb, aut AO ad OB. Q. E. D. Patet etiam in Pendulo tali composito producta fore æqualia, si unumquodque Pondus multiplicetur per suas distantias à Centris Suspensionis & Oscillationis.

472. *Si plura Pondera dentur & unumquodque per suas distantias à Centris Suspensionis & Oscillationis multiplicetur, summæ productorum ab utraque parte Centri Oscillationis æquales sunt.* Hoc demonstratione simili evincitur.

Unde deducimus Methodum computatione determinandi Centrum Oscillationis.

473. Sint Corpora quæcunque, A, B, C, D, E, quorum distantiæ à Centro Suspensionis respectivè litteris a, b, c, d, e, exprimuntur; sit distantia Centri Oscillationis à Centro Suspensionis x. Ponamus a, b, c, minores esse x, d & e autem majores.

Corporum A, B, C, distantiæ à Centro Oscillationis sunt $x-a$, $x-b$, $x-c$, & Corporum reliquorum distantiæ ab eodem Centro sunt $d-x$, $e-x$, multiplicando Corpora singula per suas distantias ab utroque Centro, habemus $Aax-Aaa+Bbx-Bbb+Ccx-Ccc=Ddd-Ddx+Eee-Eex$ * unde *472.
deducimus $x=\frac{Aaa+Bbb+Ccc+Ddd+Eee}{Aa+Bb+Cc+Dd+Ee}$, quam eandem æquationem habemus quæcunque ex distantiis a, b, c, d, e, superent x; quare generalem hanc detegimus Regulam.

474. *Si singula Corpora multiplicentur per quadrata suarum distantiarum à Centro Suspensionis, & summa productorum dividatur per summam productorum singulorum Corporum, multiplicatorum per suas distantias ab eodem Centro Suspensionis, quotiens divisionis dabit distantiam inter Centra Suspensionis & Oscillationis.*

475. Si, continuato Pendulo ultra Centrum Suſpenſionis, Corpora quædam ſupra Punctum Suſpenſionis applicentur, horum diſtantiæ erunt negativæ; Si Ex. gr. talia forent Corpora A & B, pro $+a$ & $+b$ computatio ineunda foret cum $-a$, $-b$, quorum quadrata cum etiam ſint $+aa$ & $+bb$, diſtantia x in hoc caſu erit $\frac{Aaa+Bbb+Ccc+Ddd+Eee}{-Aa-Bb+Cc+Dd+Ee}$.

In hac determinatione diviſor valet diſtantiam, inter Centrum Suſpenſionis &
* 223. Centrum Gravitatis, multiplicatam per ſummam omnium Corporum *; & ita exprimendo diviſorem Regula magis univerſalis eſt, & Corpori cuicunque applicari poteſt. Sed demonſtratio mutanda eſt, & ex hoc principio facile deducitur;
476. *Si Corpora conjuncta deſcendendo acquirant Velocitates diverſas, dum ad diverſas diſtantias circa idem Centrum, aut eundem Axem, rotantur, & ſeparatim poſtea, Velocitatibus acquiſitis, adſcendant; Centrum commune Gravitatis*
* 212. 399. *adſcendet ad illam altitudinem à quâ deſcendit* *.

477. Sint duo Corpora P & Q, mobilia circa Punctum C, quo cum cohærent
TAB. XVIII. Fig. 2. lineis, BC, AC, quæ Angulum efficiunt, qui motu Corporum non mutatur. Sit D, Centrum commune Gravitatis, quod, quieſcentibus Corporibus,
* 206. datur in lineâ verticali, per C ductâ *, in quâ eâdem datur Centrum Oſcillationis O. Sit ulterius EF horizontalis per C, & ad hanc perpendiculares, BE, AF.

Ponimus $CA=a$; $CB=b$; $CD=d$; $BE=e$ $AF=f$; & tandem $CO=x$.

Elevatis Corporibus, & deinde ſibi permiſſis, ubi Centrum Gravitatis ad D rediit, Velocitas hujus eſt maxima, & deinde adſcendit. Punctorum A, B, D, & O, Velocitates ſunt inter ſe, ut a, b, d & x & eo momento his literis poſſunt exprimi.

Si A & B eo momento ſibi permittantur, ut ſeparatim adſcendant, ad Alti-
* 381. tudines pervenient, quæ erunt ut aa, bb*, & quæ his ipſis quadratis exprimi
* 217. poſſunt. Altitudo ad quam tunc adſcendit Centrum Gravitatis eſt $\frac{Aaa+Bbb}{A+B}$ * quæ æqualis eſt altitudini à quâ deſcendit. Hac data altitudine, determinamus deſcenſum Centri Oſcillationis; hic enim ſe habet ad deſcenſum Centri Gravitatis ut x ad d, & valet $\frac{Aaax+Bbbx}{Ad+Bd}$. Centrum autem Oſcillationis mo-
* 425. vetur, ut Corpus, Solâ Gravitate agitatum *; ergò hæc eſt altitudo ad quam
* 399. Corpus Velocitate x adſcendere poteſt*; quæ etiam valet xx; nam poſuimus, altitudines, ad quas Corpora adſcendere poſſunt, quæ proportionales ſunt quadratis Velocitatum, per ipſa quadrata exprimi; ergo $\frac{Aaax+Bbbx}{Ad+Bd}=xx$ aut $\frac{Aaa+Bbb}{Ad+Bd}=x$. Q. D. E.

478. Ponimus d dari, ſed ſi hæc ipſa diſtantia determinanda ſit, detegimus
* 217. $\frac{Af+Be}{A+B}=d$*; & factâ ſubſtitutione habemus $\frac{Aaa+Bbb}{Af+Be}=x$.

In

In Numeratore multiplicamus unum quodque Corpus per quadratum suæ distantiæ à Centro Suspensionis; quia, in motu Penduli, Corporum Velocitates sunt in ratione harum distantiarum: inde sequitur, *Si Corpora, aut partes ejusdem Corporis, non circa idem Centrum, sed circa Axem rotentur, Pondus unius cujuscunque Puncti Corporis, aut Corporum, multiplicari debere per quadratum distantiæ suæ ab Axe, & summam productorum dividendam esse per distantiam Centri Gravitatis Corporis, aut Corporum, ab eodem Axe, aut à Plano horizontali per Axem, ductam in Pondus Corporis, aut summam Ponderum omnium Corporum.* Quam quomodo determinemus distantiam, Centri Gravitatis à dicto Plano horizontali, suo loco diximus *. 479. * 218.

Ut * Regulam hanc applicemus Lineæ, cujus extremitas est Suspensionis 480. Centrum, singulorum Punctorum, aut potius partium minimarum, Pondera * 479. multiplicanda sunt per quadrata distantiarum suarum ab extremitate; ipsæ autem particulæ singulæ proprio Ponderi proportionales sunt; ideo ponimus, has quoque Pondera exprimere; tunc Summa horum productorum est Pyramis, cujus basis est Lineæ quadratum, & altitudo ipsa Linea. Si Linea dicatur a, Pyramis hæc valet $\frac{1}{3}a^3$*. Dividenda hæc est per Pondus totius Lineæ, quod valet a, multiplicatum per distantiam Centri Gravitatis ab extremitate, id est per $\frac{1}{2}a$, & divisor valet $\frac{1}{2}aa$. Dividendo autem $\frac{1}{3}a^3$ per $\frac{1}{2}a^2$ quotiens est $\frac{2}{3}a$, distantia Centri Oscillationis à Centro Suspensionis, ut supra experimento confirmavimus *. * 7. El. XII. * 428.

Huic Exemplo & aliud addam quod in Capite sequenti usu veniet.

Sit Orbis A, ubique ejusdem Crassitiei; Suspensum hunc concipimus in Centro, circa quod volubilis est; conjunctoque Pondere P formatur Pendulum compositum; ponimus enim Lineam CB orbi cohærere, quo cum circa extremitatem C rotatur. Quæritur Centrum Oscillationis O. 481. TAB. XVIII. Fig. 3.

Orbem A debemus concipere divisum in innumeras partes minimas. Divisionem Concipimus fieri Circulis concentricis, æqualiter à se invicem distantibus, quorum commune Centrum est C. Circuli hi, aut potius Annuli inter hos intercepti, sunt inter se ut horum *Pondera*, & etiam ut ipsorum Radii; quare Radii Annulorum pro horum Ponderibus haberi possunt, & Singuli *per Quadrata distantiarum à Centro multiplicari debent* *, id est, summam debemus quærere Cuborum Radiorum omnium, & hoc, in Subsidium vocato calculo Infiniti, dificile non est. Summa hæc, si a sit Radius Orbis A, est $\frac{1}{4}a^4$. Sed Pondus totius Orbis exprimitur per summam Radiorum omnium Circulorum, quæ *summa valet* Triangulum rectangulum, cujus basis valet a, & cujus altitudo huic æqualis est; quare Pondus valet $\frac{1}{2}aa$*. Unde patet summam quæsitam, nempe $\frac{1}{4}a^4$, valere *dimidium Ponderis Orbis* A, *multiplicati per quadratum Radii.* 482. * 479. * 41. El. I.

Huic producto addo Pondus P, multiplicatum per quadratum distantiæ CB;

&

& divido Summam hanc per productum Ponderis P, multiplicati per distantiam
479. CB; quotiens divisionis dabit CO.

SCHOLIUM V.

De Lineâ celerrimi descensûs.

*417. Vidimus superius *, Corpus quod à Puncto ad Punctum descendit, quando Puncta ambo non in eadem verticali dantur, ut Viam suam brevissimo Tempore peragat, non debere per lineam rectam incedere. Quamnam au-
*453. tem lineam sequi debeat indicavimus *, quod nunc hìc demonstrabimus; quia ad hoc usu veniunt, quæ in Scholio 1. de Cycloïde demonstrata sunt.

483. TAB. XVII. Fig. 6. Sint Puncta duo A & B, lineâ CD separata; moveatur Punctum, & ex A tendat ad B; sed eâ lege, ut antequam ad Lineam CD perveniat, feratur Velocitate quam dicimus v, ubi autem transivit Lineam hanc incedat Celeritate majori quam vocamus c: Ponamus ulterius Punctum, Velocitatibus singulis, rectas Vias percurrere; ideòque moveri per rectam AB, aut lineas AE, EB, peragrare: determinandum, quomodo Motum dirigere debeat, ut Tempore omnium brevissimo perveniat ex A in B.

Ponamus Tempus quo Corpus, velocitate v, lineam quamcunque percur-
*120. rit, ipsâ lineâ percursâ repræsentari *; Tempus quo linea percurritur, Velocitate aliâ majori, eò brevius est, quò Velocitas major est, & minuitur in ratione in quâ Velocitas augetur; Tempus ergò, in quo linea quæcunque, Velocitate c percurritur, repræsentabitur lineâ, minore ipsâ percursâ, & quæ ad percursam habet rationem, quæ datur inter v & c.

Si Punctum eat per AE & EB; Tempus motûs per AE, quia Velocitate v percurritur linea hæc, hac ipsâ lineâ repræsentatur; Tempus quo EB peragratur, repræsentatur lineâ EF, quæ se habet ad EB, ut v ad c. Punctum verò F determinatur, si ex B ad CD ducatur BD perpendicularis, fiatque c, v :: BD, LD, & per L ad DC ducatur parallela, secabit hæc BE in Puncto
2. El. VI. F: nam propter parallelas ED, FL, habemus BD, LD :: BE, FE.

Ex hac Demonstratione etiam sequitur, si Punctum per lineas alias AM, MB, progrediatur, quarum ultima secat LF in N, Tempus motûs repræsentari lineis AM, MN, ita ut determinandum sit per quod Punctum Lineæ CD Punctum mobile transeat, quando summa talium linearum, Tempora repræsentantium, est omnium minima; quod ut fiat ad sequentia attendendum.

Summas ab utrâque parte, recedendo à Puncto quæsito, augeri continuò; ideoque hoc solo casu summas vicinas esse æquales, si lineæ ab utrâque parte
TAB. XVII. Fig. 7. parum distent ab hoc ipso Puncto: idcirco si Punctum hoc sit inter E & e quorum distantia est infinitè exigua, erunt æquales AE+EF & $Ae+ef$, ex quâ æqualitate situs Puncti E aut e, deducendus est, quæ Puncta cum ipso Puncto quæsito coincidunt; nam propter infinitè exiguam Ee, hæc lineola pro ipso Puncto quæsito haberi potest.

Centro A, Radio Ae describatur circuli Arcus eh; Centro B Radiis Bf, & BE describantur Arcus Ei, fg, eruntque æquales Ah+Eg & Ae+if subtractis

tractis hisce quantitatibus æqualibus ex $AE+EF=Ae+ef$, restant $hE+gF$ $=ei$. Unde deducimus $hE=ei-gF$.

Propter Triangula similia eiE, fgF, & Bfg, BiE, ut & BFL, BED;

ei, gF : : Ei, fg, : : BE, Bg aut BF (differentia enim est infinitè exigua) : : BD, BL. Convertendo

ei, $ei-gF=hE$: : BD, $BD-BL=LD$; id est, ut Velocitas infra Lineam ad Velocitatem supra Lineam.

Centro E describatur circulus, Lineam EA, aut eA, (quas pro eâdem haberi posse vidimus) secans in M, & EB in N; ex quibus Punctis sint MP, NO, perpendiculares ad CD.

Triangula eiE, ENO, sunt similia; sunt rectangula, & habent Angulum communem in E, aut e. Eodem modo similia sunt ehE & eMP; ergo

ei, Ee : : EO, EN

Ee, hE : : Me, aut EN, (quæ pro Radiis ejusdem Circuli, habentur) eP, aut EP.

Ex æquo ei, hE : : EO, EP*. Sunt autem hæ lineæ *Cosinus Angulorum*, 484.
quos directiones motuum efficiunt cum lineâ CD, *quæ spatia separat, in quibus Velo-* *22. El. V.
citates differunt: qui ergò Cosinus directionum *sunt* inter se, ut ei ad hE, quas vidimus esse *inter se*, *ut Velocitates in ipsis illis directionibus*, *quando Tempus est omnium brevissimum.*

Moveatur iterum Corpus ex A & tendat ad B, ea conditione ut dum transit 485.
lineas CD, IL, MN, OP, singulis vicibus Velocitatem mutet, quæritur TAB.
juxta quam legem moveri debeat, positis hisce lineis parallelis, ut Tempore bre- XVII.
vissimo ex A ad B perveniat. Fig. 8.

Requiritur ut Corpus ex A ad F perveniat Tempore brevissimo possibili, ut & ex E ad G, ex F ad H, & ex G ad B, aliter enim in toto motu Tempus
brevius dari potest. Ideò *Cosinus Angulorum*, *quos Motûs directiones* AE, EF, 486.
FG, GH, HB, *efficiunt cum Lineis*, *parallelis inter se*, *separantibus Spatia in quibus diversa est Velocitas*, *sunt respectivè inter se*, *ut Velocitates*, *quibus hæc singula percurruntur.*

Consideremus nunc Corpus quod Gravitate descendit. Celeritas continuò
descendendo augetur, & ad eandem profunditatem ubique est eadem *, innu- *393.
meris ergò, & inter se infinitè parum distantibus, Planis horizontalibus dividuntur spatia in quibus celeritas variat: *Linea* ergò *celerrimi descensûs inter duo* 487.
Puncta est, *cujus Tangens ubique cum Horizonte efficit angulum*, *cujus Cosinus*
Velocitati cadendo acquisitæ *proportionalis est**, id est *radici quadratæ altitudi-* *486.
nis per quam Corpus cecidit *. Hanc autem esse Cycloïdis proprietatem demon- *374. 393.
stramus.

Ponamus Cycloïdem ADB, inversam, cujus Axis sit verticalis, & Cor- 488.
pus ex A descendere; demonstrandum est, anguli dDE, aut BEL*, Co- *412. 458.
sinum proportionalem esse radici quadratæ altitudinis FL*. Angulus BEL *487.
æqualis est angulo BFE*; cujus Cosinus, si centrum circuli sit F, & ra- TAB.
dius FB, est chorda FE; quod in omnibus Punctis Cycloïdis locum ha- XVII.
bet, manente eodem radio FB: Hæc autem chorda FE est ut radix quadrata Fig. 5.
altitu- *8. El. VI.

8. 4. El. VI. altitudinis FL. Nam sunt in continuata proportione FL, FE, FB; ergo
17. El. VI. FL×FB=FE^q, sed propter constantem FB, rectangulum FL×FB sequi-
* 1. El. VI. tur rationem ipsius FL*; in qua ratione quoque mutatur quadratum chordæ FE.

489. *Linea ergò celerrimi descensûs, à Puncto ad Punctum, est Cycloïs inversa, cujus Punctum extremum*, ut A, *cum superiori Puncto coincidit, & quæ per Punctum alterum transit*, ut in N. 453. diximus.

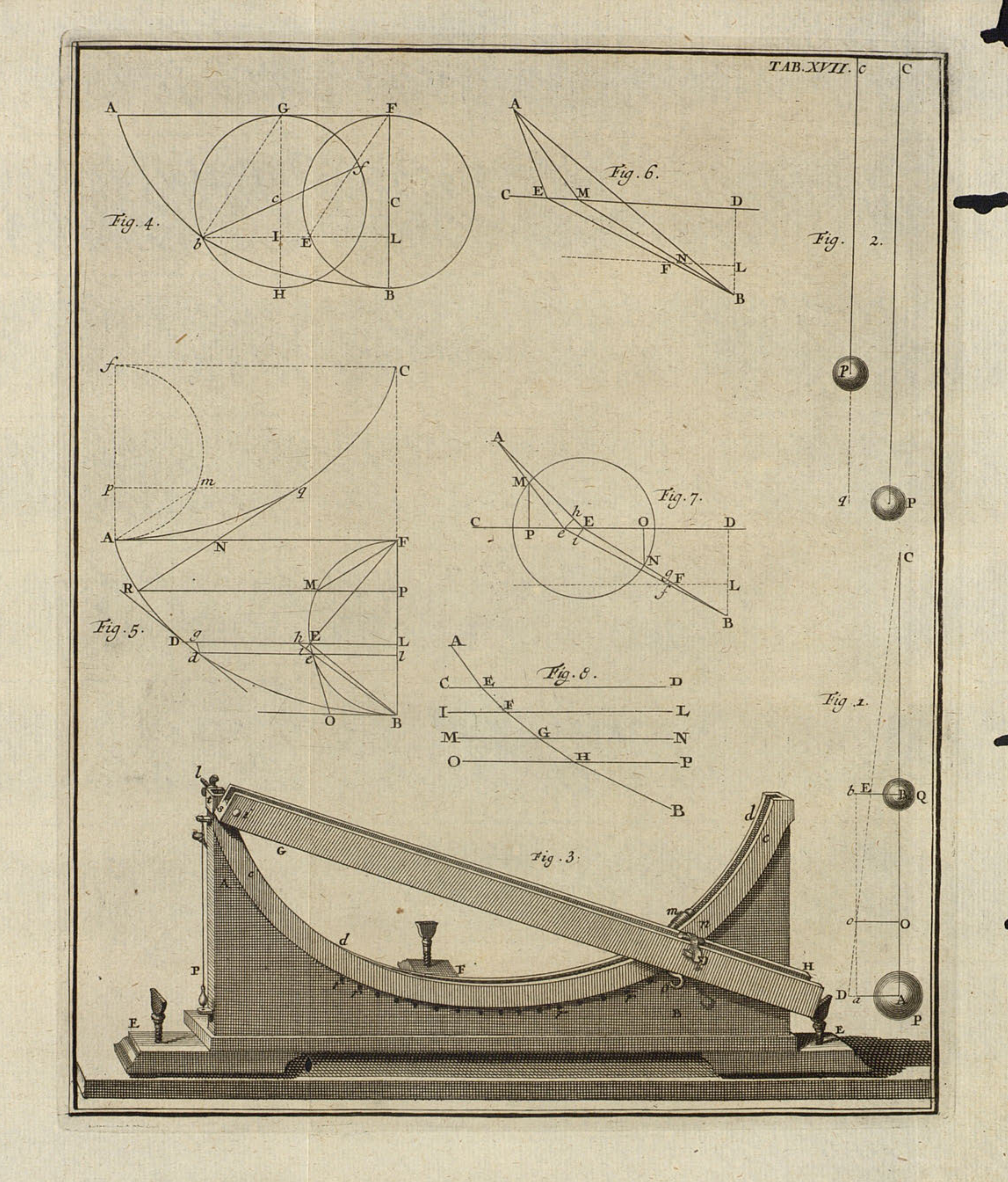
CAPUT XXI.

De Usu Machinarum.

490. In Parte præcedenti, de Machinis simplicibus & compositis egimus; vidimus quomodo exigua Potentia magnam vincat Resistentiam; sed casum æquilibrii tantùm determinavimus; & in genere observavimus Resistentiam superari, si Potentiæ Actio quamtumvis parum
*284. augeatur *. Sed hæc generalis observatio non sufficit, si auxilio Machinæ velimus præstare maximum quem possumus Effectum.

In Usu Machinæ ad Tempus debemus attendere; nam
491. *Effectus qui, cæteris paribus, minori Tempore præstatur, major est, si integrum Machinæ usum consideremus.*

492. Machina enim quæ, eodem Tempore, positâ Intensitate Potentiæ duplâ, duplum præstat Effectum, æquiparatur illi, cujus Effectus simplex est, positâ Potentiæ Intensitate simplici; quæ ergo quoque congruit cum illâ, quæ simplicem, in dimidiato Tempore, Effectum præstat, positâ Potentiæ Intensitate duplâ; ita ut productum Temporis per Potentiæ Intensitatem considerandum sit; & quamdiu productum hoc præstiti Effectûs rationem sequitur, in quo casu hoc idem est, quoties eadem Resisten-



TAB. XVII.
Fig. 4.
Fig. 6.
Fig. 2.
Fig. 5.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 1.
Fig. 3.

ſiſtentia eodem modo ſuperatur, Machinæ uſus pro eodem haberi debet. Tres homines, uno die, opus abſolvunt, quod unus tribus diebus præſtaret; poſitis capacitatibus æqualibus, & diligentiâ eâdem, hæc conveniunt; eâdem totali Actione opus idem abſolvitur.

Ex his concludimus, *in perfectiſſimo uſu Machinæ deſiderari, ut ipſi talis applicetur Potentia, cujus Intenſitas, multiplicata per Tempus, in quo deſideratum, & determinatum, præſtat Effectum, det productum omnium minimum*; tunc Actio integra, quâ Effectus præſtatur, eſt omnium minima. 493.

In uſu Vectis conſideratio hæc rarò utilitatem habere 494.
poteſt; tamen, quia demonſtrationes in hac Machinâ maximè ſenſibiles ſunt, & pleraque, quæ de hac dicenda ſunt, in reliquis Machinis uſu veniunt, de Vecte nunc agam, & ut caſum omnium ſimpliciſſimum conſideremus, pro Vecte habebo Lineam ſine pondere *. * 232.

Sit Vectis A B, cujus Brachia ſint inter ſe ut unum 495.
ad decem; & ſit Pondus A, centum Librarum, elevan- TAB. XVIII.
dum ad determinatam altitudinem A *a*. Fig. 4.

Adhibitâ Potentiâ, quæ decem Libras æquat, Pondus centum Librarum ſuſtinebitur, ſed elevari non poterit *; Si libram unam addam, & Pondus B ſit undecim * 235.
librarum elevabitur A, ſed lentè, & undecim libræ non ſufficiunt ut, Actione totali omnium minimâ, Pondus A elevetur; nam additâ iterum librâ aliâ; id eſt, auctâ Potentiæ Intenſitate undecimâ ſuâ parte, Tempus tribus undecimis partibus fere minuitur; & Actiones integræ, producta nempe temporum per Potentiarum Intenſitates, ſunt inter ſe ut 5 ad 4, quàm proximè.

Si magis ac magis augeatur Intenſitas, habebimus, uſque ad certum limitem, Actionem integram imminutam,

quæ augebitur si ultra hunc limitem augeatur Potentiæ Intensitas. Subjecta Tabella, hoc ad oculum demonstrat, in quâ agitur de Vecte proposito, & in quâ 100000. exprimunt Actionem integram omnium minimam.

	Potentiæ.	*Actiones integræ.*	*Potentiæ.*	*Actiones integræ.*
496.	10.	Infin.	15,16.	100000.
	11.	142360.	16.	100368.
	12.	114036.	17.	101611.
	13.	104677.	18.	103397.
	14.	101053.	19.	105575.
	15.	100016.	20.	108030.

497. Tabula hæc demonstrat Potentiam, quæ sustinet Pondus elevandum, in usu Machinæ satis esse augendam, sed parum interesse utrum paulò magis an minus augeatur, quantùm enim Intensitas hæc augetur tantùm ferè Tem-
498. pus minuitur, & *integra Actio inter certos limites parum mutatur*. In exemplo quod examinamus vix interest quamcunque ex hisce Potentiis adhibeamus, Librarum 14. 15.
* 496. 16. aut 17 *.

In usu Vectis hocce ratiocinium vix alicujus usûs est,
* 494. ut jam monuimus *, sed in aliis Machinis, Axe in Peritrochio, Trochleâ, & Machinis ex his compositis Potentiæ determinationem negligere non debemus.

Dicam nunc quomodo in hac determinatione procedendum, & operationum demonstrationes in Scholiis sequentibus dabo.

Pro Axe in Peritrochio:

499. Colligo in unam summam hos quatuor numeros. 1. Pondus limbi Rotæ. 2. Partem tertiam Ponderis Radiorum.

3. Dimidium Ponderis Axeos, multiplicati per quadratum diametri sui, & divisi per quadratum diametri Rotæ. 4. Tandem Pondus, quo æquilibrium habetur, multiplicatum per Axeos diametrum, & divisum per diametrum Rotæ. Summam hanc divido per Pondus; quo æquilibrium habetur, id est, quod Machinæ applicatum Pondus elevandum sustinet, & in quotiente habebo numerum, quem vocabo *Machinæ Indicem*.

Cum hoc Indice adeunda est Tabula subjecta *, quæ 500.
omnibus Machinis inservit, & quæ Indices in primâ co- *508.
lumnâ continet, & numerus in secundâ columnâ, Indici respondens dabit Augmentum addendum Potentiæ, quâ æquilibrium habetur; quod Augmentum exprimitur in partibus centesimis hujus ipsius Potentiæ.

Exemp. Sit Pondus limbi 100. Libr.; Pondus radio- 501.
rum 30. Libr.; Pondus Axis 80. Libr.; diam. Axis 1.; diam. Rotæ 10.; Pondus elevandum 200. Libr.; ergo Pondus, quod æquilibrium daret, esset 20. Libr.

Colligo in unam summam 100; 10; $\frac{2}{5}$, aut 0,4; & 2: summam 112,4. divido per 20. & detego Indicem 5,62; qui medius est inter 5. & 6. & numerus respondens est proximè 0,80. Augmentum ergò valet octoginta partes centesimas 20. Libr., & Intensitas Potentiæ Machinæ applicandæ erit 36. Libr.

Pro Trochlea.

Ponimus omnes Orbiculos æqualiter Ponderare; & mul- 502.
tiplico Pondus unius Orbiculi per productum numeri Orbiculorum unitate aucti, & multiplicati per duplum ejusdem numeri Orbiculorum plus uno; & divido hoc productum per numerum Orbiculorum duodecies sumtum. Addo Pondus, quo æquilibrium habetur, divisum

per numerum Orbiculorum; Summamque divido per hoc ipsum Pondus quod æquilibrium dat, & in Quotiente datur *Index*.

503. Exemp. Sit Pondus unius Orbiculi 3. Libr.; Orbiculorum numerus 10; Pondus elevandum. 200. Libr.;
* 260 271. ideo Pondus, quod æquilibrium dat, 20. Librarum *.

Multiplico 3. per 11. & productum per 21; & habeo 693; divido numerum hunc per 120; quotiens est 5,775; addo 20, divisum per 10, id est 2; & summam 7,775. per 20. divido, & Index est 0,389, mi-
* 508. nor dimidio; & Augmentum, ut Tabula * demonstrat, parum differt à 57 centesimis partibus Potentiæ, quæ æquilibrium dat, quare Potentia adhibenda paulò tantùm superat Libras 31.

504. Quantumvis exiguus fiat Index, nunquam omninò evanescit: In Axe in Peritrochio, si Machina nullum haberet Pondus, & Rotæ diam. esset infinita, hoc obtineret: ut etiam in Trochleâ, si Orbiculorum numerus esset infinitus, & hi nullum Pondus haberent; ergo Augmentum, de quo in his agitur, semper superat dimidium Actionis, quæ Pondus elevandum sustinere potest; nunquam tamen Actio duplicanda est, cum Augmentum hanc ipsam nunquam æquare possit; ut hæc, inspectio-
* 508. ne Tabulæ * patent.

505. Omnibus quoque Machinis applicare possumus, quæ
* 498. supra circa Vectem observavimus *, unde Concludimus, sine errore sensibili, hanc generalem Regulam posse constitui.

506. *Potentiam, quæ Pondus elevandum sustineret, dimidiâ suâ parte esse augendam, si Pondus auxilio plurimorum Orbiculorum sit elevandum; aut si de aliâ Machinâ leviori agatur, si-*

ve

ve cujus partes graviores lentè moventur; ut in Ergatâ, Axe nempe cui circumvolvitur Funis, dum ipse auxilio Vectis, aut longioris Scutulæ circumrotatur.

In aliis occasionibus *ubi gravior Machina est*, ut in Axe 507.
in Peritrochio, *duplicanda Potentia est*, *quæ cum Pondere elevando in æquilibrio est.*

T A B U L A.

Index.	Potent.	Index.	Potent.	
0.	0,50.	6.	0,81.	508.
0,5.	0,57.	7.	0,83.	
1.	0,62.	8.	0,85.	
2.	0,69.	9.	0,86.	
3.	0,73.	10.	0,87.	
4.	0,76.	15.	0,90.	
5.	0,79.	35.	0,95.	
		Infin.	1,00.	

Huc usque posuimus determinatam omni respectu Ma- 509.
chinam esse, & de eligendâ Potentiâ tantùm egimus; videamus nunc, quomodo procedere debeamus, *si de* 510.
Machinis ejusdem generis agatur, & una eligenda sit.

Consideremus iterum Vectem, sed talem, in quo non determinata est ratio inter Brachia; *sitque idem Pondus ad determinatam altitudinem elevandum.* Ut Actiones integras diversorum Vectium conferamus, ad tria debemus attendere, & hæc tria tantùm consideranda sunt: Nam *Actio integra sequitur*, *rationem* 1. *Intensitatis Potentiæ agentis*, 2. *Rationem Temporis per quod agit* *; 3. *Rationem spa-* *491.
tii à Potentiâ percursi. Si enim Pondus unius libræ, dum agit,

agit, descendat ad Profunditatem duorum pedum, ipsius Actio dupla est illius, quam præstitisset, si Profunditas fuisset unius Pedis; in primo enim casu Ponderis status pristinus instaurari non potest, nisi bis hoc elevetur, ut in secundo casu semel tantùm elevari deberet.

511. Si nunc, pro diversis longitudinibus Vectis, determinemus Actiones integras, adhibendo pro singulis longitudinibus Potentiam, quæ pro illâ longitudine dat Actionem minimam; detegimus, collatis diversis Vectibus, Actionem integram minorem esse, si minor sit distantia Potentiæ à fulcro.

512. Sit Pondus centum librarum elevandum ad determinatam altitudinem; adhibeatur Vectis cujus Brachia sint æqualia, ut Actio sit minima, Potentia adhibenda est cujus Intensitas valet libras 162.; si distantia hæc ad dimidium reducatur, Potentiæ Intensitas erit 338. Librarum. Sed per dimidium spatii tantùm descendit, etiam tempus minuitur & est ad primum ut 35. ad 44. proximè, & integræ Actiones sunt, ut $162 \times 1 \times 44.$ ad $338 \times \frac{1}{2} \times 35$ *, id est, ut 7128. ad 5915. proximè ut 6. ad 5.

* 510.

513. Ex hisce sequitur adhibitis Majoribus Potentiis Actiones integras minores esse, positâ justâ inter Brachia ratione; sed hæ incommodi quid habent, quia ipsas tractare difficile est, & Machinæ pro Ponderibus elevandis adhibentur, ut minori Potentiâ Majus Pondus elevari possit.

514. Si quis, ubi determinatum Pondus, adhibitâ Potentiâ determinatâ, ad determinatam altitudinem elevandum foret, Actionem quæreret minimam, detegendæ forent dimensiones Machinæ, in quâ Productum Temporis per spatium à Potentiâ percursum foret minimum *; Quod nisi

* 510.

nisi difficulter fieri non posset; quia Pondera partium Machinæ, mutatâ hac, non juxta determinatam legem variantur. Solutio hujus Problematis, quod in casu simplicissimo solidum est, etiam non magnam utilitatem in praxi haberet *. * 506. 507.

515. *In Vecte tertii Generis*, Potentia semper ad minorem distantiam applicatur quàm Pondus elevandum *, & hoc semper superare debet *; quare in hoc Vecte *totalis Actio minor est* quàm in secundo, aut usu vulgari primi *; *& hujus* Actionis *respectu tertii generis Vectis alios vincit.* * 234. * 235. * 511.

516. Multi scriptores de Mechanicâ plures Machinas inter se conferunt, tantùm ad casum æquilibrii attendendo, & pro fundamento usûs Machinarum habent; Tempus, quo Effectus præstatur, augeri in ratione, in quâ Intensitas Potentiæ minuitur. Propositionem autem hanc admitti non posse, demonstrata hoc Capite evincunt.

517. In usu Machinarum, de quibus hoc Capite egimus, quando ipsis constans applicatur Potentia, motu accelerato Pondera elevantur, & de hoc casu tantùm egimus.

518. Aliæ dantur Machinæ, quales plerumque sunt Machinæ Hydraulicæ, in quibus non agitur de determinato effectu præstando, sed successivo; in his successivè diversa aqua, eâdem Velocitate, elevatur, continuatâ ejusdem Machinæ Actione. De Usu talium Machinarum postea dicendum nobis erit.

SCHOLIUM I.

In quo illustrantur quæ de Vecte in initio hujus Capitis fuere dicta.

519. TAB. XVIII. Fig. 5. Sit AB Vectis, C Fulcrum, AC valet unum, BC decem, in A Pondus est centum Librarum quod elevari debet. In B applico decem Libras, & habeo æquilibrium; deinde successivè utor Pondere undecim, duodecim, tredecim,

cim, Librarum, & temporibus diversis, eodem modo, A elevatur. Ut hæc Tempora conferamus, debemus Vectem, Ponderibus oneratum, habere pro Pendulo
* 479. composito, & quærere Centrum Oscillationis *. Si Potentia valeat Libras tredecim, Centrum hoc est D; si quatuordecim Libras, est E; si quindecim, F; &c.

In diversis hisce motibus, cum agatur de eodem Penduli motu, Centrum Oscillationis, percurrit vias similes, & quadrata Temporum descensûs sunt
* 374. 383. ut spatia percursa *; quæ sunt, ut distantiæ, CD, CE, CF, &c. Potentiæ Augmentum, ubi distantia Centri Oscillationis magna est, sensibiliter distantiam hanc minuit; & hæc est causa quare Tempus magis minuatur, quàm Poten-
* 491. tiæ Intensitas augetur, quo Actio integra minuitur *. Sed quando, auctâ Potentiæ Intensitate, Centrum Oscillationis minus distat, ut in H, I, L &c., tunc, magis augendo Potentiam, parum accedit Centrum Oscillationis, Tempus parum minuitur, & augetur Actio integra.

520. In constructione Tabellæ N. 496. distantiæ Centrorum Oscillationis pro diversis Potentiis fuere determinatæ, & uniuscujusque distantiæ Radix quadrata per suam Potentiam fuit multiplicata, & Producta hæc, aut potiùs numeri in eâdem ratione cum his, in secundam Columnam fuere relati. Potentia autem, quæ dat Actionem totalem minimam, determinata fuit Methodo quam in Scholio 3°. explicamus.

SCHOLIUM II.

De Machinarum Indicibus.

521. Indicem Machinæ vocavimus *, Numerum, cujus ope Potentiam detegimus,
* 500. quæ, Actione totali omnium minimâ, determinatum effectum præstat.

Numerum hunc detegimus, quærendo Centrum Oscillationis ipsius Machinæ.

De Indice Vectis.

522. Sit a Pondus elevandum; Distantia $AC=m$; $CB=n$; Potentia quâ Æ-
TAB. XVIII. Fig. 5. quilibrium habetur erit $\frac{ma}{n}$ *; & sit x Augmentum Potentiæ, ut motus de-
* 235. tur.

Distantia Centri Oscillationis à C, posito Vecte sine Pondere, erit
* 479. $\frac{mma+nma+nnx}{nx}$ *. Pono b ita determinari, ut $bnma=mma+nma$, id est, pono $b=\frac{m}{n}+1$.

523. Distantia Centri Oscillationis nunc est $\frac{bnma+nnx}{nx}=\frac{bma+nx}{x}$ sed x determinandum est, cum relatione ad Pondus quod Æquilibrium dat; Partibus enim centesimis hujus Ponderis, in diversis Machinis, Augmentum, quod x di-
* 500. citur, fuit expressum in casu Actionis minimæ *; id est, debemus ponere $\frac{am}{n}$, Pon-
524. dus quod dat Æquilibrium, æquale Unitati, tunc $am=n$; & *distantia* Cen-

Centri Oscillationis, erit $\frac{bn+nx}{x}$; quæ distantia *proportionem sequitur* $\frac{b+x}{x}$. *Et* b − 1 *est Numerus, quem vocavimus Machinæ Indicem*; hujus ope Potentiam detegi diximus quæ dat Actionem totalem omnium minimam *. * 500.

In omni Machinâ, simili expressione, denotamus distantiæ Centri Oscillationis proportionem; *b* tantùm differt, sed, dato hoc, Problema, de Actione totali minimâ, eodem modo solvitur, ut in sequenti Scholio videbimus. 525.

De Indice Axeos in Peritrochio.

Sit Rota E cujus Radii D, D, &c. Axis C, dicatur *p* Pondus Limbi, aut circumferentiæ, Rotæ; Radiorum omnium simul sumtorum Pondus sit *r*; & Pondus Axis *q*; Semidiameter Axis dicitur *m*. Rotæ Semidiameter *n*; seponimus latitudinem ipsius Limbi; & *n* tunc quoque longitudinem Radiorum exprimit. Pondus elevandum A, vocatur *a*; Pondus quo Æquilibrium habetur erit $\frac{ma}{n}$ *; Augmentum quo motus communicatur *x*; ergo $B = \frac{ma}{n} + x$. 526. TAB. XVIII. Fig. 6. * 255.

In motu hujus Machinæ Punctum datur, quod movetur, quasi solâ Gravitate propelleretur, & respondet Centro Oscillationis in Pendulo; Pendulum enim verum habebimus, si Pondera A in a, & B in b, fixa concipiamus. Distantiam hujus Centri à Centro Rotæ detegimus per Regulam datam *. 527. * 479.

Pondus Limbi multiplico per quadratum Semidiametri Rotæ, productum est *nnp*. Multiplico singulorum punctorum Radiorum Pondera per quadrata distantiarum à Centro, & habeo $\frac{1}{3}nnr$ *, simile productum pro Axe est $\frac{1}{2}mmq$ *; Axis enim pro Orbe crassiori haberi potest. Reliqua producta sunt mma, & $Bnn = mna + nnx$, & distantia Centri Oscillationis est, * 480. * 482.

$$\frac{nnp + \frac{1}{3}nnr + \frac{1}{2}mmq + mma + mna + nnx}{nx} *.$$ * 479.

Ponamus $nnp + \frac{1}{3}nnr + \frac{1}{2}mmq + mma + mna$, quæ omnes quantitates notæ sunt, $= bmna$. Ergo distantia Centri Oscillationis valet $\frac{bmna + nnx}{nx} = \frac{bma + nx}{x}$; si autem *x* velimus exprimere cum relatione immediatâ ad Pondus, quo æquilibrium habetur, ut de Vecte fecimus *, debemus Pondus hoc, nempe $\frac{ma}{n}$, pro Unitate habere. Tunc $ma = n$ & $\frac{bma + nx}{x} = \frac{bn + nx}{x}$, quæ quantitas proportionem sequitur hujus $\frac{b+x}{x}$, eodem modo ut de Vecte diximus *. Index Machinæ est $b - 1$. Cujus valorem habemus, si Æquationem, in quâ *b* fuit adsumtum, dividamus per *mna*, & habebimus $\frac{np}{ma} + \frac{nr}{3ma} + \frac{mq}{2na} + \frac{m}{n} = b - 1$, quæ Indicis determinatio congruit cum ipsâ quam supra dedimus *. Diximus enim hos quatuor numeros in unam * 523. * 524. * 499.

unam summam esse colligendos, $p+\frac{1}{3}r+\frac{mmq}{2nn}+\frac{mma}{nn}$, quam summam dixi dividendam esse per Pondus, quo Æquilibrium habetur, $\frac{ma}{n}$, & mutatur in hanc ipsam $\frac{np}{ma}+\frac{nr}{3ma}+\frac{mq}{2na}+\frac{m}{n}$.

528. Pro omnibus Machinis eodem modo procedendum; quærendus est numerus, qui dicitur *Index*, cujus hæc est proprietas, ut, Unitate auctus, si dicatur b,
* 524. distantia Centri Oscillationis sequatur Proportionem $\frac{b+x}{x}$ *.

De Indice Trochleæ.

529. In hac quoque, ut in omnibus aliis Machinis, quæ, seposito attritu, solâ Gravitate moventur, Punctum datur, quod cum Centro Oscillationis Penduli respondet; id est, quod eâ velocitate movetur, quam, si propriâ tantùm agitaretur Gravitate, acquireret.

530. Quando circa idem Centrum, aut eundem Axem, omnes partes Machinæ moventur, singulorum Punctorum Velocitates proportionales sunt distantiis à Centro, aut Axe; & hac de causâ, ut determinetur Centrum Oscillationis, multiplicatur Pondus unumquodque per quadratum distantiæ suæ ab isto Centro, aut
* 479. Axe *: eâdem de causâ, quando motus talis non est, ut in Trochleâ, multiplicare debemus unumquodque Punctum grave per quadratum Velocitatis suæ;
531. id est, *In determinatione Centri Oscillationis agendum nobis est, quasi omnia Puncta circa eundem Axem rotarentur, servatâ Velocitate quam revera habent.*

532. Sint Orbiculi æquales, ita ut etiam æqualiter ponderent. Pro primo Orbiculo multiplico singula Puncta per quadrata distantiarum à Centro, & habeo dimidium Ponderis ipsius Orbiculi, si ponamus Unitate Semidiametrum Orbiculi
* 482. designari *. Secundi Orbiculi Velocitas dupla est, id est, unumquodque Punctum Velocitate agitatur duplâ illius, quam Punctum respondens habet in primo Orbiculo; & ideo summa productorum, pro secundo Orbiculo, quadrupla est illius, quæ pro primo Orbiculo determinatur. Eodem modo productum noncuplum est pro tertio Orbiculo, sedecuplum pro quarto &c. Si n sit numerus Orbiculorum, pro ultimo Orbiculo productum erit dimidium Ponderis unius Orbiculi per nn, & summa productorum valebit productum dimidii Ponderis unius Orbiculi per summam quadratorum numerorum naturalium ab Unitate usque ad n; quæ summa facilè detegitur, ut statim dicam; sit productum hoc ultimum nnp.

* 262. 271. Sit f Pondus quo Æquilibrium habetur & nf erit Pondus elevandum *; x Augmentum ipsius f, ut motus Machinæ communicetur.

Multiplicari debet Pondus elevandum nf per quadratum Semi diametri primi Orbiculi, id est per Unitatem & habemus nf. Tandem $f+x$ multiplicari debet per nn & habebimus distantiam Centri Oscillationis $\frac{nnp+nf+nnf+nnx}{nx}=$

np

$\frac{np+f+nf+nx}{x}$ *. Ponimus b ita determinari ut $np+f+nf=bnf$, & distantia Centri Oscillationis valet $\frac{bnf+nx}{x}$. Si nunc, ut in præcedentibus Machinis, x cum relatione ad f exprimi debeat, ponimus $f=1$; tunc $\frac{bnf+nx}{x}=\frac{bn+nx}{x}$; & patet distantiam Centri Oscillationis sequi proportionem $\frac{b+x}{x}$. * 531. 474. 475.

Index est $b-1=\frac{p}{f}+\frac{1}{n}$; & hunc exactè superius fuisse determinatum, nunc demonstrabo.

Posuimus nnp valere productum dimidii Ponderis unius Orbiculi per summam quadratorum numerorum naturalium ab Unitate ad n. 533.

De detegendâ hac summâ pauca dicam; Problema est notissimum, & est casus singularis Problematis, quod ipsum particulare est respectu alius universalioris. Hanc viam in Demonstratione sequi longum foret, breviorem sequar, & demonstrationem dabo, quæ solùm casum de quo agitur spectat.

Pro Unitate habemus Cubum minorem, ut Z. Ex talibus Cubis concipio quadrata formari numerorum naturalium, quæ simul efficiunt solidum X; cujus magnitudo, adhibitâ Unitate Z, exprimit summam quæsitam. 534. TAB. XVIII. Fig. 7.

Concipio Solidum hoc X, inscribi Pyramidi A B D C, cujus basis est quadratum lateris $n+1$, & altitudo etiam est $n+1$; Pyramis hæc valet $\frac{1}{3}n^3+nn+n+\frac{1}{3}$ *; sed excedit Solidum X, & excessus pro singulis quadratis, aut stratis, constat ex Pyramide ut HDLGI, quæ valet $\frac{1}{3}$, & præterea ex duobus Prismatibus ut HBEGIF, & GNCLIM, quæ juncta efficiunt Parallelopipedum, quod tot continet Cubos, ut A, quot dantur Unitates in latere quadrati EN. * 7. El. XII.

Integrum excessum Pyramidis, supra Solidum X, habemus, 1. multiplicando valorem minoris Pyramidis $\frac{1}{3}$ per numerum talium Pyramidum $n+1$, & productum est $\frac{1}{3}n+\frac{1}{3}$; & 2. quærendo summam omnium Parallelopipedorum, quæ Progressionem efficiunt arithmethicam 1. 2. 3. . . . . n; quæ summa valet $\frac{1}{2}nn+\frac{1}{2}n$. Integer ergo excessus est $\frac{1}{2}nn+\frac{5}{6}n+\frac{1}{3}$: Subducto hoc ex valore Pyramidis, habeo summam quæsitam quadratorum $\frac{1}{3}n^3+\frac{1}{2}nn+\frac{1}{6}n=\frac{2n^3+3nn+n}{6}$.

Si q sit Pondus unius Orbiculi, erit $\frac{2n^3q+3nnq+nq}{12}=nnp$ *, & $p=\frac{2nnq+3nq+q}{12n}=\frac{\overline{n+1}\times\overline{2n+1}\times q}{12n}$. 535. * 533.

* 532. Indicem $b-1$ valere $\frac{p}{f}+\frac{1}{n}$ vidimus *. Ergo $b-1=\frac{\overline{n+1}\times\overline{2n+1}\times q}{12nf}+\frac{1}{n}$,
* 502. qui est ipse valor Indicis supra determinatus *.

SCHOLIUM III.

De Actione totali minimâ determinandâ.

536. VIdimus quomodo, dato Machinæ Indice, auxilio Tabellæ N. 508. detegamus Potentiam, quæ dat Actionem totalem omnium minimam *; de
* 500. constructione hujus Tabellæ nunc nobis agendum est.

Agitur, ubi Machina proponitur, de eodem Pondere ad eandem altitudinem elevando; ergo de eodem motu Machinæ, ita ut spatium, à Centro Oscillationis percursum, sequatur proportionem distantiæ hujus à Centro motûs. Via à Centro Oscillationis, in hoc motu percursa, semper sibi similis est, & quadra-
* 519. tum temporis est ut Spatium percursum *; ergo est ut distantia Centri Oscillationis, id est, ut $\frac{b+x}{x}$, cujus expressionis, ut in præcedenti Scholio demonstravimus, distantia hæc semper rationem sequitur. Actio totalis habetur multipli-
* 492. cando tempus per Potentiam *, quæ in hoc casu valet $1+x$; & quadratum Actionis sequitur Proportionem quadrati temporis per quadratum Potentiæ, id est $\frac{b+x}{x}$ per $\overline{1+x}^2$. Et Actio hæc erit minima quando x ita determinatur, ut productum hoc sit omnium minimum.

537. Ductis BA, BD, quæ Angulum rectum efficiunt in B, sit BI$=b$; &
TAB. XVIII. Fig. 8. IA$=x$. Per I duco IC$=1$. parallelam ipsi BD, & pono IH quoque Unitati æqualem.

Propter Triangula ACI, ABD, similia, AI (x), AB($b+x$)::CI(1.),
* 16. El. VI. BD($\frac{b+x}{x}$)*. Ergo distantia Centri Oscillationis proportionem sequitur lineæ BD, quomodo cunque mutetur x.

Si ex $\frac{b+x}{x}$=BD utrimque subducatur Unitas datur $\frac{b}{x}$=ED.

Intensitas Potentiæ est HA$=1+x$; ideo productum, quod exprimit quadratum Actionis integræ, est BD×HA^q, & quærimus IA, quando hoc productum est omnium productorum similium minimum.

Si in hoc casu paululum augeatur, aut minuatur, x, producta majora fiunt, & ita hæc sumi possunt, ut æqualia sint; ponamus talia esse BD×HA^q=Bd×Ha^q; valor quæsitus ipsius x medius est inter IA & Ia.

Puncta autem A & a, ita ad se mutuò, admoveri possunt, ut distantia sit infinitè exigua; in quo casu Aa pro Puncto habetur, & IA est valor quæsitus ipsius x.

* 16. El. VI. Æquatio hæc BD×HA^q=Bd×Ha^q resolvitur in hanc Proportionem *:
Bd, BD::HA^q, $\overline{\text{HA}+\text{A}a}^q$ = HA^q + 2HA×Aa + Aa^q :: HA,

HA

HA+2Aa; nam Aa^q est infinitè exiguum respectu aliarum quantitatum, ac negligi potest, & dividendo terminos penultimæ rationis per HA, incidimus in Ultimam. Ergo Bd, BD::HA, HA+2Aa; unde convertendo & alternando deducimus Bd, HA::Dd, 2Aa, aut Bd, $\frac{1}{2}$HA::Dd, Aa.

Centro C describantur Arcus Circuli per A & d, AG, dF, qui pro lineis rectis haberi possunt, quia infinitè exigui concipiuntur.

Ratio Dd, ad Aa est composita ex his tribus Rationibus Dd ad dF, dF ad AG, & AG ad Aa.

Propter triangula similia rectangula DCE, DdF, AaG, & CAI, Rationes hæ ad has alias reducuntur: Dd, dF::CA, AI; dF, AG::DE, CI; AG, Aa::CI, CA.

Idcirco Dd ad Aa in ratione compositâ ex his tribus DE ad CI, CI ad CA, CA ad AI; quarum ratio composita est ratio DE ad AI, in qua ratione ergo est Dd ad Aa, aut Bd ad $\frac{1}{2}$ HA, id est DE $(\frac{b}{x})$, AI(x)::Bd$(\frac{b+x}{x})$, $\frac{1}{2}$ HA $(\frac{1}{2}x+\frac{1}{2})$, & $b+x=\frac{1}{2}b+\frac{b}{2x}$*; unde æquationem deducimus *16.El. VI.

$xx+\frac{1}{2}bx-\frac{1}{2}b=0$, cujus radix positiva est $x=\frac{1}{4}\sqrt{8b+bb}-\frac{1}{4}b$; & habemus quod quærimus.

Dato enim Machinæ Indice Unitatem addimus, & ipsius b habemus valorem; 538.
hunc pro b in æquatione substituimus, & datur x.

In constructione, Tabellæ N. 508 successivè posuimus $b=1$, $b=2$, $b=3$ 539.
&c., id est, posuimus Indicem valere 0. deinde 1. tunc 2. &c., & detecti valores respondentes ipsius x, in Tabellam fuere relati.

CAPUT XXII.

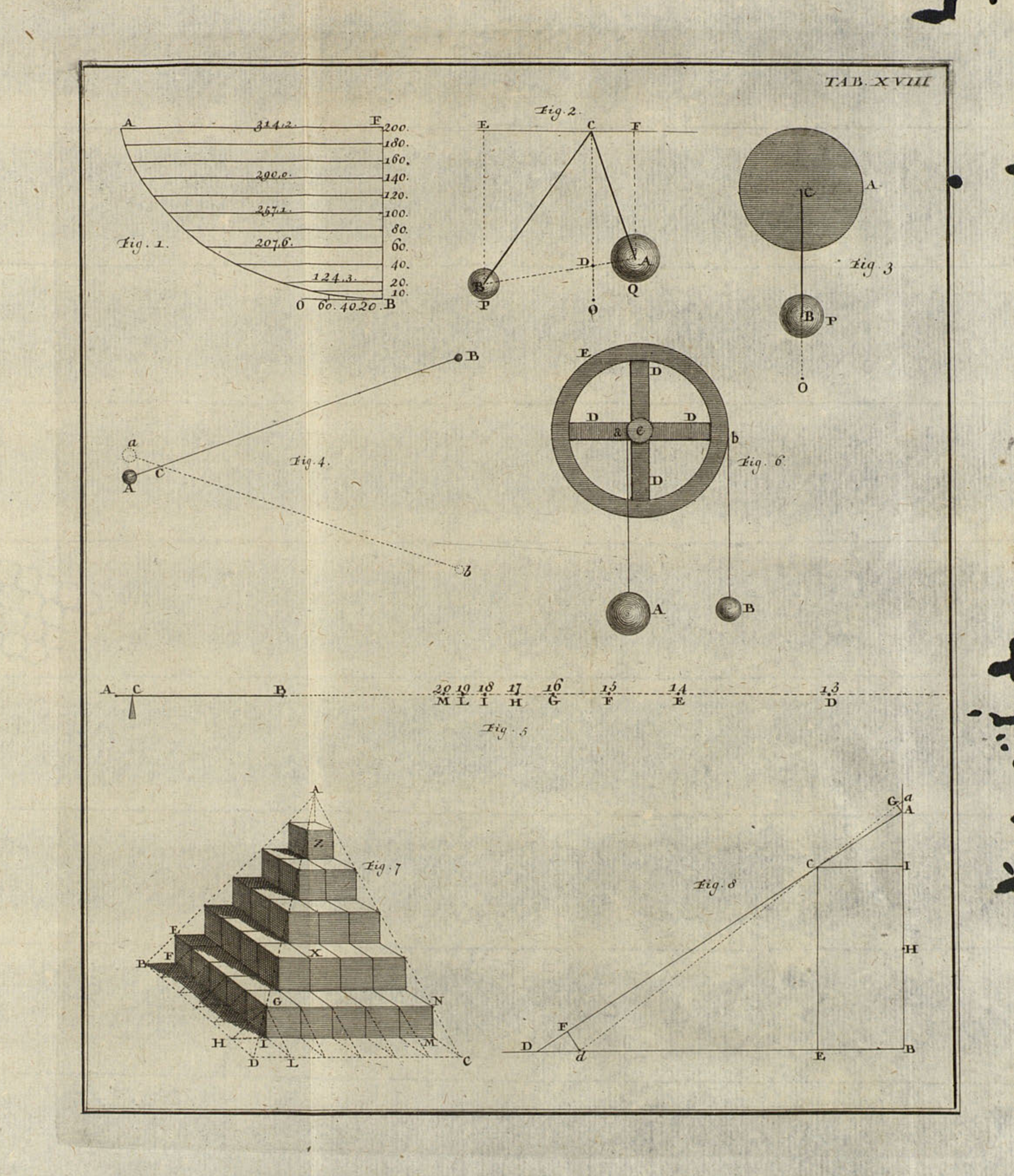
De Projectione Gravium.

SI in Corpus motum Potentia agat, mutatur Motus*; 540.
Si Corpus projiciatur per AB, in tempore, in quo po- TAB.XIX. Fig. 1.
test percurrere AB, vi Gravitatis, fertur Terræ centrum * 357.
versùs per BF, & ita, Motu composito ex istis duobus, movetur per AF*; & hoc Motu, secundo momen- * 360.
to, percurreret FC, ipsi AF æqualem, nisi secundo momento, eâdem vi Gravitatis translatum foret per CG,

CG, ita ut Motus in ſecundo momento ſit per FG; eodem modo, Motus tertii momenti eſt per GH, & quarti momenti per HI; cùm verò vis Gravitatis continuò agat, illa temporis momenta minima ſunt, & ubique dabitur Motus aliter compoſitus, id eſt, directionis inflexio; in eo caſu ergo Corpus *movetur in Lineâ curvâ.*

541. Hic *Motus Corporis ex Projectione* magis ſimpliciter conſiderari poteſt, in omnibus projectionibus, quæ à nobis fieri poſſunt; quia omnes lineæ, quæ, in ſpatio, per quod Corpus tranſit, ad Terræ centrum tendunt, pro parallelis haberi poſſunt; quare directio, Motûs ex Gravitate, non mutatur; unde Motus ex Projectione *ex duobus* tan-
* 355. tùm *Motibus conſtat, primo æquabili per lineam projectionis* *,
* 370. *ſecundo Terram versùs accelerato* * : *qui duo motus ſeſe mutuò*
* 358. *non turbant* *.

542. TAB.XIX. Fig. 2. Projiciatur corpus per lineam AE, horizonti parallelam; temporibus æqualibus, hoc Motu, percurret partes æquales AB, BC, CD, DE: Gravitate fertur Motu ad horizontem perpendiculari, directione BF, CG, DH, aut EI, quæ lineæ pro parallelis habentur; Motus hic eſt acceleratus, & ideò, ſi poſt primum momentum Corpus ſit in F, poſt ſecundum erit in G, poſt tertium in H, poſt quartum in I, ita quidem ut poſito BF unum, CG ſit quatuor, DH novem, & EI ſede-
* 374. cim *. Corpus percurret Curvam tranſeuntem per omnia Puncta, quæ eodem modo ac F, G, H, I, determinari poſſunt; vocaturque *Parabola.*


TAB. XVIII.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3
Fig. 4.
Fig. 5
Fig. 6.
Fig. 7
Fig. 8
314.2.
290.0.
257.1.
207.6.
124.3.
200.
180.
160.
140.
120.
100.
80.
60.
40.
20.
10.
0 60.40.20.B



MACHINA,

Quâ demonstrata de Corporum Projectione confirmantur.

Pars hujus Machinæ præcipua est Solidum ligneum A, cujus altitudo est unius pedis, crassities duorum pollicum: à dimidiatâ suâ altitudine C, usque ad B, excavatum hoc est circulariter, aut juxta Curvam aliam quamcunque, ita tamen, ut Globus regulariter à B ad C possit descendere; quod ut magis liberè fiat, Laminâ, benè levigatâ, & politâ, cupreâ, aut ferreâ stanno illinitâ, tegitur lignum. Globus adhibetur marmoreus, cujus diameter parùm semipollicem superat; & Curva BC ita posita est, ut motus Globi in C horizontalis sit. 543. TAB. XIX. Fig. 3.

Solidum hoc A Asseri D E imponitur, quocum etiam cohæret, & qui tribus Cochleis ut G, G, (tertia enim videri non potest,) sustinetur; auxilio perpendiculi, ad posticam partem Machinæ applicati, & cujus Filum cohæret cum Cuneolo N, Solidum A, in situ verticali, & Asser D E, in situ horizontali, disponuntur.

Ad Latus Machinæ ipsi jungitur Tabula M, quæ removeri potest, & ad libitum uni, aut alteri, lateri applicari.

Quando anteriori lateri applicatur, inseritur inter Tabellam ligneam, cum Machinâ cohærentem, H, & superficiem Solidi A, dum Regula I Tabulam quoque retinet.

Tabula hæc, eo ipso modo, firmata est in situ, in quo hìc exhibetur.

In B ponitur Globus, qui dimittitur, ut liberè descendat per B C, & notatur Distantia F, ad quam cadit; quæ semper eadem est, si sæpiùs Globus dimittatur,

tur; quia ab eâdem altitudine singulis vicibus descendit, & ideo eâdem Velocitate, ex C, horizontaliter projicitur.

In F lignum excavatur, & gossypio cavitas repletur, Punctumque *l*, ipsi F respondens, in Tabulâ M notatur.

Per *l* verticalis Linea ducitur *lf*; Globus in ultimo termino C, Curvæ B C, ponitur, & Punctum *a*, Centro ipsius respondens, in Tabulâ M quoque notatur, duciturque Linea horizontalis *af*, quæ hìc ipsam extremitatem Tabulæ M efficit.

Dividitur *af* in quinque partes æquales in *b*, *c*, *d*, *e*, & ducuntur verticales Lineæ *bn*, *cn*, *dn*, *en*; quarum longitudines ita determinantur. Dividitur *fl* in viginti quinque partes æquales, quarum *bn* continet unam, *cn* quatuor, *dn* novem, *en* sedecim: & per Puncta *n*, *n*, &c. Curva ducitur *annl*, quæ indicat Viam, quam Corpus, horizontaliter ita ex *a* projectum, ut in *b* cadat,
*542. in motu suo percurrit *.

Annuli quatuor cuprei, O, O, O, O, Tabulæ M applicantur; caudas habent Cylindricas, quæ foraminibus in *n*, *n*, *n*, *n*, intruduntur, ita, ut Annulorum Centra dentur in eodem Plano, parallelo Tabulæ M, & per medium crassitiei Solidi A transeunti.

Annulorum aperturæ diametrum habent unius pollicis, & ipsorum Plana perpendicularia sunt ad Tabulam M, & ad Curvam *al* in Tabulâ.

EXPERIMENTUM

544. Globus dimittitur à B, devolvitur ad C, horizontaliter ibi projectus cadit in F, & interea transit per Annulos O, O, O, O.

Quæ

Quæ de Curvâ, à Corpore horizontaliter projecto percursâ, dicta sunt, etiam pertinent ad projectionem quamcumque. 545.

Projiciatur Corpus per A E; & sint A B, B C, C D, D E, æquales; Corpus percurret Curvam A F G H I ita, ut verticales Lineæ B F, C G, D H, E I, sint inter se, ut 1. 4. 9. & 16 *; quo casu etiam Curva *Parabola* vocatur. TAB. XIX. Fig. 4. 5. * 542.

DEFINITIO.

Sit A I Planum quod per A transit, si Curva memorata hoc secet in I; A I vocatur Amplitudo jactûs. 546.

Motus Corporum, quæ eâdem Celeritate projiciuntur, juxta Directiones diversè inclinatas, possunt inter se comparari:

Poteſtque Corpus, Celeritate datâ, in Plano dato, ad Distantiam datam projici. 547.

Sit Celeritas data illa, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine M A, quam Horizonti A L perpendicularem concipimus, & Corpus in Plano A I in I projiciendum sit. Ductâ M N Horizonti parallelâ, erigatur A N normalis Plano A I, secans M N in N; Centro O, puncto medio Lineæ A N, per A describatur Circulus, qui etiam per M transibit; sit A R pars quarta Lineæ A I; per R ducatur Horizonti perpendicularis, id est parallela Lineæ A M, Linea R *b*, quæ Circulum secat in B & *b*; si Corpus projiciatur per A B, aut A *b*, cadet in I. Quâ Methodo Directio jactûs determinatur, sive Punctum sit in Lineâ horizontali, per A transeunti, in quo casu M & N coincidunt, sive in Plano quocunque, supra aut infra Lineam hanc horizontalem inclinato. 548.

Ponamus Directionem benè esse determinatam. Motu æqua- 549.

æquabili, Celeritate, quâ cum Projectio fit, Corpus percur-
* 541. rere potest A E, in tempore in quo cadit per E I *. Quia verò Corpus projicitur Velocitate, per M A cadendo acquisitâ, eodem Motu æquabili potest percurrere duplam
* 376. M A, in tempore in quo ab altitudine M A cadit *. Spatia, Velocitate eâdem, & æquabili, percursa, sunt ut
* 120. tempora in quibus percurruntur *; ergo Tempus casûs per M A ad tempus casûs per E I, ut dupla M A ad A E.
* 374. Ideo 2 MA^q ad AE^q, ut M A ad E I *. Quam ergo proportionem si demonstremus dari in constructione præcedenti, Directionem benè fuisse determinatam constabit.

550. Ducatur M B, & habemus angulum B A R, à tangen-
* 16. El. III. te A R *, est enim perpendicularis radio A O, & à Lineâ, Circulum secante A B, formatum, æqualem Angulo A M B
* 32. El. III. in segmento opposito *. Anguli etiam alterni R B A,
* 29. El. I. M A B sunt æquales *; ergo sunt æquiangula Triangula
* 32. El. I. A B R, A M B *; & Lineæ M A, A B, B R, proportio-
* 4. El. VI. nales *; ergo MA^q ad AB^q ut M A ad B R *; ideo
* 20. El. VI. * 15. El. V. 2 MA^q ad 2 AB^q, aut AC^q, ut M A ad B R *: multiplicando consequentia per quatuor, habemus 2 MA^q ad AC^q, multiplicatum per quatuor, id est 2 AC^q, aut
* 4. El. V. AE^q, ut M A ad 4 B R *, aut E I, quod demonstrandum erat.

551. Demonstratio similis est, si Corpus per A *b* projiciatur. Unde sequitur *Corpus per duas Directiones posse projici, ut in idem Punctum cadat, si autem Distantia sit omnium maxima, ad quam Corpus, datâ velocitate, in Plano dato, potest projici, unica est Directio, per quam projiciendum est Corpus*, punctis B & *b* coincidentibus in Q, puncto medio arcûs M Q A, à quo puncto semper æqualiter distant puncta B & *b*.

Si

Si Celeritas mutetur, & Corpus secundum eandem Directionem projiciatur, Amplitudo in eodem Plano, mutatur in eâdem ratione cum altitudine A M; id est, *Amplitudines, manente eâdem Directione, sunt* ut Altitudines, à quibus Corpora cadendo, Velocitates, quibus projiciuntur, acquirere possunt; sunt ergo *ut quadrata Celeritatum* *. 552. *374.

Si A I sit *horizontalis* arcûs A Q M, est semicirculus, & in hoc casu *Amplitudo*, manente Celeritate, cum quâ projectio fit, *est omnium maxima, quando Directio projectionis cum Horizonte efficit Angulum semirectum.* 553. TAB. XIX. Fig. 5.

Sit iterum M A Altitudo, à quâ cadendo Corpus acquirit Velocitatem, cum quâ projicitur per A B; Punctum altissimum viæ percursæ determinatur, si, descripto Semicirculo, cujus diameter est A M, per Punctum B, in quo à Directione projectionis secatur, ducatur horizontalis Linea T B G, & fiat B G æqualis B T, Punctum quæsitum erit G. 554.

Hujus patebit Demonstratio, si ad sequentia attendamus; ductâ A I horizontali, Corpus, ut dictum projectum, cadet in I, positâ A I quadruplâ T B, aut A R *. 555. *548.

Dum Corpus per A B projicitur, Motus hicce coincidit cum duplici Motu, horizontali uno & æquabili, altero verticali *. Ultimo Motu Corpus adscendit, & descendit, tempusque ascensûs æquale est tempori descensûs; ideò ascensus terminatur, ubi Corpus, Motu horizontali, dimidium A I, id est T G, percurrit; Punctum ergo altissimum datur in verticali Lineâ S C, quæ per G transit. Dentur verticales I E & B R, quarum prima A B continuatam secat in E: quia T G dupla est T B, id est A S dupla A R; est etiam C S dupla B R, aut G S, id est C G æqualis G S: Sed A I dupla est A S; ergo E I *360.

dupla C S, & quadrupla C G; etiam A E dupla A C. Dum Corpus Motu projectitio percurrit A E, cadit per E I; dum percurrit A C, cadendo quartam partem E I,
374. id est C G, percurrit; transit idcircò in Motu suo per Punctum G; sed Punctum altissimum datur in Lineâ C S, est ergo ipsum Punctum G.

556. *Si detur Curva, à Corpore percursa, Velocitas quam habet Corpus in Puncto quocunque, ut F, illa est, quam Corpus potest acquirere cadendo à Lineâ horizontali, per M ductâ, ad Punctum F.* Nam Corpus, per Planum quodcunque, ex A, Velocitate quâ projicitur, adscendere potest ad horizon-
399. talem hanc Lineam, si nunc Planum detur, ad F usque cum ipsâ Corporis projecti Viâ congruens, in F autem sursum deflexum, Corpus in F illam habebit Velocitatem, quâ, juxta Planum hoc, ad horizontalem memoratam pervenire potest, id est, quam cadendo ab ipsâ horizon-
399. tali ad F usque acquirere potest.

557. TAB. XIX. Fig. 6. Sit Corpus ex A projiciendum per Punctum H in I, positis tribus hisce Punctis in eodem Plano verticali, & Puncto medio supra Lineam quæ reliqua duo jungit. Sit A L horizontalis, & per tria Puncta data ad hanc normales L E, N D, A M. Ex I per Puncta A & H ducantur Lineæ I A, I H, quarum ultima secat A M in P; fiat G D æqualis A P, & habetur A D directio jactûs. Celeritas detegitur si, sumtâ A R quartâ parte A I, & ductâ verticali R B, quæ A D secat in B, ducatur B M ita, ut angulus A B M æqualis sit angulo A R B, Velocitas quæsita illa est, quam Corpus acquirit cadendo ex M in A.

558. Corpus projectum percurrit, æquabili Velocitate, A E & A D, dum cadit per E I & D H: ut ergo demonstre-

mus



mus Corpus per Puncta H & I transire, demonstrandum AE^q se habere ad AD^q, aut EI^q ad DG^q*, ut EI ad DH*. *4 22. El. VI. *545.

In Triangulis similibus IHG, IPA, AI ad AG, ut AP, aut DG, ad DG minus GH, id est HD. Sed in Triangulis similibus AEI, ADG; AI ad AG, ut EI ad DG; ergo EI ad DG, ut DG ad HD; idcircò EI^q ad DG^q, ut EI ad HD*. Quod demonstrandum erat. Velocitatem autem ritè esse determinatam constabit ex collatione Fig. 6. cum 4; si ad Puncta B, M, attendamus, quæ in utrâque Figurâ iisdem literis designantur. In Fig. 4. demonstravimus Corpus projectum per AB, Velocitate cadendo per MA acquisitâ, transire per I, & hoc deduximus ex similitudine Triangulorum AMB, BAR*; In Fig. 6. illa eadem Triangula quoque similia sunt, quod ex constructione sequitur; ergo eadem conclusio & in hoc loco obtinet. *20.El.VI. *549. 550.

CAPUT XXIII.

De Viribus Centralibus.

Corpus in Motu, Motum in Lineâ rectâ continuat*, 559.
& ab eâ non recedit, nisi impulsu novo agitetur; *355.
post impulsum Motus est compositus, ex duobus nascitur tertius, etiam in Lineâ rectâ*. Si ergo Corpus movetur in Curvâ, omnibus momentis novo impulsu agitatur; Curva enim ad rectas Lineas revocari non potest, nisi concipiatur divisa in partes infinitè exiguas. Exemplum talis Motûs habemus in projectione Gravium*; *360. *540.

aliud

aliud habemus in omnibus Motibus circa Punctum quasi Centrum.

560. *Corpus, quod continuò Centrum aliquod versùs pellitur, si projiciatur secundum Lineam quæ per hoc Centrum non transit,*
561. *Curvam describit: & in omnibus Punctis conatur ab hac Curvâ recedere secundum directionem* curvaturæ, id est, *Tangentis ad Curvam*; ita ut, si Vis quâ ad Centrum trahitur, subitò ab actione cessaret, Corpus in rectâ Lineâ, per tangentem, Motum continuaret.

Lapis Fundæ impositus, & in gyrum agitatus, Curvam describit; quia Fundâ manum versùs, omnibus momentis, quasi retrotrahitur; si sibi relinquatur, per Curvae tangentem recedit.

DEFINITIO 1.

562. *Vis, quâ Corpus, in casu prædicto, à Centro recedere conatur*, qualis est Vis quâ Funda agitata distenditur, *vocatur Vis Centrifuga.*

DEFINITIO 2.

563. *Vis* autem, *quâ Corpus Centrum versùs trahitur, aut pellitur, vocatur Vis Centripeta.*

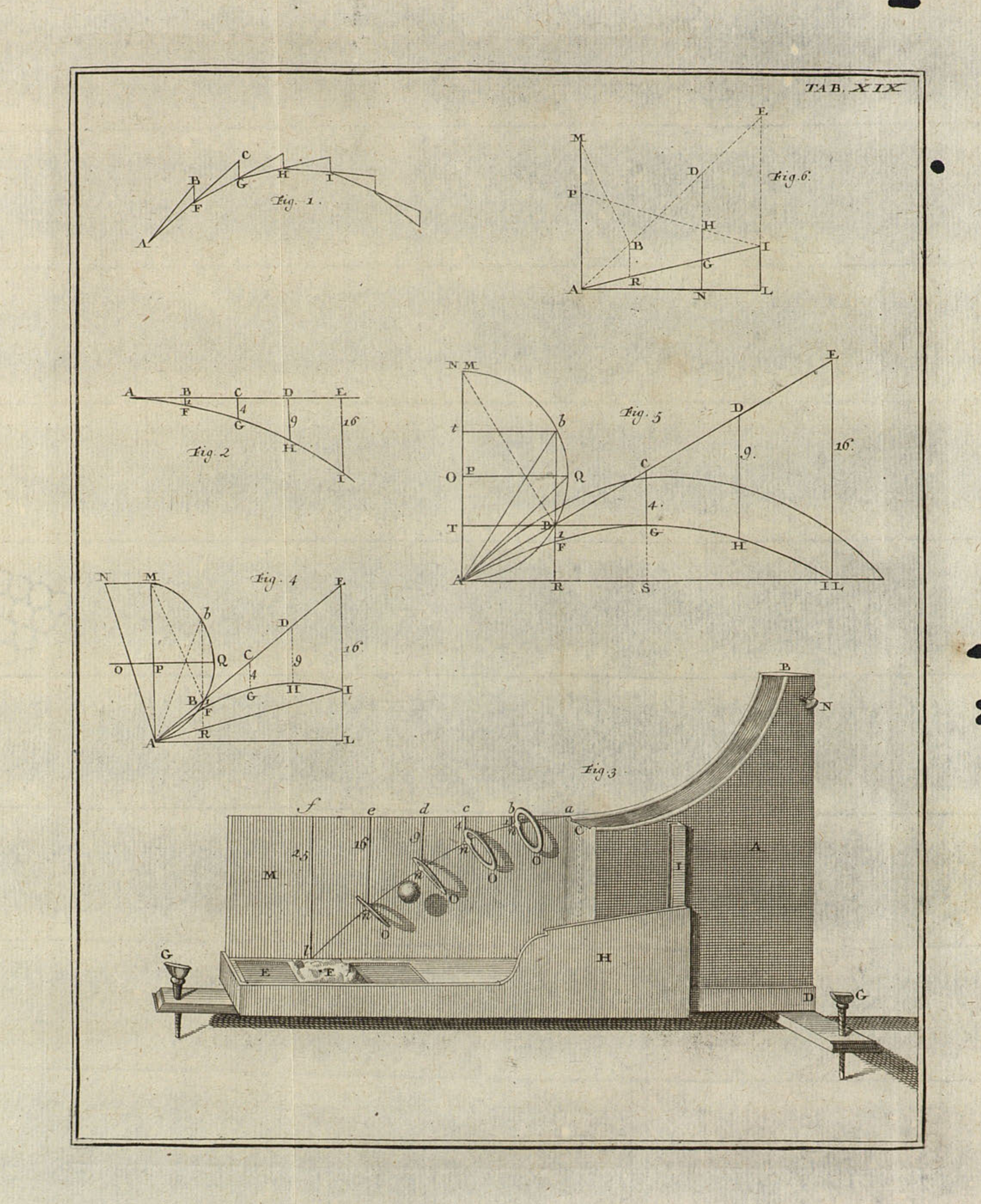
DEFINITIO 3.

564. Nomine communi Vires hæ vocantur *Vires Centrales.*

565. *In omni casu Vis Centrifuga & Vis Centripeta sunt æquales inter se*; nam agunt contrariè & sese mutuò destruunt. Vi centripetâ Corpus retinetur in Curvâ, & Centrifugâ conatur ex hac recedere. Funda agitata æqualiter utramque partem versùs distenditur *, & Lapis eâ cum Vi à manu conatur recedere, cum quâ retinetur, id est, manum versùs trahitur.

* 361. 364.

566. Virium Centralium maximus usus est in Philosophiâ Naturali; Planetæ omnes in gyros moventur, & plerique,


TAB. XIX
Fig. 1.
Fig. 6.
Fig. 2
Fig. 5
Fig. 4
Fig. 3

que, si non omnes, circa Axes rotantur.

Propositiones præcipuas, de hisce Viribus, seligam, & explicabo, hasque Experimentis confirmabo, & in Scholiis, huic Capiti adjectis, ipsas demonstrabo.

Præmittenda verò generalia quædam sunt de Machinis, quibus hæc Experimenta peraguntur.

MACHINA,

Quâ Experimenta de Viribus Centralibus demonstrantur.

Machina hæc Pede sustinetur ligneo, ex tribus partibus constanti, A B, C D, quæ tertiâ junguntur E F. 567. TAB. XX.

Pes hic imponitur quatuor Rotulis, quarum duæ in G, G, exhibentur. Hæ, præter motum circa proprium axem, cum Capsulâ suâ versantur circa axem verticalem, ut Machina facile transferatur juxta directionem quamcunque. Rotulæ tales hodiè in usu sunt vulgari. Ubi autem Experimenta sunt instituenda, firmanda Machina est, Rotulas paululum elevando auxilio Cochlearum H, H, H, H; quibus etiam in situ, in Experimentis desiderato, disponitur Machina, cujus situs indicium dat perpendiculum a b.

Huic Pedi impositæ sunt Columnæ duæ I L, M N; 568.
quæ, ligno transverso Q R, inter se junguntur.

De solâ I L nunc agam, hujusque sectionem separatim exhibeo, in qua majusculis literis notavi, quæ iisdem minoribus in generali Figurâ indicavi. TAB. XXI. Fig. 1.

Huic Columnæ jungitur Axis ferreus A B, qui insi- 569.
stit Sustentaculo C, cui applicata est Lamella chalibea e, paululum excavata, quæ recipit Axeos extremitatem, ut hic facile circumrotari possit.

Axis, in superiori parte, retinetur Brachio N O, quod Axeos collum amplectitur ita, ut circumvolutio Axeos

 non

non impediatur; quod quomodo fiat, facta collatione Fig. 1. 2. TAB. XXIII. clarum erit.

570. Cum Axe cohærent quatuor Orbes lignei D, quos Axis trajicit; foramina autem Orbium sunt quadrata, & exactè Axis hæc ipsa replet; Orbes firmantur auxilio Cochleæ m.

Orbium diametri, in fundo sulci mensurantur, sed singulis additur diameter Funis, qui ipsis circumponitur, & de quo in sequentibus; & diametri, ita determinatæ, sunt, primi quatuor pollicum, secundi quinque pollicum, duo inferiores sunt æquales, & horum diametri sex pollices æquant. Pinnulis, exiguis admodum, ferreis, armatur sulcorum fundus, ut Funem retineant.

Axis *a b* Columnæ MN (TAB. XX.), solâ magnitudine horum Orbium minorum, ab Axe aliûs Columnæ differt, & separatim exhibetur in Fig. 2. TAB. XXIII. Diametri, trium superiorum Orbium, quæ æquales sunt inter se, & diametro superioris Orbis aliûs Axis, sunt quatuor pollicum; inferioris diameter est trium pollicum. Hi octo Orbes eandem habent crassitiem.

571. TAB. XXIII. Fig. 2. In extremitate superiori C, Axeos AB, cum hoc cohæret Lamina cuprea DD, quam, ut melius firmetur, ipse Axis trajicit in C; ut autem omnis inæqualitas Laminæ DD, à ferro trajiciente oriunda, tollatur, tegitur hæc majori Laminâ cupreâ II, quæ priori jungitur Cochleis quatuor *n*, *n*, *n*, *n*, quarum capita supra Laminæ superficiem non elevantur, sed cum hac idem efficiunt planum.

TAB. XX. Lamina talis utrique Axi applicata est, & ambæ in generali Figurâ notantur literis *i i*, *i i*.

Axes ambo, *d* & *e*, Machinæ applicati, circumducto fune circumvolvuntur, ope Rotæ d; sed plura in hoc motu obser-

observanda veniunt, quæ distinctiùs exponenda sunt.

In medio, inter Columnas I L, M N, minor colloca- 572.
tur Columna O P; hæc respondet parti quadratæ S ligni transversi Q R, & cum hac parte conjungitur, duabus Bracteis, aut Lamellis ligneis e f, e f, ita, ut spatium, inter extremitatem P Columnæ & solidum S, vacuum maneat.

Superficiei superiori ligni S applicatur Caput ligneum 573.
T, cujus cauda per ipsum solidum S penetrat, ut auxilio Cunei g firmetur caput ipsum, quod separatim exhibetur in T (Tab. xxi. Fig. 2.). Ad diversas altitudines firmari hoc potest, adhibitis Annulis ligneis V, V, V, per quos cauda *a b* penetrat, & qui omnes, aut quidam ex his supra, aut infra, lignum S disponuntur, pro ut magis, aut minus, Caput elevari debet. Annulorum crassities æqualis est crassitiei Orbium, supra memoratorum *. * 570.

Cum hoc eodem Capite T cohærent quatuor Trochleæ h, i, m, n, quarum ultima in generali Figurâ non apparet; h & n sunt verticales, reliquæ duæ in situ horizontali positæ sunt.

Funis circumpositus Rotæ d, descendit Trochleam h 574.
versùs, & hac ipsâ flectitur, ut situm horizontalem acquirat, & ad i perveniat, unde deducitur ad illum ex Orbibus *d*, qui Trochleis respondet, & inde pergit ad Orbem respondentem in *e*, quem circumit, tendens ad Trochleam m, unde, super Trochleam n transiens, redit ad Rotam d, cujus circumvolutione nunc agitantur Axes ambo *a b*, *a b*.

Mutatâ Capitis altitudine*, Funis circumponitur aliis * 573.
Orbibus in *d* & *e*, qui tunc nempe respondent Trochleis

leis i & m; circa quas ulterius obſervandum, primam ſupra ſecundam elevari circiter ad altitudinem unius pollicis, ne attritus inter partes Funis detur.

575. Rota d facillimè circumvolvitur, axis enim ipſius c, chalibeus, perfectiſſimè elaboratus, & politus, in Lamellis cupreis verſatur. Rotæ hujus ſuſtentaculum eſt Columna X Y, quæ impoſita eſt Ligno Z Z; quod inter partes A B, C D, Pedis Machinæ hæret, & rotatur, ut Columna inclinari, & Rota d, à Capite T, removeri poſſit; quo Funis tenditur, quando Cochlea l o, quæ Columnam X Y trajicit, circumvolvitur, ut premat Columnam O P. Hæc omnia diſtinctè apparent ſi cum hac Fig. conferamus Fig. 3. TAB. XXI., quæ Rotæ d, & Columnarum X Y, & O P, ſectionem exhibet.

576. TAB. XXI. Fig. 3. Pro diversâ Columnæ *xy* inclinatione, diverſa eſt directio preſſionis Cochleæ l o; hac de causâ ligni fruſtum G H lateri Columnæ *op* applicatum eſt, cujus figura talis eſt, ut Cochlea ſemper hujus ſuperficiem perpendiculariter premat.

Curva eſt ſuperficies hæc G H, & hujus Curvæ Evoluta eſt Circulus; in praxi autem ſatis erit, ſi ſequenti Methodo curvaturam hanc determinemus.

Sit E Punctum, circa quod axis Columnæ *xy* rotatur; E N eſt portio hujus axis, quæ in axe Cochleæ l o terminatur. Sit E M verticalis, id eſt parallela axi Columnæ *op*, & æqualis ipſi E N. Centro E, per M, & N, deſcribatur circuli arcus M N F, æqualis inclinationi maximæ Columnæ *xy*; quæ inclinatio ad libitum determinatur. Sit F H, arcum hunc tangens in F; per M ducatur M G horizontalis, & ſit hæc continuata, donec ſecet F H in L; centro L, radio L G, deſcribitur circuli

li portio GH, quæ determinat curvaturam quæsitam. Distantia, inter G & superficiem ef, ad arbitrium sumitur, & hæc determinat ligni crassitiem in eo ipso loco.

Rota d agitatur Manubrio, in c applicato; multis tamen casibus agitatio, & præcipuè acceleratio in initio motûs, non satis hac methodo regularis est; aliâ tunc utimur, remoto Manubrio. 577. TAB. XX.

Cum Rotâ d alia cohæret major p, quæ circa eundem axem cum primâ movetur; Rotæ p jungitur Funis q, cujus extremitas una in fundo sulci, quo Rota circumdatur, hæret; alteri extremitati Funis suspensum est Pondus r sex Librarum. 578.

Descensu suo Pondus motum communicat Rotæ, quæ regulariter acceleratur; acceleratio autem major, aut minor, est pro diversis circumstantiis, sed præcipuè pendet à tensione Funis, qui Rotam d, & reliqua, movet. Ut autem omnis impediatur actio Ponderis r in Machinam, quando illius motus terminatur, datur Funis tertius tt, cujus extremitas in loco quocunque elevato, & Machinæ respondenti, fixa est, dum extremitas altera Ponderi r quoque alligata est; Funis hic retinet Pondus, ubi ad determinatam pervenit profunditatem.

Hæc est generalis Machinæ expositio, in quâ nihil diximus de iis, quæ Laminis *ii*, *ii*, imponuntur; hæc in diversis Experimentis diversa sunt, & clariùs horum, ubi de ipsis Experimentis agam, intelligi poterit explicatio.

Quando Corpus Plano impositum, cum isto Plano, æquali in tempore, circa commune Centrum revolvitur, & Circulum describit; si Vis Centripeta, quâ Corpus, omnibus momentis, Centrum versùs trahitur, aut pellitur, agere cesset, & Pla- 579.

num, eâdem Celeritate, Motum continuet; Corpus à Centro recedere incipit, respectu Plani, per Lineam quæ per Centrum transit.

* 561. Corpus quidem per tangentem conatur recedere *, sed Punctum Plani, cui respondet, eâdem velocitate cum Corpore movetur, & Motus per tangentem Circuli quiescentis, est, in primo momento, Motus per radium Circuli, eâdem velocitate cum Corpore, agitati.

EXPERIMENTUM I.

580. TAB. XX. * 567. Machina supra descripta * adhibenda est; sed in eo statu, in quo illam exposuimus; id est concipimus eam, remotis omnibus, quæ in hac Tab. Laminis *i i*, *i i*, superimposita exhibentur.

Uni ex his Laminis, illi ex. gr. quæ cohæret cum Columnâ M N, cujus Caput h removeri potest, imponitur TAB. XXII. Fig. 1. Orbis ligneus A, diametri circiter duorum pedum, & cujus crassities dimidiatum pollicem superat, firmatur autem Orbis duabus Cochleis, per foramina *m*, *m*, (TAB. XXIII. Fig. 2.) penetrantibus. Et, ut magis Tabula hæc A firma sit, ab inferiori parte excavatur, ut ipsam Laminam recipiat, ut hoc in E exhibetur, ubi pars media Tabulæ in situ inverso, & minus imminuta, repræsentatur.

Tabulæ huic imponitur Globus B, cum Fune Cohærens, cujus altera extremitas Clavo C, in Centro, alligata est.

* 577. Manubrio nunc agitetur Machina *, in initio lentiùs movetur Globus, sed continuò acceleratur, donec, eodem tempore cum ipsâ Tabulâ, revolutionem peragat, cujus respectu tunc quiescit. In hoc situ, solo Fune, Centro Tabulæ alligato, retinetur Globus; nullam ergo impressionem

in

in ipso Plano patitur, nisi quà Funis distenditur, id est, cujus directio per Centrum Orbis transit; idcircò, si sibi relinquatur Corpus, non potest in hoc Plano, in primo momento, secundum aliam directionem moveri.

Corpus projectum, & Vi, Centrum versùs tendenti, agitatum, 581.
movetur in Plano, quod transit per Lineam, juxta quam Corpus projicitur, & per Centrum Virium.

Quando Corpus circa Centrum movetur, si inter movendum 582.
magis ad hoc accedat, acceleratur illius Motus; retardatur contra, si à Centro recedat.

In primo casu Motus, ex Vi centrali oriundus, conspirat, saltem pro parte, cum Motu Corpori jam impresso; in secundo, hi Motus contrarii sunt.

EXPERIMENTUM 2.

Tollatur Tabula lignea, in præcedenti Experimento 583.
memorata, & in eodem loco applicetur Regula ferrea TAB. XXII.
AB, quæ firmatur Cochleis *c*, *c*, per foramina *m*, *m*, Fig. 2. 3.
(Tab. III. Fig. 2.) penetrantibus, ut de ipsâ Tabulâ, in præcedenti Experimento, dictum.

Regula hæc in medio latior est, & in extremitatibus ipsi impositæ sunt Columnæ minores Cupreæ E, E.

Huic Regulæ superimponitur Pyxis lignea FF, cum quâ in extremitatibus cohærent Laminæ cupreæ L, L, per quarum foramina *e*, *e*, Columnarum E, E, extremitates, quæ in Cochleam sulcatæ sunt, penetrant, ut Pyxis firmetur. Hujus fundus ferè pollicis unius crassitiem habet, & ab inferiori parte excavatur, & Regulam recipit, ut in G apparet. Cochleæ duæ D, D, per fundum Pyxidis transeuntes, in ipsam Regulam in *d*, *d*, penetrant, ut magis adhucdum firmetur Pyxis.

In hujus medio applicatum datur lignum transversum

H

H, in medio perforatum, ut recipiat Cylindrum ligneum; aut potiùs Conum truncatum I, qui ad fundum Pyxidis non pertingit, & ad minimum ad alitudinem unius Pollicis supra H prominet. Cylindrum hunc trajicit, & in hoc hæret, Tubulus vitreus, cujus diameter est circiter quartæ partis unius pollicis. Hujus, extremitatibus ad Lampadis flammam fusis, apperturæ ita fuere coarctatæ, ut in medio utriusque angustum tantùm supersit foramen, quod ipsi Centro motûs Pyxidis respondet, quando Machina agitatur.

Globus Filo alligatus, Pyxidi imponitur; Filum transmittitur per Tubum memoratum, ita ut ex superiori apertura exeat, & ad Manum pertingat, quæ extremitatem Fili retinet, dum, motu Machinæ, Pyxis circumvolvitur.

In hoc motu lateri Pyxidis Globus applicatur, & circumfertur ita, ut æquali celeritate cum Pyxide moveatur. Trahatur Filum, ut Globus magis ad Centrum accedat, statim in latus oppositum Pyxidis incurrit, quia celeriùs ipsâ Pyxide movetur. Nunc si Manus admoveatur, Globus à Centro recedit, & ad latus primum Pyxidis redit; quia tardiùs hac ipsâ fertur.

584. Sepositâ, quam hoc Experimento demonstrare suscepimus Acceleratione, & Retardatione, impactiones indicatæ, in latera Pyxidis, quoque locum habebunt; quia, quando Globus Centro admovetur, minorem describit Circulum, & ideò, si servet Velocitatem, cum respondeat puncto Pyxidis, lentiùs moto, ipsâ Pyxide celeriùs rotatur. Sed in hoc casu, cum latitudo Pyxidis sit quatuor Pollicum, si distantia Globi à Centro sit unius Pedis, debebit ferè duobus Pollicibus Centrum versùs trahi,

trahi, ut post integram revolutionem in latus oppositum Pyxidis incurrat: In Experimento autem observamus, minori tempore impactionem dari, etiam in minori Globi accessu ad Centrum.

Accelerationem in accessu Corporis ad Centrum, & retardationem ex recessu, in Scholio primo sequenti determinamus.

Corpus, quod Vi, Centrum versùs tendenti, in Curvâ retinetur, describit Areas, circa hoc Centrum, Temporibus proportionales. 585.

Detur Corpus, Curvam A B D E percurrens, in quâ Vi Centrali, ad C tendenti, retinetur; si Lineæ ducantur ad libitum ut A C, B C, D C, E C, Area trianguli mixti A C B se habebit ad Aream D C E, ut Tempus, in quo A B à Corpore percurritur, ad Tempus, in quo percurritur D E. TAB. XXII. Fig. 4.

Hujus Propositionis inversam etiam demonstramus, 586. *Corpus, quod movetur in Lineâ aliquâ Curvâ in Plano, & describit Areas, circa Punctum, Temporibus proportionales, à rectâ Lineâ detorqueri & urgeri Vi tendente ad idem Punctum.*

De Viribus Centralibus inter se conferendis nunc agendum, quod ut fiat considerandum est, Vim Centripetam esse Pressionem, quæ in Corpus agit. Cùm in singulis Punctis à Lineâ rectâ detorqueatur Corpus, in singulis momentis deflectio à Lineâ rectâ est effectus immediatus Pressionis, ita ut, quæ de Actionibus Potentiarum, in Obstacula sibi permissa agentium, demonstrata sunt, hìc applicari possint *. 587.

* 128.

Quò Major est quantitas Materiæ in Corpore, eò difficiliùs, cæteris paribus, propter majorem Inertiam, *Centrum versùs trahitur, & majorem habet Vim centrifugam* *. 588.

* 565.

589. Si Fluida, quorum volumina æqualia inæqualiter ponderant, in ſpatio determinato includantur, ita ut graviora à Centro non poſſint recedere, niſi leviora ad hoc accedant, & diſpoſita ſint, ut, pondere ſuo, graviora Centrum petant, in Motu circa Centrum leviora hoc versùs feruntur, & graviora Centrum fugiunt.

Si Solidum cum Fluido ſpatio determinato includatur, ad Centrum accedit, ſi Fluido levius fuerit; ſi gravius, ab eo recedit. Quæ omnia oriuntur ex majori Vi Centrifugâ in graviori Corpore.

EXPERIMENTUM 3.

590. TAB. XXI. Fig. 4. Remotâ Regulâ ferreâ, quâ in præcedenti Experimento uſi fuimus, in hujus loco Machinæ applicanda, & firmanda, eſt Regula lignea A B, quâcum cohærent aliæ duæ Regulæ D E, D E, obliquè poſitæ, & quæ excavatæ ſunt, ut unicuique applicetur Tubus vitreus, F, G, longitudinis circiter unius Pedis, cujus Diameter pollicem circiter valeat. Varii tales Tubi deſiderantur; hos, hermeticè clauſos, in Fig. repræſentavimus, ſed alios quoque adhibemus, ab unâ parte obturamento vitreo clauſos, quod veſicâ aut corio tegitur, ut retineatur: quatuor tales ſufficiunt, primus, ut F, continet Mercurium cum Aquâ; ſecundus Oleum Tartari per deliquium & Aquam; tertius, ut G, Aquam cum fruſto Suberis; in quarto, tandem, datur Aqua cum Globo plumbeo. Duo primi applicantur Regulis obliquis, & Machina circumrotatur, Mercurius in primo, & Oleum Tartari in ſecundo, extremitatem Tubi, maximè elevatam, ſtatim occupant.

Si adhibeamus Tubum tertium & quartum; in tertio Suber inferiori ſuperficiei Aquæ, agitatione Machinæ elevatæ,

vatæ, sese applicat, dum in quarto Globus plumbeus per aquam transit, & ipsi Vitro sese jungit.

In omnibus, si non repleti fuerint, pars inferior Tubi, in Experimento, vacua est.

Quæ hùc usque habuimus generalia sunt, sed distinctiùs Vires Centrales examinandæ sunt, & accuratè mensurandæ, ipsas conferendo inter se.

Vires hæ, non modò respectu quantitatis Materiæ differunt, sed etiam distantia à Centro mutationem affert, 591. ut & Celeritas, quâ circumvolvitur Corpus; præter hæc nihil in istis Viribus detegitur, ex quo differentia inter illas ipsas dari possit, & in comparandis hisce, illa sola consideranda sunt.

DEFINITIO 4.

Tempus Periodicum, est Tempus in quo Corpus, circa Centrum revolutum, integram Revolutionem peragit; id est, si Curvam 592. describat, quæ in se redit, Tempus lapsum inter recessum à Puncto & accessum ad idem Punctum: si Curva in se non redeat, pro Puncto Linea, per Centrum transiens, sumenda est.

Tempus Periodicum pendet à Corporis Celeritate, & 593. ideò, in comparandis Viribus Centralibus, Tempus hocce loco celeritatis considerari potest.

ADDENDA,

Machinæ in N. 567. *expositæ, ut Vires Centrales conferantur inter se.*

Illa, quæ Machinæ indicatæ addenda sunt, Laminis 594. TAB. XXIII. Fig. 2. & TAB. XXI. Fig. 1. *ii*, *ii*, (TAB. XX.) imponuntur, & hæc separatim hîc exhibemus; conveniunt autem inter se, quæ singulis Laminis applicantur.

Unam repræsentamus in II, huic superimponuntur

Columnæ cupreæ minores F, G; quarum extremitates inferiores per foramina *m*, *m*, penetrant, dum ipsæ bases Laminæ applicantur, cui Cochleis *f*, *f*, firmiter conjunguntur.

Columnæ hæ cohærent inter se Laminâ QR, quam sustinent, & quam trajiciunt Cylindri, aut Cochleæ, cum Columnis, in superiori parte, cohærentes.

Huic Laminæ alia minor L ab inferiori parte jungitur; mobilis hæc est, & ex situ removeri potest, ut distinctiùs apparet in Fig. 3. Lamina QR in medio perforata est, & huic foramini aliud respondet in Laminâ L; sed quando Filum utrumque foramen trajicit, Lamina L, manente Filo, mobilis est, propter incisionem lateralem *a* (Fig. 3.).

595. TAB. XXIII. Fig. 2. 4. Dictæ Laminæ QR jungitur Regula ferrea ST; cujus pars S*b* latior est, estque latitudo trium partium quartarum Pollicis, dum reliquæ partis *b*T, latitudo vix unicam quartam partem Pollicis superat; crassities autem Regulæ ubique est eadem, & dimidiato Pollici æqualis est.

Regulam hanc, in *c* & *e*, trajiciunt Columnarum G & F (Fig. 2.) extremitates superiores, supra QR prominentes, & Cochleis *d*, *d* firmatur Regula.

Inter foramina *c*, *e*, major apertura datur, quæ Orbiculum continet M, circa axem mobilem, & ita positum, ut Filum, quod transit per foramina Laminarum QR & L, Orbiculum ita tangat, ut flectatur *e* versùs, dum Orbiculo circumponitur.

596. Filum hoc cohæret cum Cylindro H, cui in inferiori parte jungitur Lamella, aut Cochleâ exterior, *h*, quam Cylindrus ita trajicit, ut hujus extremitas *i* infra ipsam laminam *h* penetret.

Cy-

Cylindrus Laminæ I I imponitur, Laminæ *h* ille insistit, dum prominens extremum *i* in foramen *o* penetrat.

Cylindri superior pars *l* latior est, & hujus distantia à Laminâ L non decimam Pollicis partem superat, ut parùm tantùm elevari possit Cylindrus, ne ab Orbiculo M separetur Filum, quod à superiori parte quoque retinetur, ut nunc dicam. Columnæ F extremitas P, quæ per foramen *e* transit, supra applicatam Lamellam *d*, ferè ad altitudinem semi Pollicis eminet; pars hæc incisione aperta est ita, ut Filum, quod ab M extenditur T versùs, per hanc incisionem liberè transeat, &, ne exire possit, incisionem, in superiori parte, transversim trajicit Cochlea *p*. Nodus N extensum retinet Filum, nam ipsi incisioni in P applicatur, quando Lamina *h* Laminæ I I imposita est, & ita cohibet, ne Filum ab Orbiculo M separetur; non autem exiguum, quem indicavimus, adscensum Cylindri H impedit.

Hujus Cylindri H pondus, additâ Lamellâ *h*, est exactè duarum unciarum; pondus autem hoc augeri potest, & utcunque variari, ope Ponderum, plumbeorum, Cylindricorum, unius, duarum, quatuor, octo, sedecim unciarum (Fig. 5.). Perforata hæc sunt in axe, & Cylindrus H uniuscujusque cavitatem exactè replet, quando huic immittitur. 597.

Ubi Pondus Cylindro addendum est, ex situ removetur Lamina L, tunc elevari, & ex loco tolli potest Cylindrus H, ut huic, sublatâ Laminâ *h*, Pondus quodcunque, etiam plura si hoc requiratur, addantur; jungitur tunc iterum *h*, & Cylindrus in pristino situ ponitur, instauraturque situs Laminæ L.

His ita dispositis, si Filum, sæpiùs memoratum, trahatur T versùs, Cylindrus H, cum Pondere cohærente, elevatur, sed parùm tantùm elevari potest. In Experimentis autem exactissimè determinare debemus momentum ipsius adscensûs, quod sequenti Methodo præstatur.

598. Regulæ S T, inter extremitatem S & foramen *c*, applicatur, & Cochleis firmatur, Lamina cuprea *q r*, cui duo insistunt Sustentacula cuprea, quorum primum sustinet Campanam minorem O, illis similem quæ adhibentur in Horologiis portatilibus; secundum *r g* sustinet Malleum *v*, quo Campana percutitur; Mallei cauda circa Clavum, ex tenui Filo æneo, in *g* rotatur. Pondere suo cadit Malleus, & Campanulam ferit, ne autem huic applicatus maneat elasterio chalibeo *s* cavetur.

Cum Sustentaculo *r g* Brachium cohæret *z t*; sustinet hoc Vectem minorem cupreum b d, qui circa *t* mobilis est, & qui in b retinet Caudam Mallei, qui tunc elevatus est, sed relaxatur minimâ actione in d applicatâ. Cavendum autem ne pressione, in *v* agente, & deorsùm tendente, Malleus liberari possit; tunc situm servabit, datâ Machinæ circumvolutione etiam velociori. Filum æneum, tenue, elasticum, & flexum, *x y* cum sustentaculo *r g* Cohæret, & in *y* leviter premit Vectem b d, quando hic Malleum retinet.

Filum tenue cum Filo cylindri H jungitur in Nodo N; transit illud, per foramen in extremitate d Vectis, ut & per foramen in capite Clavi, circa quem Vectis movetur in *t*, deduciturque ad Cuneolum cupreum a, cui circumvolvitur ita, ut Fili longitudo mutari possit; hæc autem, tentando, ita determinanda est, ut paululùm elevari possit

ſit Cylindrus H, antequam Malleus relaxetur; qui tamen liberari debet, ſi paulò major ſit elevatio, & quidem antequam Superficies *l* Cylindri ad Laminam L pertingat. vide TAB. XX.

Filum Cylindri H conjungitur cum Cylindro majori V, quem Regula ferrea * trajicit, juxta quam mobilis eſt inter *b* & T; hac de cauſâ Regulæ ſuperficies ſuperior, & laterales, admodum regulares & levigatæ deſiderantur, præcipuè ſuperior benè expolienda eſt. 599.

* 595.

Cylindrus hic V cupreus eſt & cavus, Baſes ipſi cochleis junguntur, ut hoc demonſtramus in Fig. 6, in quâ poſterior Baſis ſeparatim exhibetur, ſervatâ verâ magnitudine.

Apertura per quam Regula tranſit eſt f, hujus altitudo talis eſt, ut Regula liberè tranſeat, quod ad aperturæ latitudinem etiam applicari debet, ita tamen ut in medio vix Regulæ latitudinem ſuperet.

Rotula g chalibea, circa axem liberrimè volubilis, quæ, cum ſimili in Baſi oppoſitâ, attritum impedit in motu cylindri juxta Regulam, ſuperiori parti aperturæ f reſpondet. Rotula in medio tenuior eſt, ut minus Regulam tangat, quando huic applicatur.

Supra Rotulam datur in Baſi foramen n, per quod Filum Cylindri H tranſmittitur, ut ſtatim dicam. Hæc omnia eodem modo ſe habent in utrâque Baſi, quæ in hoc ſolo differunt; poſteriori Lamella tenuis Cuprea i jungitur, ſed unico Clavo m ita, ut Filum, per n penetrans, facilè inſeri poſſit inter ſuperficiem Baſis & ipſam hanc Lamellam, retineturque filum arctiori Lamellæ applicatione, auxilio Cochleæ h, quæ, per Lamellam i tranſiens, in ipſam Baſin penetrat. 600.

Cy-

Fig. 4. Cylindrus V, quàm facillimè & liberrimè, juxta regulam movetur, quia Rotulis ſuſtinetur; Baſis autem, quam poſteriorem vocavimus, reſpicit extremitatem T, cui Caput e cochleâ inſtructum jungitur, ne fortè Cylindrus cadat, aut relaxato filo, cum quo cohæret, abjiciatur motu ipſius Machinæ.

Filum hoc, illud ipſum eſt, ut antea vidimus, cui cohæret Cylindrus H, tranſmittitur autem per ambo foramina, ut n (Fig. 6.), Baſium, & Lamellâ i retinetur, ut dictum antea; quo cohibemus ne ultra certam diſtantiam à Centro revolutionis recedat Corpus.

601. Diſtantia hæc determinatur diviſionibus in Lineâ *b* p, quæ unum ex angulis inferioribus Regulæ efficit, notatis; diviſiones autem, quando cum facie anteriori Cylindri reſpondent, diſtantias indicant Puncti medii, ideſt Centri Gravitatis, Cylindri à Centro revolutionis Regulæ. In noſtrâ Machinâ diſtantia inter duas diviſiones eſt Semipollicis, & diſtantia maxima eſt quatuordecim Pollicum.

602. Pondus Cylindri V eſt trium partium quartarum Libræ; Pondus hoc ipſi communicatur duobus fruſtis Plumbi, quæ in inferiori parte, paululùm ad latera, interiori ſuperficiei Cylindri junguntur.

Pondus ipſius Cylindri augetur Annulis ut *z*, hi exactè continent Cylindrum, & ubi talis Cylindro circumponitur, tollitur Cochlea q, & ita convertitur Annulus, ut foramen r conveniat cum foramine Cochleæ, quâ tunc ipſe firmatur Annulus.

Annuli tales tres dantur, tenuior Ponderat quartam Libræ partem, Pondus ſecundi duplum eſt, tertii triplum. Ipſi Cylindro V inſcribitur hicce numerus 3; primo An-

nulo

nulo inſcribitur 4; ſecundo 5; tertio 6; hi numeri Pondus exprimunt Cylindri, ſive ſolus, ſive cum conjuncto Annulo, adhibeatur.

Ut æquilibrium detur inter partes Machinæ, quando 603.
hæc agitatur; conjungitur, cum Regulæ extremitate S, auxilio Cochleæ cum Regulâ cohærente, Cauda cuprea X, quæ ipſa Cochleam efficit; hujus tale eſt Pondus, ut additâ Cochleâ exteriori Y, Regula in æquilibrio ſit circa Centrum Motûs. Quando Cylindrus V Regulæ applicatur, Orbes plumbei, (ut z, z, z, TAB. XX.) cum X junguntur, ut inſtauretur æquilibrium circa idem Centrum; tales in noſtrâ Machinâ hi ſunt, ut octo requirantur, quando Cylindrus ad maximam à Centro diſtantiam ponitur, & ipſi graviſſimus Annulus circumponitur, ita ut ipſius Actio ſit omnium maxima *. * 189.

Monendum tamen, ex defectu hujus æquilibrii ſenſibilem in multis Experimentis effectum non ſequi; cum tamen, ſi omninò deficiat in violentiori Machinæ motu, inde ſequatur Columnarum IL, MN (TAB. XX.), motus tremulus, non omninò negligendum illud eſſe conſtat; ſed ſatis eſt, in ſingulis caſibus, imperfectiori quadam computatione numerum determinare Orbium plumbeorum, cum Regulâ ferreâ conjungendorum; hanc autem
adhibeo. Multiplico pondus Cylindri per hujus dimidia- 604.
tam diſtantiam à Centro, & primus character producti exprimit numerum quæſitum, qui unitate augetur ſi ſequens character ſuperet quinque. Ex. gr. ſit pondus Cylindri 5. diſtantia 14, cujus dimidium 7, productum erit 35; tres Orbes adhibendi ſunt. Si Pondus eſſet 4, diſtantia 18, Productum eſſet 36, & numerus Orbium eſſet quatuor.

605. *Quando Tempora Periodica sunt æqualia, & Distantiæ æquales à Centro, Vires Centrales sunt ut quantitates Materiæ in Corporibus quæ revolvuntur* *. Temporibus enim æqualibus, eodem modo, Viribus Centralibus moventur Corpora.

* 587. 132.

EXPERIMENTUM 4.

606. TAB. XX. Laminis ambabus *ii*, *ii*, illa jungimus, quæ in N°. 594. & seq. exposuimus. Unicuique Regulæ *st*, applicetur quoque Cylindrus suus *v*, transmisso Filo, quod cohæret cum Cylindro *h*: hoc ita præstatur; Acus desideratur, cujus longitudo Cylindri *v* longitudinem superat, & per illus foramen Filum, tenue, duplicatum, transmittitur; Acus Cylindro inseritur per foramen in Basi anteriori ita, ut cuspis per foramen Basis posterioris exeat, tunc Fili, quod per Cylindrum transmittere desideramus, extremitatem inserimus Annulo, quem ab una parte efficit Filum quod Acu inhæret, & trahendo Acus cuspidem, Fila insequuntur, removeturque Acus cum suo Filo.

Uni ex Cylindris Annulus * circumponitur, ex gr. qui notatur 4; tunc Cylindrorum Pondera erunt ut 3. & 4.: in eâdem ratione desiderantur Pondera cum his cohærentia; quare uni Cylindro *h* quatuor Unciæ adduntur, alteri sex *.

* 602.

* 597.

Cylindri *v*, *v*, ad æquales Distantias à Centro disponendi sunt; sit hæc Distantia, quæ ad libitum determinatur 24: Regulæ *rt* jungitur Obstaculum ligneum A (TAB. XXII. Fig. 5.), huic ipsi inserendo Regulam; disponitur Obstaculum ita, ut superficies *b*, quæ in Figurâ superior est, à Centro Motûs aversa sit, & exactè congruat cum ipsâ divisione 24 *; firmatur Obstaculum Cochleâ cupreâ *c*, Lamellâ cupreâ, elasticâ, & paulu-

* 601.

lum

lum incurvatâ, *d*, impediente ne Cochlea Regulam ferream lædat.

Superficies anterior Cylindri *v* applicatur ipsi Obstaculo, tunc illius Centri Gravitatis distantia est 24*: *601.
tenditur Filum, quod per Cylindrum penetrat, quantùm potest, si modò non elevetur Pondus *b*, & firmatur *, tolliturque Obstaculum. Cùm Pondus *b* determi- * 600.
net tensionem hanc, ideo in antecessum Pondus hoc applicandum esse diximus.

Nunc Corpora, ad æquales distantias, à Centris Motûs posita, & quorum quantitates Materiæ sunt ut 3. ad 4., quantumvis parum à Centro recedere non possunt, nisi Pondera eleventur, quæ sunt in eâdem ratione trium ad quatuor.

Corpora etiam hæc æqualibus Temporibus Revolutiones peragent, si Caput T, quantùm potest elevetur, positis tribus Annulis supra solidum S *; tunc enim Or- * 574.-576.
bes, superiores in *d*, & *e*, qui æquales sunt, cum Trochleis i & m respondent.

Machinæ motus communicatur Pondere r *, Corpus *578.
tunc unumquodque *v*, & *v*, circa Centrum movetur, & Vi Centrifugâ Filum tendit, retineturque Pondere *b*; sed, descensu Ponderis r, Motus acceleratur ita, ut Cylindri *v*, & *v*, Pondera connexa elevent, & quidem exactissimè eodem momento, ut patet, elevatis Campanularum Malleis *; nam hi eodem momento relaxantur ita, ut uni- * 598.
cus tantùm ictus percipiatur; quod benè determinatam esse Virium rationem demonstrat.

Conversione Cochleæ l o cavendum, ne nimium subitanea sit acceleratio; nisi enim tensus sit Funis, qui motum Axibus *a b*, *a b*, communicat, accelerationes ho-

 rum

rum non conveniunt; ita tamen temperanda est tensio Funis, ut Mallei relaxentur, id est, Pondera *h*, *h*, eleventur, antequam Pondus r ad maximam, ad quam pertingere potest, pervenerit profunditatem.

607. *Quando quantitates Materiæ in Corporibus circumrotatis sunt æquales, & Tempora Periodica æqualia, Vires Centrales sunt ut Distantiæ à Centro* *.

* 587. 133.

EXPERIMENTUM 5.

608. TAB. XX. * 606. Experimentum hoc à præcedenti * paucis tantùm differt circumstantiis. Cylindri ambo *v*, *v*, aut sine Annulis, aut cum Annulis æqualibus, adhibentur. Ponuntur hi ad distantias inæquales, ex. gr. unus divisioni decimæ sextæ, alter vigesimæ quartæ, admovetur. Pondera nunc elevari debent, quæ sint in eâdem ratione 16. ad 24.; primo ergo Cylindro *h* duæ junguntur Unciæ, alteri quatuor *, & Pondera sunt ut quatuor ad sex, id est, ut 16. ad 24.; reliqua manent, & Experimentum eodem modo, ut præcedens, tentatur, & procedit. Habemus autem Corpora æqualia, æqualibus Temporibus revoluta, quorum Vires, quæ æquales sunt Ponderibus elevatis, sunt inter se ut distantiæ à Centro.

* 597.

609. *Quando Tempora Periodica sunt æqualia, sed Distantiæ à Centro, & quantitates Materiæ in Corporibus revolutis, differunt, Vires Centrales sunt in ratione compositâ, quantitatum Materiæ, & Distantiarum*; quod ex duabus ultimis Propositionibus sequitur. Ut hanc rationem compositam determinemus, quantitas Materiæ in unoquoque Corpore per suam Distantiam à Centro multiplicanda est, & producta quæsitam inter se rationem habent *.

* 23. El. VI.

EXPERIMENTUM 6.

610. TAB. XX. * 608. Manentibus quæ in Experimento quinto * explicata sunt,

ſunt, illi Cylindro *v*, cujus diſtantia à Centro eſt 24. addatur Annulus quo ipſius pondus fiat quinque; Tempora Periodica æqualia manent, & Vires Centrales erunt, juxta hanc propoſitionem ut 3 × 16, ad 5 × 24, id eſt, ut 2. ad 5.; relictis ergo quatuor Unciis, quæ elevari debent à Cylindro *v*, cujus Pondus eſt tria; ſex Unciis, quæ cum alio Corpore cohærent, quatuor addantur, ut decem ſint Unciæ; & motu Machinæ eodem momento ambo Pondera elevata erunt, ut Campanæ iterum docebunt.

Differentiæ Virium Centralium, ex differentiis Diſtantiarum à Centro, & quantitatum Materiæ, oriundæ, ſeſe mutuò poſſunt compenſare; & *poſitis quantitatibus Mate-* 611.
riæ, in Corporibus circumactis, in ratione inversâ diſtantiarum à Centro, Vires Centrales erunt æquales; quantùm Vis una alterâ major eſt reſpectu quantitatis Materiæ, tantùm hæc illam ſuperat propter majorem Diſtantiam.

Experimentum 7.

Manentibus Corporibus circumactis, quibus in ſexto 612.
Experimento * uſi ſumus, quæ ſunt ut tria ad quinque; TAB. XX. * 610.
ponatur hoc ad diſtantiam quindecim, illud ad diſtantiam viginti quinque: Tempora Periodica manent æqualia, & Pondera in *h*, & *h*, non eodem momento adſcendent, niſi æqualia ſint.

Caſus hujus Propoſitionis exſtat, *quando duo Corpora,* 613.
Filo juncta, circa commune Centrum Gravitatis revolvuntur. Diſtantiæ enim ab hoc Centro ſunt in ratione inversâ ponderum Corporum *; & ergo Vires Centrales æqua- * 202. 192.
les *. Vi, quâ Corpus unum à Centro conatur recedere, al- * 611.
terum ad Centrum trahitur; & propter Virium æqualitatem *ſeſe mutuò retinent, & Motum continuant*; ſi circa aliud

Punctum revolvantur, motum continuare nequeunt, & Corpus, cujus Vis Centrifuga præpollet, à Centro recedit, Corpusque aliud secum fert.

EXPERIMENTUM 8.

614. TAB. XX. Tollenda omnia sunt, quæ Laminis *ii*, *ii*, sunt imposita; quod, pro unâquaque Laminâ, simul & semel fit, relaxatis tantùm Cochleis *f*, *f*, (TAB. XXIII. Fig. 2.). Machina postea in eo statu disponenda est, quem indi-
* 583. cavimus in Experimento secundo *, ante impositam Pyxidem ligneam.

TAB. XXII. Fig. 2. 6. Machinæ applicatam tunc habemus Regulam ferream A B; huic superimponitur, & Columnis E, E, sustinetur Regula alia ferrea H I, quæ Cochleis firmatur, ut
* 583. de Pyxide ligneâ dictum *.

Regula hæc ubique est ejusdem crassitiei, & latitudinis, superficiesque regulares, & politæ, sunt. Trajicit hæc duos Cylindros cupreos F, G, qui, quamvis Rotulis non insistant, satis facilè juxta Regulam moventur, praecipuè si hæc leviter oleo illinita sit; quod ipsum motui obstaret, si, ut in aliis Cylindris, quibus in præcedentibus Ex-
* 606. 608. 610. 612. perimentis usi sumus *, Rotulæ darentur. Filum per am-
* 606. bos Cylindros transmittitur *, & firmatur ita, ut Nodus N, qui in Filo datur, exactissimè communi Centro Gravitatis Corporum F, G, respondeat. Filum distenditur, & Nodus ponitur, ut Centro Motûs, in Regula H I no-
* 577. tato, respondeat: agitatur Manubrio Machina *, & Corpora locum servant, quem in Regulâ H I occupant.

Si Nodus N alii puncto respondeat, Corpora ambo, Motu sæpè violentiori, juxta Regulam moventur.

615. Ne autem, in hoc ultimo casu, Machina lædatur, utimur Obstaculis ligneis ut L (Fig. 7.): unum col-

loca-

locamus inter H & F, alterum inter I & G. Obſtacula hæc ponenda ſunt antequam Regula H I ſuo loco firmetur. Ubi autem Regulæ A B impoſitum eſt Obſtaculum, in loco quocunque hoc figimus Cuneo M, per foramen *o*, infra Regulam A B tranſeunti. Obſtaculum in ſuperiori parte, ubi datur Corporis impactio in hoc ipſum, craſſiori corio tegitur; anteriores quoque ſuperficies, (quæ nempe ſeſe mutuò reſpiciunt) Cylindrorum F, & G, eodem modo corio teguntur.

Quando quantitates Materiæ in Corporibus circumrotatis, 616.
& diſtantiæ à Centro, *ſunt æquales*, *Vires Centrales ſunt in ratione inversâ quadratorum Temporum Periodicorum*, id eſt, directè ut quadrata revolutionum, eodem Tempore peractarum.

Experimentum 9.

Machina in eo ſtatu inſtauranda eſt, in quo fuit in Ex- 617.
perimentis * in quibus Vires Centrales fuêre collatæ in- TAB. XX. * 606. 608.
ter ſe, ſed Tempora Periodica variari debent. 610. 612.

Quando Funis circumit Orbiculos in *d*, & *e*, ſuperiores, Tempora hæc ſunt æqualia, ut vidimus *. * 570. 606.

Si dimiſſo capite T *, ſequentes Orbiculi adhibean- * 574.
tur, ſunt Tempora revolutionum, ut quatuor ad quinque; ſi iterum ſequentes, erunt ut duo ad tria, tandem ſi inferiores ut unum ad duo *. * 57[illegible]

Ponimus caput T eſſe poſitum ut in Figurâ exhibetur, id eſt, Tempora periodica eſſe inter ſe, ut duo ad tria; ad partem *e* Tempus minus eſt.

Ad eandem hanc partem cum Cylindro *h* conjungimus ſeptem Uncias, ut Pondus ſit novem Unciarum; ad aliam partem duas tantùm debemus cum *h* conjungere Uncias, ut integrum Pondus ſit quatuor Unciarum.

Si

Si nunc Corpora æqualia, ad distantias æquales, ita revoluta fuerint, ut in quarto * & aliis quibusdam Experimentis, unicus Campanarum audietur ictus; unde constabit Vires esse, ut novem ad quatuor, id est, inversè ut quadrata Temporum Periodicorum, quæ sunt ut duo ad tria.

*606.

618. *Quomodocunque inter se Vires Centrales differant*, ex jam dictis inter se possunt conferri; nam *sunt in ratione compositâ, ex ratione quantitatum Materiæ in Corporibus revolutis, & ratione Distantiarum à Centro, ut & ratione inversâ quadratorum Temporum Periodicorum.* Multiplicando quantitatem Materiæ in unoquoque Corpore per Distantiam à Centro, & dividendo productum per quadratum Temporis Periodici, quotientes divisionum erunt in dictâ ratione compositâ, id est, ut Vires Centrales.

EXPERIMENTUM 10.

619. Sint Corpora revoluta ut tria ad quinque, applicata primum divisioni decimæ octavæ, secundum vigesimæ septimæ; sint præterea Tempora Periodica ut quatuor ad quinque *; Pondera quinque & octo Unciarum eodem momento elevata erunt.

*617.

Multiplico 3, per 18, productum 54. divido per 16, & habeo $3\frac{3}{8}$: Multiplico etiam 5. per 27, & productum 135. divido per 25, quotiens est $5\frac{2}{5}$. Vires ergo sunt ut $3\frac{3}{8}$. ad $5\frac{2}{5}$, id est, ut 5. ad 8, ut in Experimento.

620. *Quando quantitates Materiæ sunt æquales, Distantiæ ipsæ per quadrata Temporum Periodicorum dividuntur, ut determinetur ratio, quæ inter Vires Centrales obtinet.*

In

In hoc casu, *si quadrata Temporum Periodicorum fuerint inter se ut cubi Distantiarum*, quotientes divisionum *erunt in ratione inversâ quadratorum Distantiarum*; & in hac ratione etiam *Vires Centrales*. 621.

Experimentum II.

Sint Corpora revoluta æqualia; Distantiæ à Centro $14\frac{1}{2}$. & 19; Tempora Periodica ut 2. ad 3. 622. Tab. XX.

Cubi Distantiarum sunt $3048\frac{5}{8}$. & 6859; quadrata Temporum Periodicorum sunt 4. & 9, quæ sunt ut $3048\frac{4}{9}$. ad 6859, proximè ut cubi Distantiarum; exiguam tantùm, & insensibilem, negligimus differentiam.

Quadrata Distantiarum sunt $210\frac{1}{4}$. & 361. id est, proximè ut 7. ad 12; inversè ut 12. ad 7; Pondera quoque duodecim & septem Unciarum, eodem momento, adscendunt. Hìc etiam negligimus exiguam fractionem.

Mathematicè Vires determinando *, sunt ut 261. ad 152; Quadrata Distantiarum sunt inversè ut 261. ad $152\frac{13}{1444}$. Exigua hæc differentia procedit ex exiguâ differentiâ, quam vidimus dari inter rationes cuborum Distantiarum, & quadratorum Temporum Periodicorum. * 618.

Si Corpora sint inæqualia, sed in hæc agant Vires Centrales, ejusdem naturæ cum Gravitate, non interest quæcunque sint Massæ Corporum, aut quomodocunque moveantur, deflectuntur Centrum versùs, in momentis æqualibus, per spatia, quæ sunt ut ipsæ Vires *, *& Propositio ultima etiam in Corporibus inæqualibus obtinet.* 623. * 133. 155. 587.

Varias potest Corpus, Vi Centrali Curvas describere. 624.

Ellipsin vocant Geometræ Lineam ovalem, cujus hæc est descriptio. Sit A *a* Recta; C Punctum hujus medium; F, *f*, Puncta à C æqualiter distantia; F G *f* Filum, cu- 625. Tab. XXIV. Fig. 1.

jus extremitates in F & *f* fixæ sunt, quod æquale est Lineæ A *a*. Tenso Filo Clavo G, hujus Motu, in Plano, in quo datur A *a*, Ellipsis describitur. Puncta F, *f*, vocantur Foci; C Centrum; A *a* Axis major; minor Axis per Centrum transit, cum majori angulos efficiens rectos, & ab utrâque parte Curvâ terminatur, ut B *b*.

626. *Ponamus*, ut in ultimâ Propositione, *Vim, quæ in Corpora mota agit ut in quiescentia, quæ ad Distantias æquales à Centro æqualis sit, ad inæquales decrescat in ratione inversâ Quadratorum Distantiarum ab hoc Puncto, describet Corpus Ellipsin, cujus Focorum alter cum Centro Virium coincidit*, ita, ut in unaquâque revolutione semel ad hoc accedat Corpus, & iterum ab hoc recedat. In recessu minuitur Corporis
* 582. celeritas *, & quidem ita, ut Vis Centralis, quamvis ipsa minuatur, viam Corporis satis flectat, ut hoc ad Centrum magis accedat: accessu autem Corporis augetur velocitas, inflexio Viæ minuitur & à Centro iterum recedit.

Circulus ad hoc genus Curvarum pertinet, coincidentibus Focis cum Centro. Et *posito Corpore quod*, ut diximus, *Ellipsin describit, aliud, eâdem Vi, circa idem Centrum, in Circulo* retinebitur, si hoc justâ Velocitate perpendiculariter ad Lineam, quæ per Centrum transit, projiciatur.
627. *Si* Circuli *diameter æqualis sit Axi majori Ellipseos, eâ agitandum* Corpus *velocitate, quâ gaudet Corpus in Ellipsi, eo momento, quo per extremitatem, unam aut alteram, Axeos minoris transit*; *&*, *æqualibus Temporibus, Corpora hæc ambo Revolutiones peragent.*

628. Corpus potest tali celeritate projici, ut, in recessu à Centro, Vis, quæ auctâ distantiâ minuitur, viam non satis flectere possit, ut Corpus redeat; percurrit in

hoc

hoc casu Corpus Curvam aliam ex Sectionibus Conicis, Parabolam, aut Hyperbolam.

Si Vis Centralis juxta aliam proportionem quamcunque in recessu à Centro decrescat, non poterit Corpus Lineam, in se redeuntem, & à Circulo parum aberrantem, describere. 629.

Sed *si Vis decrescat juxta proportionem parum ab hac aberrantem, aut Curva à Circulo non multum differat, poterit Curva, à Corpore descripta, referri ad Ellipsin mobilem*; cujus nempe Axis in Plano, in quo Corpus revolvitur, movetur motu angulari, manente Foco in Centro Virium. 630.

Motus autem *Axeos in eandem partem dirigitur cum motu Corporis, si Vis celeriùs decrescat, auctâ Distantiâ, quam pro ratione inversâ Quadrati Distantiæ: Si* verò *Vis tardiùs*, id est minus, *decrescat in recessu à Centro, motus Ellipseos in contrariam partem dirigitur.* 631. 632.

Corpus etiam Ellipsin describit, si Vis Centralis, in recessu à Centro, crescat, & sit ubique in ratione Distantiæ à Centro, quod in hoc casu cum Centro Ellipseos coincidit. 633.

EXPERIMENTUM 12.

Longiori Filo suspendatur Globus plumbeus; si à Puncto in quo quiescit retrahatur, Gravitate suâ semper hoc versùs fertur; & ab omni parte, si distantia fuerit æqualis, æquali cum Vi. In motu suo à Puncto memorato Globus Circulum describit, partem quamcunque versùs retrahatur: si portiones Circuli non fuerint admodùm magnæ, cum Cycloïde coïncidunt *, & Vis cum quâ Globus, in quocumque Puncto versetur, Punctum infimum versùs tendit, est ut illius distantia ab hocce Puncto *; Vis ergo illa crescit in ratione Distantiæ. 634. *416. *414.

Retrahatur Globus à Puncto infimo, & obliquè projiciatur, Figuram ovalem circa hocce Punctum describet,

bet, quæ, quando Globus per ſpatium magnum non excurrit, ab Ellipſi ferè nihil differt, propter Virium proportionem, & quia in hoc caſu ad ſenſum in eodem Plano movetur Globus.

Centrum Ellipſis eſt Punctum in quo Globus, quando non projicitur, quieſcit; in unaquâque Revolutione bis ad illud Globus accedit, & bis ab illo recedit. Si ſupra Menſam Globus ſuſpendatur ita, ut ferè Menſam, quando quieſcit, tangat, & Punctum, cui tunc reſpondet, in Menſâ notetur, Experimentum multò fit magis ſenſibile; inſequendo Globum hujus Via cum cretâ in Menſâ notari poteſt.

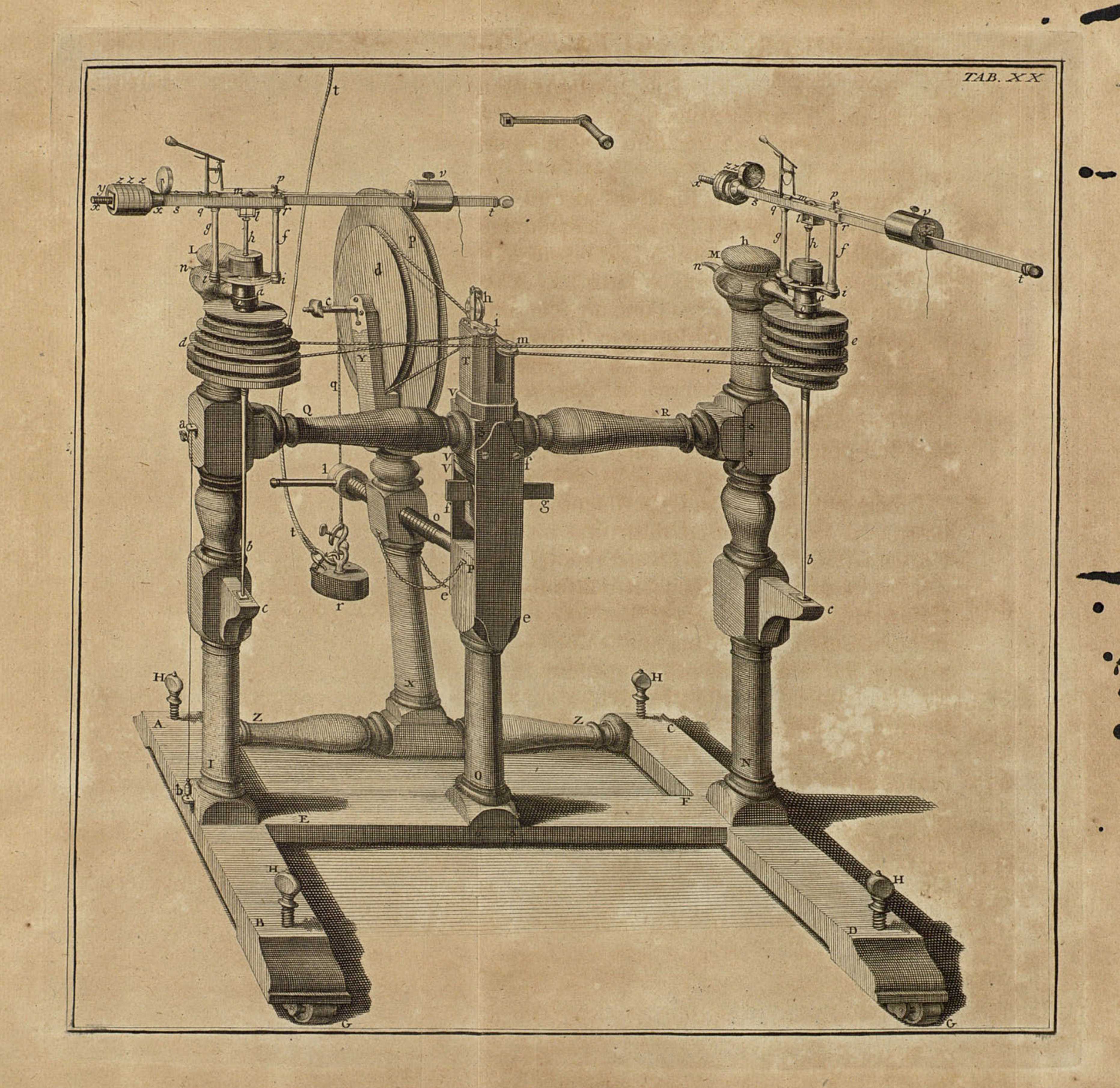
635. *Si Vis juxta aliam rationem creſcat, Curva in ſe non redit*; Sed poteſt ſæpè ad Ellipſin in Plano mobilem referri.

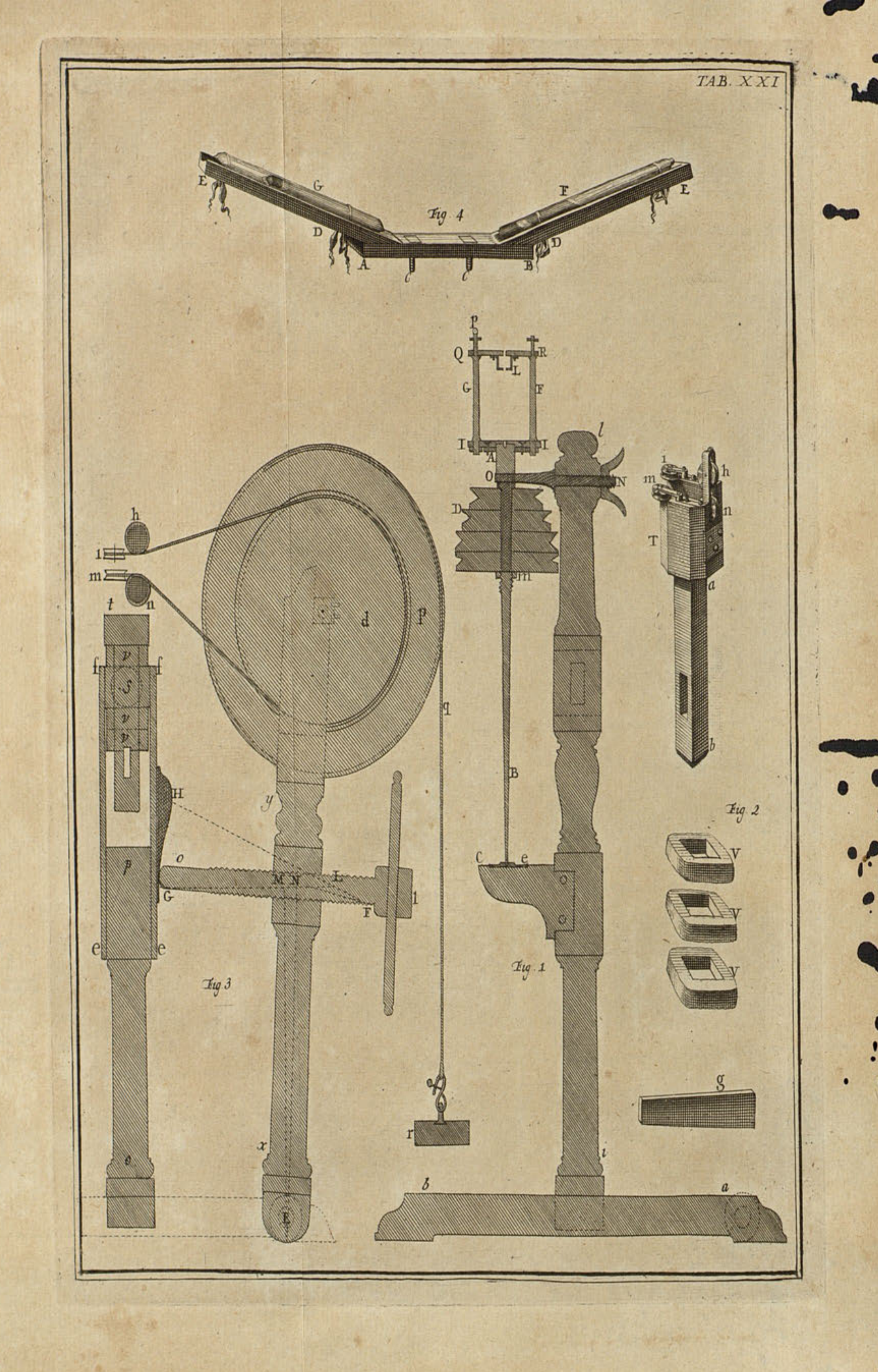
EXPERIMENTUM 13.

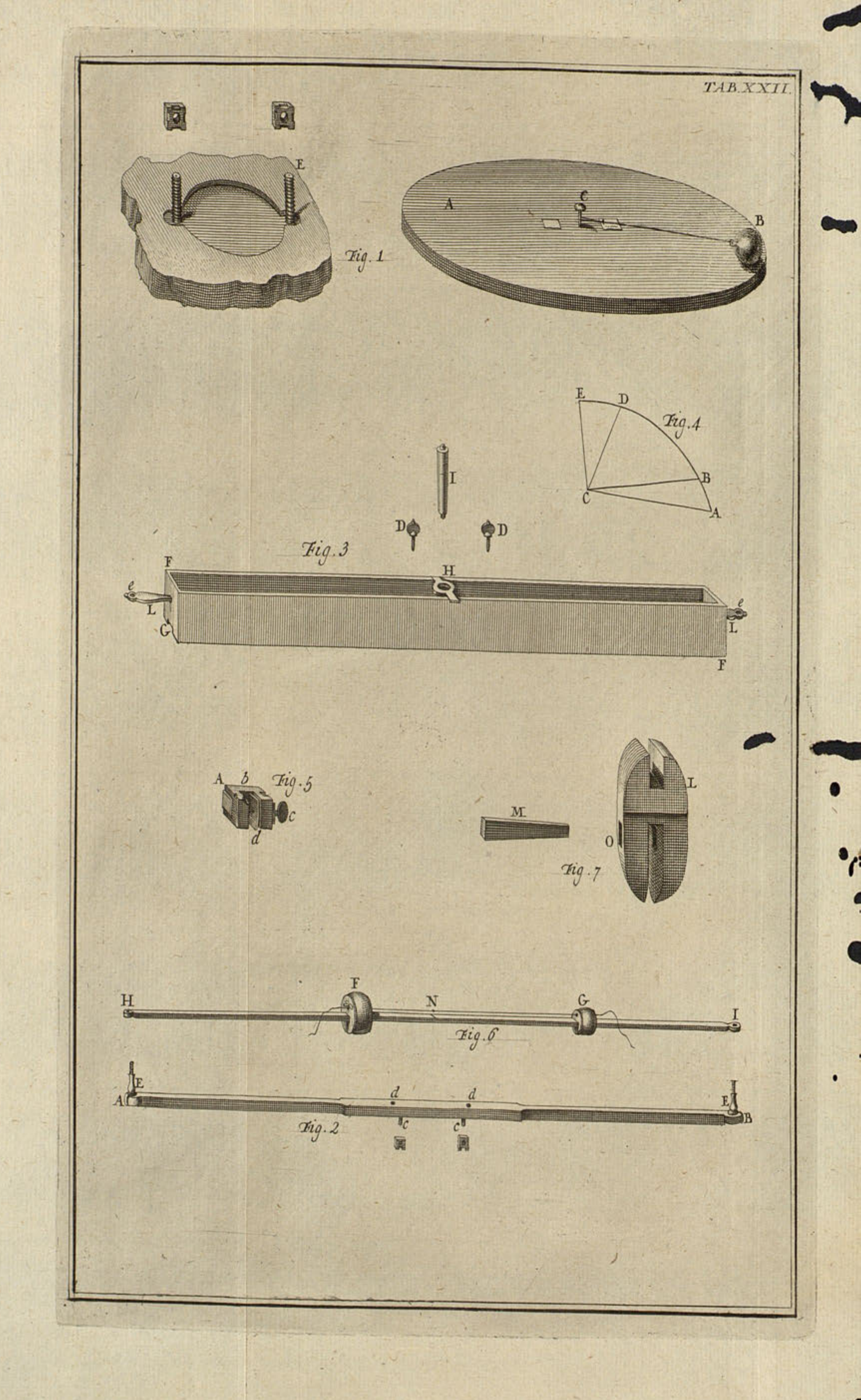
636. Iiſdem poſitis, quæ in Experimento præcedenti, projiciatur ita Globus, ut ad diſtantiam majorem excurrat; Curvam deſcribet quæ ad Ovalem mobilem referri poterit; bis in unaquâque Revolutione quidem accedet ad Centrum, & bis ab eo recedet: ſed ſitus Punctorum, in quibus minimè, aut maximè, diſtat, in ſingulis Revolutionibus mutabitur, & ſemper eandem partem verſùs hæc Puncta ferentur, horumque motus cum Globi motu conſpirabit.

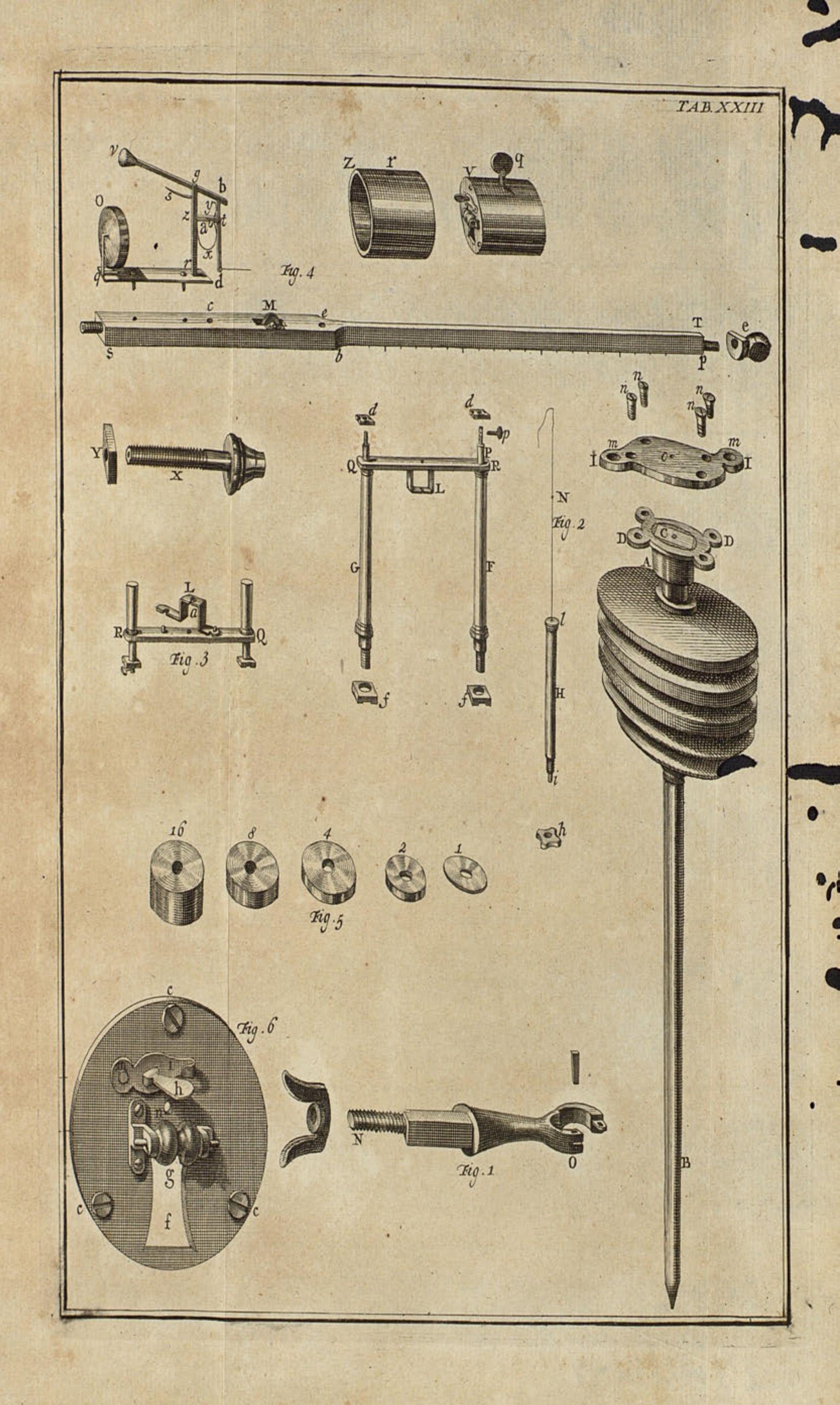
637. Ex hac ultimâ Propoſitione, ſi ad N°. 629. attendamus, ſequitur, *nullâ Vi Centrali, ad æquales Diſtantias æqualiter agenti, Curvam poſſe deſcribi in ſe redeuntem, à Circulo parum aberrantem, & excentricam*, id eſt, cujus Centrum cum Centro Virium non coïncidit, *præter Ellipſin, in cujus Focorum altero Centrum Virium datur*; *Vimque Centralem, in hoc caſu, ſequi rationem inverſam Quadrati Diſtantiæ.*

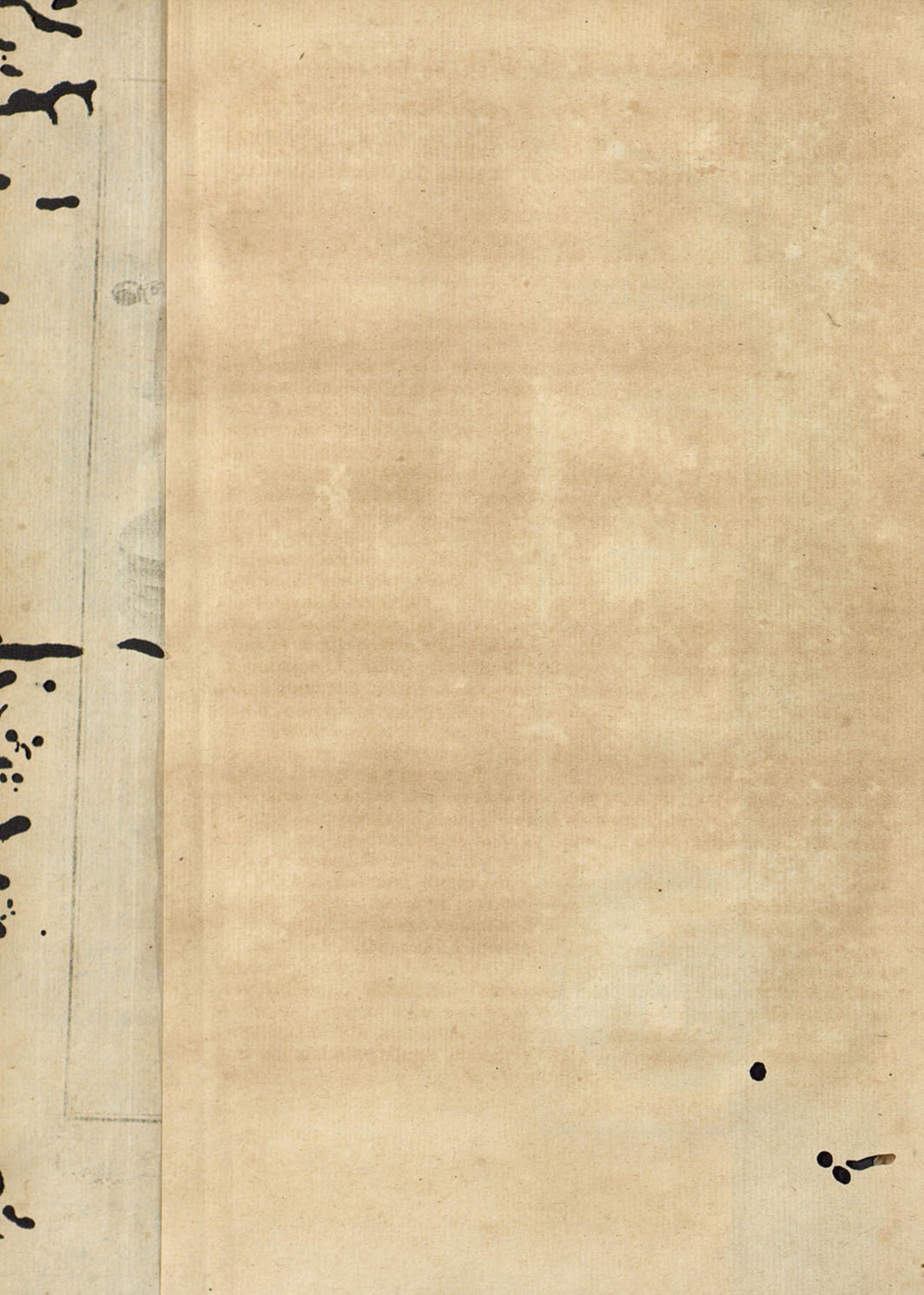
Cir-


TAB. XX


Fig. 4
Fig. 1
Fig. 2
Fig 3


TAB.XXII.
E
Fig. 1
A
C
B
E
D
Fig. 4
B
C
A
I
D
D
Fig. 3
F
H
e
L
G
e
L
F
A
b
Fig. 5
c
d
M
L
O
Fig. 7
H
F
N
G
I
Fig. 6
E
A
d
d
E
B
Fig. 2
c
c


Fig. 4
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 1



Circulum autem, *cujus Centrum cum Centro Virium coincidit, posse describi Vi, juxta rationem quamcunque, crescente, aut decrescente*, si modo ad Distantias æquales æqualiter agat, facilè patet. 638.

SCHOLIUM I.

Generalia de Viribus Centralibus.

Concipiamus dari Vim, quâ Corpus, ubicunque hoc detur, pellatur Centrum C versùs; non interest quomodocunque in Punctis diversis varietur Vis hæc: concipiamus Vim hanc ipsam non esse continuam, sed illam Ictibus in Corpus agere, & momenta Temporis inter Ictus esse æqualia. Ponamus etiam Corpus, projectum per AB, hanc percurrere Lineam in momento tali; motum per BL, æqualem AB, in momento sequenti continuaret, nisi in B, Ictu in Corpus, pelleretur hoc ad C; ponamus celeritatem, ex hoc Ictu oriundam in Corpore jam agitato, talem esse, ut hac Corpus possit, in intervallo Temporis inter duos Ictus, percurrere Lineam LD; si LD sit parallela BC, Corpus duobus motibus agitatum pecurrit BD*, daturque in D, in momento in quo Ictu sequenti iterum ad Centrum pellitur. Si Ictus hic non daretur, in momento sequenti percurreret DE, positis DE & BD æqualibus; sed eodem Tempore Centrum versùs fertur, id est per DC pellitur; si juxta hanc directionem percurrat Lineam æqualem Lineæ EF, in Tempore in quo percurreret DE, motu composito Corpus movetur per DF, positis EF & DC parallelis. Eodem modo demonstramus, in momento sequenti Corpus percurrere FH, si GH sit æqualis spatio, in hoc momento, ex Ictu C versùs, percurrendo, positisque FG & DF æqualibus, ut & GH & FC parallelis. 639. TAB. XXIV. Fig. 2. * 360.

Triangula ABC, BLC, habent Bases æquales AB, BL in eâdem Lineâ, & verticem communem C; sunt ergo æqualia*. Triangula BLC, BDC Basin habent communem BC, & constituuntur inter parallelas BC, LD, sunt ergo æqualia*. Idcirco etiam æqualia sunt Triangula ABC, BDC. Eodem modo demonstramus æqualia Triangula BDC, DFC, & in genere æqualia esse inter se Triangula quæcunque, ut ABC, BDC, DFC, FHC, quorum Bases, momentis æqualibus, a Corpore projecto percurruntur. Hæ in accessu ad Centrum majores fiunt, & Corpus velociùs movetur, ut in N°. 582. diximus. * 38. El. I. * 37. El. I.

Etiam patet, *Corpus projectum & Vi, Centrum versùs tendenti, agitatum, moveri in Plano, quod transit per Lineam juxta quam Corpus projicitur & per Centrum Virium*, ut monuimus in N°. 581. 640.

Concipiamus nunc momenta inter duos Ictus minui, ut & ipsos Ictus, manentibus nihilominus illis æqualibus inter se, positis hisce utcunque inæqualibus, Demonstratio eadem locum habebit. Si diminutio sit in infinitum, mutantur Ictus in Pressionem continuam, & Corpus in singulis punctis à viâ rectâ 641.

TAB. XXII. Fig. 4. deflectitur; subjicitur tamen legi in Demonstratione præcedenti determinatæ. Si ergo Corpus moveatur in Curvâ ABDE, & Tempus concipiatur divisum in momenta infinitè exigua, & æqualia inter se, Area Trianguli mixti ACB continebit tot Triangula exigua, æqualia inter se, quot dantur momenta in Tempore, in quo percurritur AB; & Area Trianguli mixti DCE eodem modo continebit tot Triangula, æqualia inter se, & prioribus, quot dantur momenta in Tempore in quo percurritur DE; ideoque Tempora, in quibus Corpus AB, & DE, percurrit, sunt inter se ut numeri Triangulorum æqualium, Areis ACB, DCE, contentorum, id est, sunt ut ipsæ Areæ. Unde generalem deducimus Propositionem in N°. 585. memoratam.

642. TAB. XXIV. Fig. 2. * 360. Cujus Propositionis inversa, quæ continentur in N°. 586 etiam demonstratur. Si Corpus, motum per AB, in momento sequenti, & æquali, percurrat BD, quia motu primo, in momento hoc, per BL, æqualem AB, motum continuasset, necessariò juxta directionem LD à viâ suâ remotum fuit*; si autem Triangula ABC, BDC sint æqualia, etiam æqualia erunt BDC, BLC; * 39. El. I. ideòque Linea LD parallela BC*; id est directio Vis, quæ Corpus à Lineâ rectâ detorquet, Centrum C versùs dirigitur.

Si nunc concipiamus Curvam quamcunque dividi, Lineis ad Centrum Virium ductis, in Triangula minima æqualia, horum Bases, Temporibus æqua-
643. * 639. * 119. * 15. El. VI. 38. El. I. libus à Corpore, *quod in Curvâ Vi Centrali retinetur*, percurruntur*; sunt ideo *Corporis Velocitates, in variis Curvæ Punctis*, ut Bases hæ*, quæ *sunt inversè ut perpendiculares, à Centro Virium ductæ* in Bases continuatas*, id est, *in Tangentes ad Curvam in Punctis de quibus agitur.*

644. Maximè generalia sunt huc usque in Scholio hoc demonstrata, quæ nunc addam tantùm obtinent, si Vis in hoc cum Gravitate congruat, ut agat in Corpora mota ut in quiescentia; Corpora autem ponimus æqualia: si verò Vis & in hoc cum Gravitate congruat, ut eodem modo agat in singulas Materiæ particulas, non intererit utrum Corpora sint æqualia nec ne.

645. *Lineæ infinitè exiguæ, Viribus æqualibus, accedendo ad Centrum percursæ, sunt ut quadrata Temporum, quibus percurruntur.* Vis enim pro uniformi in spatio infinitè exiguo haberi potest, & quæ de Corporibus cadentibus demonstra-
* 374. ta sunt*, hìc referri possunt.

646. *Si Vires differant, sed Tempora fuerint æqualia, Spatia percursa sunt ut Vires*.*

* 587. 133. 647. Ergo *Spatia infinitè exigua, Viribus Centralibus percursa, sunt ut Vires ipsæ, & ut Quadrata Temporum*; in ratione nempe compositâ ex hisce ambabus rationibus.

648. * 541. 542. 545. Ex hisce deducimus, *Corpus, quod Vi Centrali in Curvâ retinetur, in singulis momentis, infinitè exiguis, moveri juxta Leges explicatas* de Corporibus projectis.* Nam, licet Corpus tendat ad Centrum, si Spatium percursum sit infinitè exiguum respectu distantiæ à Centro, Lineæ ad Centrum ductæ pro parallelis haberi possunt.

TAB. XXIV. Fig. 3. * 542. 545. Sit Curva AFGE in quâ Corpus movetur; C Centrum Virium; AD tangens ad Curvam in Puncto A; ponamus AD infinitè exiguam, Lineasque BF & DG ad AC dari parallelas, erunt hæ ut Quadrata Linearum AB, AD*, quæ sunt ut Tempora, quibus AF, AG, percurruntur.

SCHO-

SCHOLIUM II.

De Motu in Circulo.

V*is quæcunque*, *quâ Corpus in Circulo retinetur*, si ad Circuli Centrum dirigatur, agit semper perpendiculariter ad motûs directionem; tangens enim ad radium perpendicularis est *. Idcirco Actio hujus Vis nunquam cum motu Corporis conspirat, aut contrariè agit, & semper *agit eodem modo ac in Corpus quiescens ageret*; hac de causâ non interest, utrum talis Vis, quæ Corpus in Circulo retinet, sit ejusdem naturæ cum Gravitate, & in omni casu, agat in Corpus motum ut in quiescens, an non, eodem modo Corpus retinet. 649. *18. El. III.

Moveatur Corpus in Circulo, cujus Diameter est GL; C Centrum Circuli & Virium. Detur Corpus æquale per AD projectum, Velocitate quâ Corpus in Circulo movetur. 650. TAB. XXIV. Fig. 4.

Corpora hæc, æqualibus Temporibus, percurrunt Lineas æquales, infinitè exiguas, AB, GH; æqualibus etiam Temporibus percurrunt Lineolas BE, HI; primum pondere suo, secundum Vi Centrali; positâ BE verticali, & HI ad GC parallelâ; quæ Lineolæ sunt inter se, ut Corporis Pondus ad Vim Centralem, quæ Corpus in Circulo retinet *. *587. 133.

Sit DF altitudo, à quâ cadendo Corpus acquirit Velocitatem, cum quâ projectio fit, Corpus spatium hoc cadendo percurrit, dum motu uniformi projectitio, Lineam duplam percurrit *; si ergo DF sit verticalis & AD dupla ipsius DF, Corpus projectum per F transibit *: Idcirco ABq, aut GHq, ad ADq, aut 4 × DFq, ut BE ad DF *. * 376. * 541. *120. 374.

In Circulo ductâ I*i* parallelâ GH, id est perpendiculari ad diametrum *, erunt G*i* aut HI, GI aut GH, & GL, in continuâ proportione *, quare GHq = HI × GL. *18 El. III. *31. El. III. 8. 4 El. VI.

Memorata proportio mutatur ergo in hanc

HI × GL, 4 × DFq :: BE, DF :: BE × GL, DF × GL. Alternando

HI × GL, BE × GL :: 4 × DFq, DF × GL. Unde deducimus

HI, BE :: DF, ¼ GL.

Id est *Vis*, *quâ Corpus in Circulo retinetur*, *est ad Corporis Pondus*, *ut Altitudo*, *à quâ Corpus cadendo acquirit Velocitatem*, *cum quâ projectio fit*, *ad quartam partem diametri*. 651.

Si idem Corpus, *in eodem Circulo*, aliâ Velocitate *feratur*, consequentia proportionis manent; mutantur ideò antecedentia in eâdem ratione, id est *Vis Centralis* variat, ut Altitudo, à quâ cadendo Corpus acquirit Velocitatem, cum quâ movetur, quæ altitudo *sequitur proportionem Quadrati Velocitatis* *. 652. * 374.

Quamdiu autem de eodem Circulo agitur, Tempus Periodicum eò minus est, quò Velocitas est major, & vice versâ, estque Tempus hoc inversè ut Velocitas, unde patet Demonstratio N. 616. Vires, cæteris paribus, esse inversè ut Quadrata Temporum Periodicorum. 653.

In N°. 607. diximus, Vires Centrales, positis Corporibus, ut & Temporibus Periodicis æqualibus, esse ut Distantias à Centro; quod ut demonstremus poni- 654. TAB. XXIV. Fig. 5.

ponimus duo Corpora æqualia, Circulos concentricos BIL, AFM, æqualibus Temporibus, describere; momentis minimis æqualibus Arcus similes BI, AF, percurrunt. Corpora autem, momentis iisdem, per tangentes BH, AD Arcubus æquales, moverentur, si nulla daretur Vis Centralis. Corpora ergo, æqualibus momentis, Viribus Centralibus, transferuntur ab H ad I, & à D ad F, & quidem, propter Arcus infinitè exiguos, per Lineas rectas HI, DF, in quarum ratione sunt Vires Centrales; has autem Lineas esse ut Distantias à Centro, BC, AC, facilè patet.

655. Superest circa Motum in Circulo ut demonstremus Propositionem N. 621. Sint Distantiæ à Centro D & d; Tempora Periodica T, t; Vires Centrales V, v: ponamus $T^q, t^q :: D^c, d^c$; ergo $\frac{D}{T^q}, \frac{d}{t^q} :: \frac{D}{D^c}, \frac{d}{d^c} :: \frac{1}{D^q}, \frac{1}{d^q}$. Sed V, $v :: \frac{D}{T^q},$
* 620. $\frac{d}{t^q}$*; ergo V, $v :: \frac{1}{D^q}, \frac{1}{d^q}$. Q. D. E.

SCHOLIUM III.

De Motu in Ellipsi.

IN hoc, & sequentibus Scholiis, ponimus agi de Vi, quæ in Corpora mota, ut in quiescentia, agit.

656. TAB. XXIV. Fig. 6. Sit Ellipsis DAE; Centrum C; moveatur Corpus in Ellipsi, in quâ retinetur Vi, quæ ad hujus Centrum dirigitur; Vis hæc determinanda est.

Detur Corpus in A, & sit AI Tangens ad Ellipsin: AB diameter; ED
* Hire sect. con. lib. 2. prop. 10. diameter ipsi conjugata, tangenti parallela*; AL Arcus momento exiguo constanti descriptus; IL, parallela AC, Spatium, eodem momento, Vi Centra-
* 646. li percursum, quod Spatium ipsius Vis Centralis rationem sequitur*.

Ducantur LG parallela IA, & LH ad AC perpendicularis; ut & AF ad ED normalis; ducatur quoque CL.

Triangula Rectangula LHG, AFC, sunt similia propter Angulos æquales
* 29. El. I. LGH, ACF*. Ergo LH, LG :: AF, AC; & LH × AC = LG × AF.

Constans autem est quantitas LH × AC; est enim duplum Areæ Triangu-
* 41. El. I. li ALC*, quæ momento constanti, quo AL describitur, proportionalis
* 585. 641. est*.

* La Hire sect. con. lib. 5. prop. 21. In Ellipsi etiam est constans quantitas ED × AF*; Ergo ED × AF, est ad LH × AC, aut LG × AF, id est, ED ad LG, semper in eâdem ratione, ubicunque Punctum ut A in Ellipsi sumatur; constans idcirco etiam est ratio
* ibid. lib. 3. prop. 3. inter ED^q & LG^q. In Ellipsi autem ED^q, $LG^q :: AB^q$, AG × GB*, aut LI × AB, propter æquales AG & LI, & differentiam infinitè exiguam inter GB & AB; constans idcirco etiam est ratio inter AB^q & LI × AB, id est, inter AB & LI: augetur ideò & minuitur LI, id est Vis Centralis, in eâdem ratione in quâ augetur & minuitur AB, aut ipsius dimidium AC, quod æquale est Distantiæ Corporis à Centro; ut notavimus in N°. 633.

657. Si verò, dum Corpus in Ellipsi movetur, Vis ad Focum dirigatur, hæc recedendo

stendo à Centro Virium decrescit in ratione inversâ quadrati distantiæ, ut habetur in N°. 626. cujus Propositionis hîc dabimus Demonstrationem.

Sit DAB semi Ellipsis; BD Axis; C Centrum; F Focus, ad quem Vis dirigitur; AI Tangens ad Ellipsin in Puncto quocunque A; AL arcus infinitè exiguus. TAB. XXIV. Fig. 7.

Ductis AC, AF; sint LG & CE parallelæ Tangenti AI; LI parallela AC; & L*i* æquidistans AF; erunt æquales LI & AG, ut & L*i* & A*g**. AE autem erit æqualis CD semi axi majori; ductis enim A*f* ad Focum alium & *f*M etiam ad AI parallelâ, erunt anguli AM*f*, A*f*M æquales*, & latera AM, A*f*, æqualia*, sunt etiam æqualia EM, EF* propter æquales CF, C*f**: Ergo EM+MA id est EA valet FE+A*f*, & est EA dimidium summæ Linearum FA, A*f*, quæ simul sumtæ æquales sunt axi BD*. * 34. El. I. * *La Hire sect. con.* lib. 8. prop. 8. * 5. El I. * 2. El. VI. * 625.

Ducantur ulterius LH ad AC normalis, & L*h* cum AF angulos efficiens rectos; junganturque Puncta H, *h*. * 625.

Propter angulos rectos A*h*L, LHA, puncta H, *h*, sunt in circumferentiâ Semi-circuli cujus diameter est AL*; idcircò anguli *h*LH, *h*AH, sunt in eodem segmento, & ideò æquales*: sunt etiam in eodem segmento, & æquales, anguli LH*h* & LA*h*; hìc autem quia AL est infinitè exigua cum angulo IA*h* coincidit, & angulo AEC æqualis est*; quare similia sunt Triangula L*h*H, AEC; & L*h*, LH :: AC, AE aut CD. * 31. El. III. * 21 El. III. * 29. El. I.

Etiam, propter Triangula similia A*g*G, AEC, AG est ad A*g*, aut LI ad L*i*, ut AC ad AE, aut CD.

Hisce positis concipiamus duo Corpora Ellipsin hanc percurrentia, eodem tempore, quorum unum retineatur Vi, quæ ad Centrum Ellipseos C dirigitur, alterum Vi ad Focorum alterum F tendente.

Dum Corpora ambo Arcum exiguum percurrunt AL, primum Vi Centrali movetur per IL, secundum Vi Centrali percurrit *i*L, tempora autem, quibus Corpora has lineolas percurrunt, sunt inter se ut areæ LAC, LAF*, ponimus enim integram Ellipsin æqualibus temporibus à singulis Corporibus percurri; ideoque, in utroque casu, idem Tempus Periodicum per integram Aream repræsentari. Areæ verò illæ sunt inter se ut harum dupla AC×LH, AF×L*h*; hæc autem producta, quia LH, L*h* :: CD, AC, sunt ut AC×CD ad AF×AC, id est, ut CD, ad AF. * 585. 641.

Spatia IL, *i*L, Viribus Centralibus percursa, quæ ut vidimus sunt ut AC ad CD, sunt etiam in ratione compositâ Virium, & quadratorum Temporum*, aut linearum CD, AF. * 647.

Vis per AC huic Lineæ proportionalis est, ut demonstravimus*, & hac ipsâ Lineâ designari potest; Vim per AF dicimus V: ergo AC, CD :: AC×CDq, V×AFq. Unde deducimus $V=\frac{CD^c}{AF^q}$; patet igitur propter constantem CD^c, mutato Puncto A, Vim V mutari in ratione inversâ quadrati Distantiæ AF. Q. D. E. * 656.

Circa Motum in Ellipsi ulterius in N°. 627. duo notavimus, quæ nunc demonstrabimus.

658. TAB. XXIV. Fig. 8. Sit ſemi Ellipſis BAD; Axis major BD; ſemi Axis minor CA; F Focus, Centrum Virium. Centro F, & radio FA circulus deſcribatur AP; demonſtrandum Tempus Periodicum in Circulo æquale eſſe Tempori Periodico in Ellipſi; Radius enim FA æqualis eſt ſemi Axi majori Ellipſeos, ut ex hujus
* 625. deſcriptione ſequitur*.

Dentur duo Corpora in A, quorum unum in Circulo, alterum in Ellipſi moveatur, ſintque AL, AM Arcus minimi, eodem tempore, deſcripti; Spatia Vi Centrali percurſa erunt æqualia; quia ambo Corpora ad eandem diſtantiam AF à Centro dantur: Spatia autem hæc ſunt *i* L, NM, poſitis A *i* ad Ellipſin, & AN ad Circulum, tangentibus; ut & NM, & *i* L, ad AF parallelis. Sint etiam IL ad AC, OM ad NA, GL ad AI parallelæ, & ducantur LC, LF, MF.

31. El. III. 8. 4. El. VI. In circulo OM^q æquale eſt $2MN \times AF$; nam AF & OF pro æqualibus habentur, & AO, MN, ſunt æquales.

* *La Hire ſect. con. lib. 3. prop. 3.* In Ellipſi AC^q, BC^q aut $AF^q :: 2IL \times AC$, GL^q* $= \frac{2IL \times AF^q}{AC}$ ſunt enim æquales AG, IL, & AC, GC tantùm quantitate infinitè exiguâ differunt.

Triangula I*i*L, ACF, ſunt ſimilia, quia latera ſunt reſpectivè parallela; ideò FA, AC :: *i*L, aut MN, $IL = \frac{MN \times AC}{FA}$.

Subſtituendo pro IL valorem in hac æquatione $GL^q = \frac{2IL \times AF^q}{AC}$, habemus $GL^q = 2MN \times AF$; cui quantitati etiam æquale eſt OM^q: ſunt ergo æquales GL & OM, unde patet in Ellipſi Corpus in extremitate Axeos minoris eâdem Velocitate moveri, quâ aliud fertur in Circulo cujus diameter æqualis eſt Axi Ellipſeos majori, ſi eâdem Vi Centrali, quæ ad focum Ellipſeos dirigitur, ambo in Curvis retineantur, & hæc eſt prima pars N[i]. 627.

659. Quia Curva in A parallela eſt ipſi Axi BD, ſunt æqualia Triangula CAL,
* 37. El. I. FAL*; Triangula rectangula CAL, FAM, quorum baſes ſunt æquales, ſunt inter ſe ut altitudines AC, AF aut CD; In hac eâdem ratione ſunt inter ſe Areæ Ellipſeos, & Circuli. Idcircò alternando Area Trianguli CAL, aut FAL, ad Aream Ellipſeos, ut Area Trianguli FAM ad Aream Circuli: ergo Tempus in quo Corpus movetur per AL ad Tempus Periodicum in Ellipſi, ut Tempus in quo percurritur AM ad Tempus Periodicum in Circu-
* 585. 641. lo*; antecedentia ſunt æqualia, ideò & conſequentia. Quod ultimùm demonſtrandum erat.

SCHO-

SCHOLIUM IV.

De Motu in Orbitâ agitatâ.

Detur Curva quæcunque à Corpore Vi Centrali descripta, AF; Centrum Virium C. Dividatur Curva hæc ductis Radiis ex Centro C, CA, CB, CD &c. Angulos æquales infinitè exiguos inter se continentibus. 660. TAB. XXIV. Fig. 9.

Concipiamus singulos Angulos servatâ Radiorum longitudine æqualiter augeri aut minui, novamque Curvam dari *af* per Radiorum extrema transeuntem.

Triangula ACB, *acb* propter Bases æquales CA, *ca*, sunt inter se ut altitudines *, quæ sunt ut Anguli ACB, *acb*; singuli autem Anguli in unâ Curvâ sunt ad respondentes in aliâ, in eâdem ratione; in singulis enim Curvis sunt omnes æquales inter se; ideò Triangula quæcunque respondentia ut ACB, *acb*; BCD, *bcd*; sunt in eâdem ratione, & summæ quæcunque Triangulorum respondentium etiam in eâdem ratione *; idcircò Triangula hæc mixta sunt proportionalia ACE, *ace* : : ECF, *ecf*; & alternando ACE, ECF : : *ace*, *ecf*.

*1. El. VI.

*12. El. V.

Ponamus nunc Corpus in Curvâ *af* moveri, dum Corpus quod Vi Centrali ad C tendenti Curvam AF percurrit; concipiamus ulterius, dum Corpus unum percurrit AB, alterum per *ab* transferri, dum primum ad D pertingit, alterum dari in *d*, & sic ulterius; eodem Tempore ergo percurruntur AE, *ae*, & Tempore etiam eodem percurruntur EF & *ef*; idcircò Tempora quibus AE, EF percurruntur, sunt ut illa quibus per *ae*, *ef*, Corpus movetur. Tempora autem illa sunt ut Areæ ACE, ECF *; quæ sunt ut Areæ *ace*, *ecf*; in quâ ergo ratione sunt Tempora quibus per *ae*, & *ef*, Corpus transfertur; quæ eadem Demonstratio cùm locum habeat, sumtis Arcubus quibuscunque; sequitur, Corpus, in Curvâ *af* translatum, describere Areas, lineis ad Centrum *c* ductis, Temporibus proportionales, & retineri in Curvâ Vi Centrali ad *c* tendenti *.

* 585. 641.

* 586. 642.

Concipiamus nunc Curvam AC circa Centrum C moveri ita, ut motus angularis Curvæ sequatur proportionem motûs angularis Corporis, in hac Curvâ agitati: dum Corpus in Curvâ ab A ad F movetur, ipsius motus angularis est ACF; ponamus Curvam interea transferri motu angulari, Lineamque *a*C ad situm AC pervenisse, Angulosque ACF, AC*a* dum augentur eandem semper inter se rationem habere; quare erunt etiam in ratione constanti Anguli *a*CF, ACF *. TAB. XXIV. Fig. 10.

*12. El. V.

Si nunc hæc ratio illa sit, quæ in Figurâ præcedenti (9.) datur inter Angulos *acf*, ACF; & moveatur Corpus, retineaturque Vi Centrali in Curvâ quiescente AEF, aliudque Corpus eodem modo percurrat Curvam similem, & æqualem, ut dictum agitatam, hoc ultimum, ut facilè patet, reverà movebitur in Curvâ *aef* quiescente.

Hinc deducimus, *Corpus omne, quod Vi Centrali Curvam quamcunque describit, eandem Curvam, circa Centrum Virium mobilem, Vi aliâ Centrali describere posse.* 661.

De differentiâ inter Vires has Centrales nunc agendum.

662. TAB. XXIV. Fig. 11. Sint A, B, D, tria, parum admodum à se invicem distantia, Puncta Curvæ cujuscunque, à Corpore, Vi Centrali ad C tendenti, percursæ; detur G B H tangens ad Curvam in Puncto B; sintque G D, H A, ad B C parallelæ: ponimus G B, B H æquales inter se, ideòque A B, B D æqualibus Temporibus percurri.

Propter distantiam inter Puncta A, B, D, infinitè exiguam, Vis Centralis, in Motu per hæc Puncta, non mutatur; ideò Temporibus æqualibus, quibus A B, B D percurruntur, æqualiter Vi Centrali à rectâ deflectitur Corpus, id est, hujus via æqualiter incurvatur, ex quâ æquali deflectione sequitur æquales esse inter se H A, G D.

Angulus quem Curva quæcunque cum tangenti efficit est infinitè exiguus; ideòque H A & D G sunt infinitè exiguæ respectu H B, B G; quare cum hæ sint æquales, & infinitè exiguæ, sunt æquales Anguli B C A, B C D.

Sint ulterius Anguli A C *a*, D C *d*, æquales inter se; & Centro C descripti Arcus Circulorum A *a*, D *d*. Evidentissimè patet Puncta *a*, B, *d*, esse Puncta Curvæ in quâ Corpus movetur, si in Curvâ A B D mobili feratur, posito Motu angulari Curvæ ad Motum angularem Corporis, ut Angulus *a* C A ad Angulum A C B*; & in hoc Motu Corpus ab *a* ad B fertur eodem Tempore, in quo in Curvâ quiescente ab A ad B pergit. *660.

Ponamus F B I, in Puncto B, tangere Curvam *a* B *d*, & ad B C parallelas dari I *a*, F *d*; quia æqualibus Temporibus percurruntur *a* B, B *d*, sunt æquales I B, B F, quæ iisdem Temporibus sublatâ Vi Centrali posset percurri; suntque etiam æquales F *d*, I *a*; quod eâdem Demonstratione evincitur quâ probavimus æquales H A, G D.

Jungantur F, G ut & H, I; & ducantur D E parallela F G, & A L parallela H I; producatur E D ad O secans B C in N.

Propter æquales B H, B G, & B I, B F, ut & æquales angulos H B I, F B G, sunt æquiangula & congrua Triangula F B G, B H I*, quare sunt æquales F G, H I quæ etiam parallelæ sunt*: quare etiam æquales & parallelæ A L, E D, ut & F E, G D, H A, I L*; Sunt quoque æquales L *a*, E *d*, cum sint quantitatum respectivè æqualium differentiæ: A *a* & D *d*, Angulorum æqualium mensuræ, in Circulis, quorum radii infinitè parum differunt, sunt etiam æquales; ideò æquiangula sunt Triangula A L *a*, D E *d**, & æquales Anguli A L *a*, D E *d*; hic autem æqualis est Angulo O N C, & ille Angulo D N C*; propter crura parallela; quare sunt æquales & recti Anguli O N C, D N C.

*4. El. I. *27. El. I. *30. 34. El. I. *8. El. I. *29. El. I.

663. Eo Tempore quo, Vi Centrali, in Curvâ mobili percurritur F *d*, in Curvâ quiescente, Vi Centrali, percurritur G D, quæ æqualis est F E; ideò Spatium differentia Virium, eodem Tempore percursum, est E *d*. Punctum autem E in hac Figurâ determinatur ductâ per D perpendiculari ad B C.

664. TAB. XXIV. Fig. 12. Hisce positis, sit Centrum Virium C, & moveatur Corpus in Curvâ A E G, ita circa Centrum C agitatâ, ut motus angularis Curvæ se habeat ad motum angularem Corporis in Curvâ, circa idem Centrum C, ut Angulus *a* C A ad Angulum A C E. Sit E G continuatio Curvæ A E; Centro C radio C G descri-

describatur Arcus FGg; ductisque EC, GC, fiat Angulus GCF ad ECG, ut angulus aCA ad ACE. Dum Corpus percurrit EG in Curvâ AE, motu Curvæ, Punctum G ad F transfertur, & Corpus percurrit EF, tempore quo potuisset percurrere EG, in Curvâ quiescente. Per G ad EC ducatur perpendicularis GH, quæ utrimque continuata secat EC in H, & CF, continuatam, in f; & erit fF spatium differentiâ Virium percursum, positis Angulis FCG & GCE infinitè exiguis*. * 663.

Si, sumpto Puncto E alio quocunque, EG & EF ita determinentur, ut æquali tempore describantur, ubicunque detur Punctum E; id est, si areæ EGC, EFC, determinatam habeant magnitudinem *, lineola fF differentiæ Virium proportionalis erit *. * 585. 641. * 646.

Area EGC dicatur N; & M area EFC; positis N & M quantitatibus determinatis. Habemus $EC \times GH = 2N$ & $EC \times fH = 2M$; unde deducimus $GH = \frac{2N}{EC}$ & $fH = \frac{2M}{EC}$; ut & $fH + GH$, id est $fg = \frac{2M + 2N}{EC}$, & $fH - GH$, id est fG, $= \frac{2M - 2N}{EC}$. Ex proprietate Circuli est $fG \times fg = fF \times fI$ sumtis FC & CI æqualibus *. * 36. El. III.

Æquatio hæc, substituendo pro fG & fg valores, mutatur in hanc $\frac{4M^q - 4N^q}{EC^q} = fF \times fI$; sed, propter fF infinitè exiguam, fI valet $2FC$, & quia infinitè parum differunt CF, EC, una pro aliâ usurpari potest: ergo iterum mutatur æquatio in hanc $\frac{4M^q - 4N^q}{CF^q} = 2fF \times CF$: idcircò $fF = \frac{2M^q - 2N^q}{CF^c}$. Numerator hujus fractionis est constans quantitas; sequitur ergo fF, quæ exprimit differentiam Virium, rationem inversam denominatoris, nempe, cubi Distantiæ à Centro.

Vis hæc est excessus quâ Vis Centralis in Curvâ mobili superat Vim in Curvâ quiescente, & motus Curvæ cum motu Corporis conspirat.

Quando Punctum f cadit inter G & H, eadem Demonstratio locum habet, sed Vis Centralis in Curvâ quiescente excedit aliam, & Curvæ Motus in contrariam partem dirigitur. Si autem Punctum f inter H & g, aut ultra g cadat, agitur de Motu Corporis in contrariam partem ex E ad A.

Ex hisce omnibus deducimus. *Si Corpus, Vi Centrali quâcunque, Curvam describat, hoc, superadditâ, aut detractâ, Vi, quæ sequatur rationem inversam cubi Distantiæ, eandem Curvam, circa Centrum Virium mobilem, describere.* 665.

Si Vis superaddatur, Motus Curvæ cum Motu Corporis ad eandem partem tendunt. 666.

In contrarias partes diriguntur, si Vis detrahatur. 667.

SCHOLIUM V.

De Motu in Ellipsi agitatâ.

668. Corpus in Ellipsi retinetur Vi Centrali, ad Focum tendente, & juxta rationem inversam quadrati Distantiæ decrescente *; si superaddatur Vis, quæ decrescat in ratione inversâ Cubi Distantiæ, eandem Corpus describet Ellipsim sed ita translatam, ut eandem partem versùs motus hujus cum motu Corporis dirigatur *. Vis ultima magis decrescit, auctâ Distantiâ, quàm prima; idcircò summa Virium, celerius decrescit quàm juxta rationem inversam quadrati Distantiæ, unde constat Propositio N. 631.

* 626. 657.

* 665. 666.

669. Simili Demonstratione constat N. 632.; nam si ex Vi, quæ sequitur rationem inversam quadrati Distantiæ, tollatur Vis, quæ sequatur rationem inversam Cubi Distantiæ, id est, primâ celerius decrescens, quæ superest lentius quàm juxta rationem inversam quadrati Distantiæ, auctâ hac, minuitur.

670. In N. 630, 631, 632, egimus de Viribus, juxta rationem, à ratione duplicatâ inversâ Distantiæ parum aberrantem, decrescentibus, aut de Curvis Circulis finitimis; quia in hisce casibus in Propositionibus error sensibilis non datur, quamvis Vires sequantur rationem aliûs potestatis Distantiæ; in quo casu, Mathematicè loquendo, Curva non est Ellipsis, mota juxta Leges explicatas; ad quod requiritur Vis, quæ est summa, aut differentia, Virium, quarum una sequitur rationem inversam duplicatam *, alia inversam triplicatam, Distantiæ *.

* 626. 657.

* 665.

671. Ut autem ex dato motu angulari Ellipseos Vim addendam, aut detrahendam, & vice versâ, ex datâ hac, motum Curvæ determinemus, sit A extremitas Axeos majoris; F Focus, Centrum Virium; *a* A portio Circuli Centro F, radio FA, descripti; AL Ellipseos portio.

TAB. XXIV. Fig. 13.

Ponamus dum Corpus in Ellipsi fertur per AL, ipsam Curvam Motu angulari *a*FA transferri; Angulosque *a*FL, AFL esse inter se ut M ad N. Ponimus etiam Angulos hos esse infinitè exiguos.

In *a* & A, ad Circulum *a*A, ducantur Tangentes *ai*, EAI, sibi mutuò occurrentes in E, & quarum ultima etiam Ellipsin tangit in A; ducantur etiam AB, LI, ad *a*F parallelæ, ultima propter infinitè exiguos Arcus *a*A, AL, pro parallelâ haberi potest ipsi AF; tandem sint AC ad *a*B, & LG ad AI, parallelæ.

Sunt æquales E*a*, EA *, ideòque *a*E & EB, quæ EA æqualis est. Propter Triangula similia EBA, E*i*I, est EB aut $\frac{1}{2}\, aB$, E*i* aut $ai - \frac{1}{2}\, aB :: BA,\ iI$; *a*B autem se habet ad *ai*, ut Angulus *a*FA ad *a*FL, id est, ut M − N ad M: ergo $BA,\ iI :: \frac{1}{2}M - \frac{1}{2}N,\ \frac{1}{2}M + \frac{1}{2}N :: M - N,\ M + N$.

* 36. El. III.

Ex Circuli proprietate *a*C aut BA, *a*A aut *a*B, & Diameter, sunt in continuâ proportione *; ergo $BA = \frac{aB^q}{2AF}$. Ellipsis, in extremitate Axeos majoris, coincidit cum Circulo, cujus diameter est Axeos parameter *; ideò, si

* 31. El. III. 8. 4. El. VI.

* *La Hire sect. con.* lib. 7. cor. prop. 6.

si hæc dicatur $2R$, erit $IL = \frac{AI^q}{2R} = \frac{Bi^q}{2R}$: sed $\frac{aB^q}{2AF}$ se habet ad $\frac{Bi^q}{2R}$, ut $\frac{\overline{M-N}^q}{AF}$ ad $\frac{N^q}{R}$; idcircò $IL, AB :: \frac{N^q}{R}, \frac{\overline{M-N}^q}{AF}$.

Sed ut vidimus $AB, Ii :: M-N, M+N$; ergo ex compositione rationis $IL, Ii :: \frac{N^q \times \overline{M-N}}{R}, \frac{\overline{M-N}^q \times \overline{M+N}}{AF} = \frac{M^q - N^q \times \overline{M-N}}{AF} :: \frac{N^q}{R}, \frac{M^q - N^q}{AF}$. Eodem Tempore percurruntur IL & iI; prima, Vi quâ Corpus retinetur in Ellipsi quiescente; secunda, differentiâ Vis hujus cum Vi quâ Corpus in Ellipsi mobili retinetur: ergo Vis in Ellipsi ad differentiam hanc, ut $\frac{N^q}{R}$ ad $\frac{M^q - N^q}{AF}$ *. * 646.

Dicatur $\frac{N^q}{AF^q}$ Vis, quâ Corpus in Ellipsi retinetur in Puncto A, & fiat $\frac{N^q}{R}, \frac{M^q - N^q}{AF} :: \frac{N^q}{AF^q}$, ad differentiam Virium $\frac{RMM - RNN}{AF^c}$, in extremitate Axeos majoris.

Si agatur de Distantiâ aliâ quâcunque, quæ dicatur D, Vis, quâ Corpus retinetur in Ellipsi, hac analogiâ detegitur *, $\frac{1}{AF^q}, \frac{1}{D^q} :: \frac{N^q}{AF^q}$ ad Vim quæ- * 626. 657.
sitam $\frac{NN}{DD}$.

Differentia Virium detegitur hac Regulâ *, $\frac{1}{AF^c}, \frac{1}{D^c} :: \frac{RMM - RNN}{AF^c}$ ad * 665.
differentiam quæsitam $\frac{RMM - RNN}{D^c}$.

Idcircò Vis integra quâ Corpus in Ellipsi mobili retinetur sequitur propor- 672.
tionem $\frac{NN}{D^q} + \frac{RMM - RNN}{D^c}$, quando Corpus & Ellipsis ad eandem partem tendunt.

Si Motus hi fuerint contrarii, Vis proportionalis est $\frac{NN}{D^q} - \frac{RMM + RNN}{D^c}$. 673.

SCHOLIUM VI.

De Computatione Motuum Apsidum in Curvis parum cum Circulo differentibus.

674. APsides dicuntur extremitates Axeos majoris Ellipseos, in quâ movetur Corpus, quod Vi ad Focum tendente retinetur. Agitur hìc de motûs Apsidum determinatione, id est de motu angulari Ellipseos, positâ Vi, quâcumque diversâ ab eâ, de quâ in præcedenti Scholio egimus; in quo casu motus ad Ellipsin mobilem referri non poterit, nisi agatur de Curvâ à Circulo parum differente*.

* 670.

675. Lemma autem præmittendum est. Quadratum hujus quantitatis $a-b$ est $aa-2ab+bb$; ut Cubus formetur singulæ quantitates hujus quadrati per $a-b$ multiplicari debent, productum duarum primarum per has est $a^3-3aab+2abb$ & in reliquâ parte producti adscendit b ad majorem quàm ad primam Potestatem.

Ut ex Cubo formetur quarta Potestas, singulæ Cubi quantitates per $a-b$ multiplicari debent; multiplicatis duabus primis, habemus $a^4-4a^3b+3aabb$, & in reliquis omnibus quantitatibus Potestatis elevatur b ultra primam Potestatem.

676. Sic continuando clarè patet: *Si agatur de Potestate quantitatis* $a-b$, *cujus index sit* n, *primos terminos esse* $a^n-na^{n-1}b$, *& in reliquis omnibus elevari* b *ad Potestatem majorem.*

677. Positis nunc quæ in Scholio præcedenti sunt demonstrata; dicatur H distantia omnium maxima A F; & X differentiâ indeterminatâ inter H & D. Reducendo duas fractiones $\frac{NN}{D^q}+\frac{RMM-RNN}{D^c}$ ad unicam habemus $\frac{DNN+RMM-RNN}{D^c}$; substituendo in Numeratore pro D valorem $H-X$, Vis in Ellipsi mobili proportionalis est $\frac{RMM-RNN+HNN-NNX}{D^c}$. Detur nunc Vis quæcumque, quam, ut solutio magis universalis sit, concipimus formari ex duabus Viribus junctis (si plures essent, eodem modo procedendum foret), quæ habeant inter se rationem quamcumque, quæ datur inter a & b; & quæ separatim sequantur rationem cujuscumque Potestatis distantiæ. Sit prima ut Potestas $m-3$, secunda ut Potestas $n-3$: Vis ergo proposita est ut $\frac{aD^m+bD^n}{D^c}=\frac{a\times\overline{H-X}^m+b\times\overline{H-X}^n}{D^c}$.

* 676. Pro $\overline{H-X}^m$ ponimus $H^m-mH^{m-1}X+$&c.* in reliquis terminis ultra primam Potestatem adscendit X; ideò hi omnes exigui sunt respectu illorum qui hìc ponuntur, quia X exigua est respectu H: ponimus enim Curvam cum Circulo parum differre.

Eodem

Eodem modo $\overline{H-X}^n = H^n - nH^{n-1}X$ & Vis integra est ut $\frac{aH^m - amH^{m-1}X + bH^n - bnH^{n-1}X}{D^c}$.

Si nunc Motus Corporis, quod hac Vi in Curvâ retinetur, referri debeat ad Motum in Ellipsi mobili, Vis hæc analoga ponenda est cum Vi quâ Corpus in tali Ellipsi revera retinetur; Analogis enim Viribus, id est quæ constant ex partibus respondentibus & proportionalibus, Curvæ similes describuntur. 678.
Sunt ergò analogæ quantitates hæ $\frac{RMM - RNN + HNN - NNX}{D^c}$ & $\frac{aH^m - amH^{m-1}X + bH^n - bnH^{n-1}X}{D^c}$; id est propter communem Denominatorem, sunt analogi Numeratores.

In Ellipsi à Circulo parum differenti, H cum semi parametro R vix differt, ut ex generatione Ellipseos * & parametri definitione sequitur *; ergò $-RNN+HNN$ sese mutuò destruunt & RMM fit HMM; Quantitatesque analogæ sunt $HMM-NNX$ & $aH^m - amH^{m-1}X + bH^n - bnH^{n-1}X$, id est partes constantes sunt inter se ut indeterminatæ, quæ per X multiplicantur; ergò $HMM, NNX :: aH^m + bH^n, amH^{m-1}X + bnH^{n-1}X$. Cum autem Arithmeticè computationes ineundæ sint, ponimus distantiam maximam per unitatem exprimi, id est $H=1$; etiam consequentia dividimus per X, quo proportio non turbatur: & habemus $MM, NN :: a+b, am+bn$. 679.

* 625.
* La Hire sect. con. def. post. pro. 3. lib. 3.

Ergo $N, M :: 1, \sqrt{\frac{a+b}{am+bn}}$. 680.

Hæc universalis est Regula, quæ facilè casibus peculiaribus applicatur.

Sit Vis, quæ sequatur rationem cujuscumque Potestatis Distantiæ, & sit Index $n-3$; Vis ergò est ut $\frac{D^n}{D^c}$, hanc expressionem ponimus æqualem generali expressioni $\frac{aD^m + bD^n}{D^c}$, & patet a, & m, non dari, ergò $=0$; b valet unum, & n numerum quemcumque exprimit: mutatur ergò proportio hæc $N, M :: 1, \sqrt{\frac{a+b}{am+bn}}$ *, in hanc $N, M :: 1, \sqrt{\frac{1}{n}}$, aut $M, N :: 1, \sqrt{n}$. 681.

* 680.

Id est, *Motus Angularis Corporis, in Ellipsi translatâ, se habet ad ipsius Motum Angularem, in eâdem Ellipsi quiescente, ut unitas ad radicem quadratam numeri, qui tribus excedit indicem Potestatis, cujus rationem Vis sequitur.* 682.

Ex dato igitur Motu Angulari Curvæ, Potestas quam sequitur Vis detegitur; & vice versâ, ex datâ Potestate detegitur Motus Curvæ Angularis.

Exemplum unicum dabo, quod usum suum habet in Astronomicis. Detur Corpus quod movetur in Ellipsi, quæ singulis revolutionibus tribus gradibus progrediatur, id est, Motus Corporis in Curvâ translatâ est 363. grad. dum in Orbe quiescente foret 360. grad.; M ergò ad N, ut 363. ad 360; aut ut 683.

121. ad 120; & MM ad NN, ut 14641. ad 14400: ergò $n=\frac{14400}{14641}$, & Poteſtas Diſtantiæ cujus proportionem ſequitur Vis eſt $\frac{14400}{14641}-3=-\frac{29523}{14641}$ quare vis eſt reciprocè ut $D^{\frac{29523}{14641}}=D^{2\frac{241}{14641}}=D^{2\frac{4}{243}}$ proximè.

684. Si progreſſus Apſidum, Singulis revolutionibus, eſſet 3^{gr}. 2′, 38″. Vis eſſet reciprocè ut $D^{2\frac{7}{416}}$, proximè.

685. Et alium caſum quoque proponam, qui etiam uſum ſuum habebit in ſequentibus. Detur Vis, quâ Corpus in Ellipſi quieſcente retineatur, & quæ ad Focum tendat, id eſt, quæ ſequatur rationem inverſam quadrati Diſtantiæ *, & ſubducta ſit Vis, quæ ſequatur rationem directam diſtantiæ; ex datis Viribus quæritur Motus Apſidum, & Vice versâ.

* 626. 657.

Vis eſt ut $\frac{1}{DD}-bD=\frac{D-bD^{4}}{D^{c}}=\frac{aD^{m}+bD^{n}}{D^{c}}$ *: ergò $a=1$; $b=-b$, $m=1$; $n=4$. Et N, M :: 1, $\sqrt{\frac{1-b}{1-4b}}$ *; unde $b=\frac{MM-NN}{4MM-NN}=\frac{\overline{M+N}\times\overline{M-N}}{\overline{2M+N}\times\overline{2M-N}}$.

* 677. * 680.

Motus Apſidum ad eandem partem, cum Motu Corporis, dirigitur *; quia, auctâ diſtantiâ, creſcit Vis quæ tollitur, quo diminutio in receſſu à Centro, major eſt quàm pro ratione inversâ quadrati Diſtantiæ.

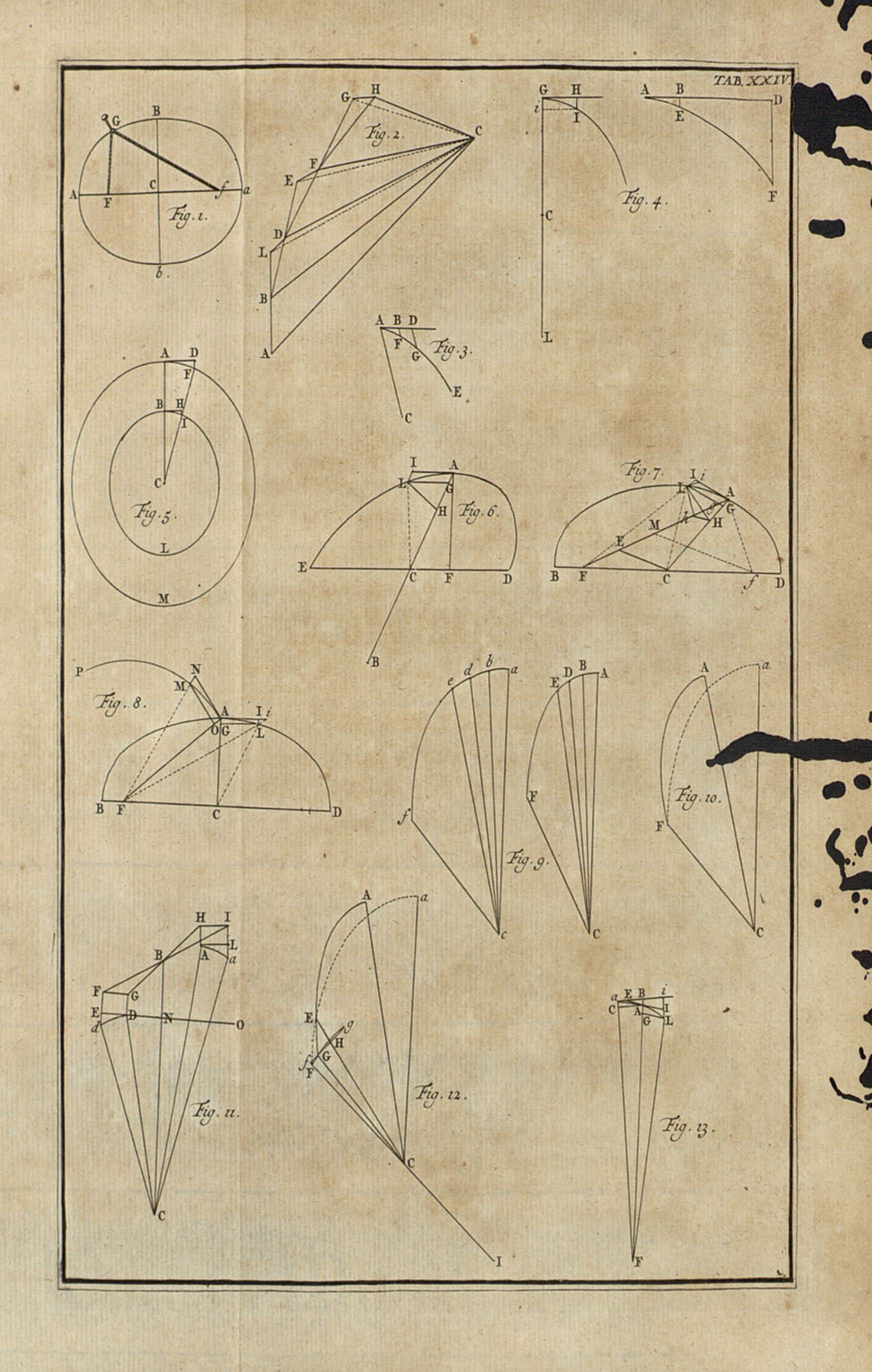
* 631. 668.

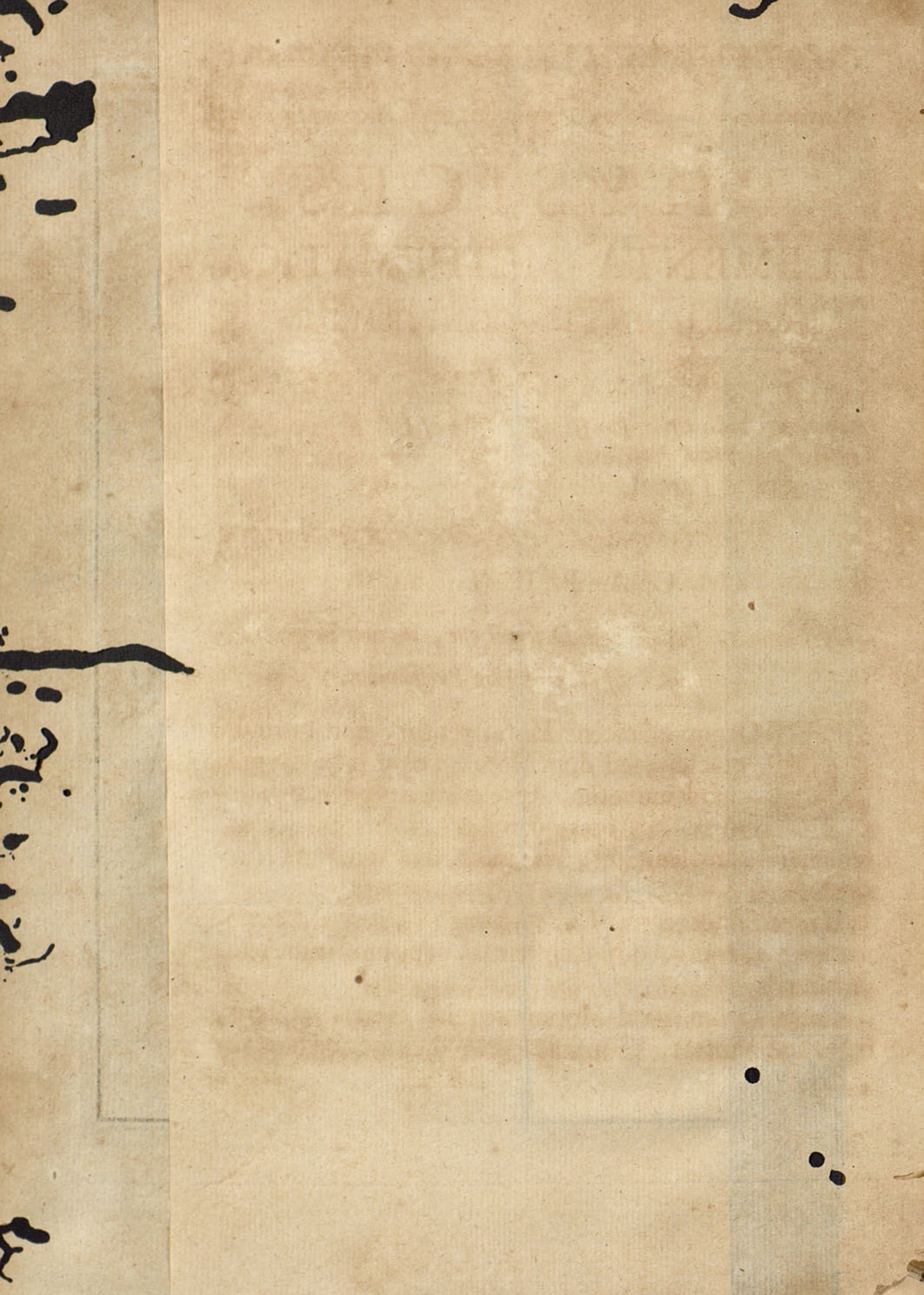
686. In Exemplo præcedenti, in quo M, N :: 121, 120, $b=\frac{241\times 1}{362\times 122}=\frac{1}{183,24}$.

687. Si Progreſſus angularis Curvæ, ſingulis revolutionibus Corporis in Curvâ, eſſet 3^{gr}. 2′. 38″. b æqualis eſſet $\frac{1}{180,66}$ id eſt, Vis ſubducta talem partem valeret aliûs Vis, quæ Corpus in Ellipſi quieſcente retineret.

FINIS LIBRI PRIMI.




TAB. XXIV.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.



PHYSICES ELEMENTA MATHEMATICA, EXPERIMENTIS CONFIRMATA.

LIBER II.

Pars I. de Viribus insitis.

CAPUT I.

De Naturâ, Genesi, & Destructione, Virium in genere, harumque differentiis cum Pressionibus.

Corpus quiescens Motui resistit, non quamdiu quiescit, sed dum Motum acquirit * : Corpus, * 19.
quod movetur, Accelerationi & Retardationi resistit; non quamdiu Velocitatem servat, sed quando hæc mutatur, sive aucta, sive imminuta, fuerit *. * 364.

688. Universaliter ergo, *Corpus, quod Velocitatem acquirit, aut amittit, resistit*; quæ Resistentia, in ultimo casu Actio vocatur.

Corpus enim quod Motum acquirit Inertiâ resistere, si Motum amittat, Vi insitâ agere, dicitur: sed hæc re-

 lativè

689. lativè tantùm differunt. *Acquirere Velocitatem, & Velocitatem amittere, sæpe eandem mutationem in Motu exprimunt.*

690. Corpus quod habet decem gradus Velocitatis, & quatuor amittit, eandem Velocitatem acquirit in Nave; Velocitate decem, aut majori, motâ ad eandem partem ad quam tendit Corpus; & illud, quod in Nave habetur pro Actione, quâ Motus communicatur, si ad Navem non attendamus vocatur Effectus, quo idem ille Motus consumitur: id est Corporis, de quo agimus, Resisten-
* 689. tia, dum Motus mutatur*, habetur pro Effectu Inertiæ ab eo, qui in Nave est, & ad hanc ipsam Motum refert, pro illo autem qui, non attendendo ad Navem, Motum considerat, Corpus Vi suâ insitâ agit.

691. *Relativè* ergò *tantùm differunt Inertiâ & Vis; & eadem*
* 689. *Resistentia, ex mutato Motu oriunda**, *ad Inertiam, aut Vim, refertur, pro ut mutatio hæc pro augmento, aut diminutione, Motûs habetur.*

Positâ hac relativâ distinctione inter Inertiam & Vim,
692. videmus *Corpus quiescens non habere Vim*; nam Motum
693. amittere non potest, neque Vi suâ agere; *Inertiâ* autem *resistere potest Corpus, sive quiescat, sive moveatur.*

694. *Vis* ergò *illud est*, quo Corpus motum à quiescente distinguitur, & *quo Corpus Facultatem acquirit agendi in Ob-*
695. *staculum.* Sed verba hæc relationes exprimunt, *moveri & quiescere, agere & resistere, relativè tantùm differunt.*

Ex quibus sequitur, illa, quæ ad hanc materiam pertinent, duobus modis considerari posse, ad Virium Genesin, aut ad ipsarum Destructionem attendendo.

696. *Pressione Vim generari*, ex ante dictis facilè deducimus;
697. vidimus enim, hac Corpus ex loco moveri, *si non con-*
* 363. *trariâ Actione retineatur**. Quicunque Celeritate *Corpus* cedit,

cedit, hanc in perpetuum ſervabit, quamdiu causâ extraneâ non deſtruitur *. Si continuetur Preſſio in Corpus, *augetur Celeritas* jam acquiſita, illudque *quamdiu Corpus premitur.* * 355.

Nulla unquam datur Preſſio ſine Reactione ipſi Preſſioni æquali *; ubi non contrariâ Preſſione deſtruitur, ſed Obſtaculum movet, Preſſio, Vimque generat, Obſtaculi Inertiæ, ut vidimus, Reſiſtentia, aut Reactio, tribuenda eſt *. * 361. * 364.

698. *Pro parte ſæpe contrariâ Preſſione deſtruitur Preſſio, quod ſupereſt in hoc caſu movet Obſtaculum, & Vim generat*; ſic Navis quæ fune trahitur, ab aquâ patitur Reſiſtentiam: quamdiu hæc minor eſt Preſſione illâ, quâ funis trahitur, augetur Navis Celeritas, & Reactio, quæ Actioni æqualis eſt, cum utramque partem versùs funis æqualiter diſtendatur, pro parte Inertiæ Navis tribuenda eſt. Ubi, auctâ Celeritate, eò uſque Reſiſtentia aquæ crevit, ut ſola Actionem deſtruat, quâ Navis protrahitur, Motu æquabili, Vi inſitâ, progreditur hæc; duabus Preſſionibus, in hanc agentibus, ſeſe mutuò deſtruentibus; ut de Curru antea obſervavimus *. * 364.

699. *In omni caſu in quo Preſſione Obſtaculum movetur, aut hujus Motus augetur*, non contrariâ Preſſione in totum deſtruitur Preſſio, quare *Vis generatur.*

Preſſio, in inſtanti infinitè exiguo, Velocitatem, ideòque Vim, infinitè exiguam Corpori tantùm communicare poteſt; *Vis* ergò eſt Effectus Preſſionis, quæ per tempus finitum in Corpus egit, & *valet Actionem Preſſionis, quæ ipſam communicavit*; Effectus enim integræ Cauſæ reſpondet: idcircò Vis æqualis eſt Actioni integræ, quam exerit Preſſio, dum per tempus finitum agit. Preſ- 700.

ſio verò ipſa ſingulis momentis, infinitè exiguis, deſtruitur; & quando de ejus magnitudine agitur, Actio, quam in tali inſtanti præſtat, conſiderari tantùm debet; hæc enim diſtincta eſt ab Actione Preſſionis, quæ momento præcedenti egit, aut in ſequenti aget. Unde ſequitur

701. *Vim Preſſionem ſuperare, quantùm tempus finitum momentum infinitè exiguum excedit.*

702. Ergò *Preſſio omnis reſpectu Vis inſitæ eſt infinitè exigua.*

703. Idcircò *Vis minima maximam poteſt ſuperare Preſſionem.*

704. Qui conati ſunt Experimentis Preſſionem cum Vi inſitâ conferre, effectum Preſſionis conſiderarunt, in quo Corpus fuit confractum, aut Partes intropreſſæ, quod
* 699. ſine Motu locali, ideòque Geneſi Vis inſitæ *, fieri non potuit; cujus Vis inſitæ Effectus, cum Effectu alîus Vis fuit collatus.

Cum quotidianis quoque Obſervationibus congruit, Ictum minimum majorem eſſe Preſſione quacunque. Detur enim Preſſio, quantumvis magna, ſi ipſi opponatur Obſtaculum, quod, per tempus minimum, ab ipsâ ſuperari non poteſt, in perpetuum non poterit. Ictus tamen quantumvis exiguus, ſæpius repetitus, obſtaculum omne deſtruere poteſt.

In his omnibus non agitur de Preſſione infinitè magnâ, quæ tempore finito Vim generat infinitè magnam.

Quando Preſſio Vim generat non in Acceleratione æquales gradus Velocitatis æquali Actione communi-
705. cantur; *ut* enim *æquales gradus Velocitatis Corporibus æqualibus*, quorum unum quieſcit, alterum movetur, *æqualibus Actionibus*, *communicentur*; *requiritur ut illud*, *quod in Corpora agit*, *reſpectu utriuſque eandem habeat relationem*; id eſt, deſideratur ut Cauſa movens, eâdem Velocita-

te

te cum Corpore moto feratur, in quod tunc poterit agere ut in Corpus quiescens: *Actio* autem, *quâ Causa* 706. *movens transfertur*, *superaddenda est Actioni hujus ipsius*, *ut habeamus Actionem integram quâ Corpus movetur*. Utraque enim Actio ad Corpus movendum impenditur. Hinc 707. deducimus *difficiliùs Corpus accelerari quàm moveri*, *& eò majori difficultate*, *quò majorem jam habet Velocitatem*.

Ut Pressio auget Velocitatem, ideòque *Vim*, sic etiam 708. hanc *Pressione minui posse*, satis manifestum est; Vimque destruere Actionem contrariam, dum consumitur: quæ Resistentiæ destructio vocatur Effectus ipsius Vis, ut jam diximus *. * 691.

Corpus autem ipsum dum agit, nullam patitur Actionem, exceptâ Reactione ex Obstaculi Resistentiâ, quæ Reactio, cùm Actioni æqualis sit *, sequitur *Corpus pati* 709. *quantùm agit*; *& Actionis Effectum in Obstaculum sequi rationem ipsius Vis amissæ*, diminutio enim ipsius Vis est Effectus Reactionis; unde deducimus, Vires integras proportionales esse Effectibus quibus consumuntur, quod etiam aliâ consideratione evidens est. * 361.

Nunquam Corpus, in instanti indivisibili, Motum acquirit, aut amittit; fit hoc semper successivè: & ut Actio integra, quâ Motus communicatur, valet summam omnium Actionum minimarum, quibus successivè agentibus Motus fuit communicatus *; sic Actio integra ipsius Corporis valet summam Actionum minimarum, successivarum, quibus Motum consumsit Corpus. 710. * 697. 700.

Quò major est Resistentia, quam certo momento patitur Corpus, eò ipsius Actio in hoc ipso instanti major est. Ideò, si continuetur Resistentia, quò major hæc erit, eò citiùs integram Corpus amittet Vim; Effectus tamen diver- 711.

diversus non erit; nam Vis quæ Resistentiâ destruitur, proportionem sequitur ipsius Resistentiæ, & Temporis per quod egit; id est Vis amissa sequitur rationem compositam Resistentiæ & Temporis; quam eandem rationem sequitur Actio Corporis, & Effectus quem edit.

712. Ita ut iterum pateat *Vim amissam Effectui, quem edit dum destruitur, proportionalem esse, sive breviori sive longiori Tempore destruatur.* Quod cum Experimentis convenire postea videbimus. Demonstravimus superiùs Vim æqualem
*700. esse Actioni quâ communicatur *; ex his autem patet etiam æqualem esse Vim Actioni quâ consumitur; Unde
713. deducimus, *eâdem Actione gradum quemcunque Velocitatis tolli, quâ communicari potest.* Æquali Actione quâ Corpori, quod novem habet gradus Velocitatis, decimus superadditur, si decem haberet, ad novem reduceretur.

714. Ex quibus sequitur *Corpus difficiliùs accelerari quàm retardari.* Si Corpus decem habeat gradus Velocitatis, fa-
*707. 713. ciliùs tollitur decimus quàm communicatur undecimus *.

Ex his generalioribus de Viribus insitis harum Mensura deducenda erit; non autem quæ de Mensurâ Pressionum demonstrata sunt ad Vires immediatè referre debemus; toto Cœlo enim differunt hæc duo Pressio & Vis.

715. 1°. *Pressio in loco agere potest*, *Actio* autem *Vis insitæ est de loco in locum:* nisi enim Corpus sit in Motu, Vi insitâ agere non potest; etiam ut Inertiâ resistat, ex loco moveri debet.

716. 2°. *Intensitas Pressionis* in punctum, cui immediatè applicatur, determinata est in singulis momentis, *pendet* hæc *ab ipsâ Pressione. Intensitas Actionis Vis* cujuscunque *insitæ*, non ab hujus magnitudine; sed *ab Obsta-*

culo

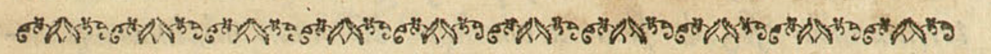
culo pendet, quod in infinitum, manente Vi, variari potest *. *711.

3°. *Actio Pressionis* est indeterminata, *mutatur pro circumstantiis* *, & , *cæteris paribus*, *sequitur rationem Temporis per quod egit. Vis autem Corpori insita, datis ipsius Massâ & Velocitate, determinata est, & determinatum tantùm edere potest Effectum*, qui breviori, aut longiori, præstatur tempore, pro majori, aut minori, quam patitur Resistentiâ *. 717. *141. *711.

4°. *Pressio* nulla datur sine Resistentiâ *; *si non agat, non est Pressio. Insita* autem *Vis Corpori inhæret*, & *quamdiu* Corpus, eâdem Velocitate, servatâ suâ Directione, in Motu perseverat, *non agit* Vi suâ, hancque integram servat. 718. *362.

5°. *Pressio & Vis sunt inter se incommensurabiles*; hæc infinitè magna est respectu illius *. 719. *702.

6°. Tandem *Pressio oppositam Pressionem immediatè destruit*; demonstrabimus verò in sequentibus, *Vim nunquam contrariam Vim immediatè destruere posse.* 720.



CAPUT II.

De Mensurâ Virium ex harum Genesi.

PRessione Vim generari vidimus, hancque esse æqualem integræ Actioni, quâ communicata fuit *; quare de integrâ hac Actione determinandâ nunc nobis agendum est. 721. *700.

Actionem Pressionis, cæteris paribus, sequi rationem Intensitatis suæ manifestum est *. 722. *140.

 Actio-

723. *Actionem, datâ Pressionis Intensitate, sequi rationem* Spatii percursi, certo Tempore, à Puncto cui applicatur,
* 141. 361. quoque vidimus *. Hoc fundamento nituntur omnia quæ de Æquilibrio demonstrata sunt; unius Unciæ Pondus sustinet integræ Libræ conatum; quando, datâ Punctorum quibus applicantur agitatione, illius Spatium percursum decies & sexies superat Spatium quod integra Libra eodem Tempore percurrit. Spatium autem, certo Tempore percursum, sequitur rationem *Velocitatis puncti*
* 119. *translati* *.

724. Tandem Actionem Pressionis, quæ per Tempus agit, hujus Temporis rationem sequi quoque clarum est.

725. Ergò *Actio integra Pressionis est, ut hujus Intensitas* *,
* 722. * 723. *ut Velocitas Puncti cui applicatur* *, *& ut Tempus per quod*
* 724. *egit* *, id est, sequitur rationem compositam ex hisce tribus rationibus; estque ut productum quod habetur multiplicatis hisce tribus; & nihil præterea, in hac determinatione considerandum esse satis clarè patet.

Si, durante Actione, Potentiæ Intensitas, aut Pun-
726. cti Velocitas, varientur, *pro singulis momentis Actio determinanda est, & summa omnium Actionum minimarum va-*
* 700. *lebit Actionem integram*; cui Vis comunicata æqualis erit *; si nullum alium, præter generationem ipsius Vis, præstiterit Effectum.

Spatium percursum sequitur rationem Temporis &
* 121. Velocitatis *; Unde deducimus considerationem Temporis & Velocitatis, in indicatâ computatione, negligi
727. posse, si modò attendamus ad *Spatium percursum à Puncto quod premit*; & Spatium hoc *ductum, in Intensitatem Pressionis, exprimet Vim communicatam.*

728. Si *Punctum, dum percurrit Spatium determinatum* A B, certâ

certâ Vi premat, id est *si Intensitas Pressionis determinata sit, eandem præstabit Actionem, sive celerius, sive lentius, moveatur*; Tempus enim minuitur, quantum Velocitas augetur, & vice versâ; id est quantum Actio unius respectu minuitur, in tantum alîus respectu augetur*; ideo *in hoc casu ad Tempus non attendimus.* TAB. XXV. Fig. 1. * 723. 724.

729. Si Pressionis Intensitas varietur; sed in singulis punctis lineæ determinata sit; in singulis Spatiolis Actio quoque determinata erit; & summa Actionum minimarum quoque eadem erit, quocunque tempore linea à Puncto premente fuerit percursa.

730. Casus hic extat, quando Lamina elastica, flexa, (quam in sequentibus *Elasterium* vocabimus) relaxatur. Tunc Punctum premens Spatium percurrit ut A B; & in variis relaxationibus, positis singulis Vicibus eâdem Elasterii inflexione, eadem est Actio; quia singulis vicibus idem Spatium percurritur, & in puncto quocunque determinato, ut *c*, Viæ percursæ, eadem est Pressionis Intensitas, in singulis relaxationibus.

731. Ergò *Idem Elasterium, eodem modo flexum, dum relaxatur æqualem semper Vim Corpori communicat, sive lentiùs sive velociùs relaxetur*, si Elasterii inertia à Corporis inertiâ non separata sit; quod obtinet, si Elasterium partem Corporis constituat. Hoc in Experimentis semper observabimus, & in omnibus Corporibus Elasticis locum habet.

MACHINA,

Quâ Experimenta instituuntur de Pendulo, Actione Elasterii, moto.

732. Tabula A B C ex ligno crassiori, verticalis, insistit pedi D F E, interpositis Sustentaculis H, H. Ut Tabula hæc magis firma sit, ipsi, ad partem posticam, jun- TAB. XXV. Fig. 2.

 gitur

gitur Affer I verticalis, & ad A ferè pertingens: cohæret hic cum Affe L, triangulari, rectangulo, cujus basis Regulæ F, ipfius pedis, applicata eft.

733. Pes fuftinetur tribus Rotulis, fimilibus illis quas fu-
* 567. periùs * indicavimus. Cochleis autem tribus ferreis, *c*, *c*, (tertia repræfentari non potuit) firmatur Machina, ipfam paululum elevando; & his in fitu difponitur, ut Tabula fit verticalis, & linea B C horizontalis; quem fitum indicat Perpendiculum T.

Ad exiguam tantùm altitudinem fupra Bafin D F E elevatur Machina, ut magis firma fit.

734. Tabulam ipfam, circa fuperiorem partem, perpendiculariter trajicit Vectis ferreus quadratus M, qui, ad pofticam Tabulæ partem, ita firmatur, ut omninò fit immobilis. Super hoc movetur Tubus, æneus, quadratus, qui quatuor cochleis firmatur.

735. Cum hoc Tubo duæ cohærent Laminæ, quæ fuftinent Regulam ferream O Q, fatis craffam, ut quando agitatur motu tremulo non afficiatur; circa Axem, in fuperiori parte Regulæ hærentem, agitatio fit. Axis hic chalibeus eft, benè politus, & perfectè firmatus; hujus extremitates conicæ funt, & in cavitates, aut capfulas benè levigatas, ejufdem figuræ, penetrant, & verfantur. Cava hæc conica in extremitatibus dantur Cochlearum, quæ dictas Laminas trajiciunt, & in quibus ita hærent ut difficulter moveantur; exiguo motu unius Cochleæ agitatio tremula Axis in ipfis capfulis impeditur.

Regula O Q, quæ, cum iis quæ ipfi junguntur, & de quibus poftea, Pendulum format, in fitu verticali, fuperficiei Machinæ parallelo, quiefcit; & quando agitatur, in plano huic fuperficiei parallelo movetur.

Ex

Ex Motu angulari hujus Penduli determinamus Vim quâ agitatur; Motumque hunc Indicibus determinamus duobus, in ſciſſuris *mm*, *nn* mobilibus, quorum ultimus ſolus hic repræſentatur; firmantur cochleis poſteriori parti Tabulæ applicatis. Hujus ſuperficies juxta ſciſſuras paululum excavata eſt, quo motus Indicum dirigitur. Conſtant hi ex Lamellâ ut *eh*, cum quâ, ad poſticam partem, in extremitate *h*, cochlea cohæret, & cui ipſe Index *ef* ad angulos rectos inſiſtit, ſuper hunc mobilis eſt Curſor minor *i*, qui ad libitum, in loco quocunque Indicis firmatur. Separatim talis Index exhibetur in G. 736.

Firmatur hic Index, ut determinet altitudinem, ad quam in certo Motu adſcendit Pendulum, aut altitudinem à qua demittitur in aliis Experimentis. Ab hac altitudine pendet Velocitas, quam Pendulum deſcendendo acquirit; & in adſcenſu determinat Velocitatem, quâ Pendulum ſurſum propellitur.

Velocitates has menſuramus, Regulis æneis, diviſis, 737.
V X, Y Z, quæ, in ſitu horizontali, Tabulæ ſunt applicatæ; hujus ſuperficies ita excavata eſt, ut hæc conveniat cum Regularum ſuperficiebus; Regulis, à poſticâ parte, cohærent cochleæ, per ſciſſuras in Tabulam penetrantes, ut Regulæ firmentur; ſciſſuræ loco foraminum adhibentur, ut magis accuratè Regulæ conſtituantur, quarum extremitates X, Y, reſpondere debent ſuperficiebus Penduli; utraque nempe ſuperficiei, quæ cum ipſâ ad eandem partem datur; quod exactè determinatur ope Normæ *logp*; applicatis enim ipſi Tabulæ lineis *og*, *gp*, ad angulos rectos habebimus erectam *gl*, quæ ſi applicetur ſuperficiei Penduli, dum hoc quieſcit, Punctum *g* cum

Regulæ extremitate convenire debet. Elevato Pendulo utcunque, hujus inclinationem mensuramus, si Norma ita applicetur, ut *g l* perpendicularis sit in superficiem Tabulæ, & magis elevatam superficiem lateralem Penduli tangat; tunc, si Punctum *g* in lineam divisam Regulæ cadat, conveniet hoc cum divisione, quæ quæsitam inclinationem indicat.

Regularum divisiones initium habent in extremitatibus X, Y, & indicant angulos inclinationis Penduli, quorum subtensæ, quæ Velocitatum rationem sequuntur *, sunt ut numeri divisionibus adscripti; integra Regula continet divisiones 24, quæ singulæ in decem minores iterum divisæ sunt. *441.

738. TAB. XXVI. Fig. 1. Pendulo Cursores tres applicantur; qui, juxta hoc mobiles, in loco quocunque ad libitum firmari possunt; duo exhibentur in A & B, tertius ipsi A similis est; foramina *e*, *c*, *d*, quorum solum *c* videri potest, & quæ æqualia sunt, & eodem modo disposita, cochleam continent, ut ipsis Cursoribus applicentur Solida F, G, H, I, L (TAB. XXVIII. Fig. 7.), quæ caudâ, cochleam efficiente, sunt instructa; sextum datur ipsi H simile & æquale; de his postea separatim dicam, ubi singulorum usum explicabo. Quatuor ex his Solidis junguntur Cursoribus duobus primis ut A; tertio, ut B, in *e* additur quintum. Omnia hæc Solida æqualiter ponderant, & æquales altitudines habent.

739. TAB. XXVIII. Fig. 1. Tertio Cursori B jungitur in *f*, auxilio duarum Cochlearum *g*, *g*, in foramina *i*, *i*, penetrantium, Elasterium chalibeum O O. Hujus Lamina M M superficiei Cursoris applicatur, & cochleæ, quibus firmatur, foramina *v*, *v*, trajiciunt. Elasticitas in annulis O, O, hæret; id est, hi Elastici sunt; & ideo Laminæ P, P,

quando

quando Laminæ M M admoventur, ſponte, ubi relaxantur, ab hac recedunt.

In medio Laminæ M M Lingula hæret chalibea *r* S, ad latera dentata, & cujus caput S, ultra P, P, parum prominet & perforatum eſt.

Tres Curſores (duo primi cum Solidis, & tertius cum Solido & Elaſterio) æqualiter ponderant; & ſingulorum partes ita ſunt in æquilibrio, ut, Pendulo O Q applicati, hujus ſitum non mutent: tertius cum conjuncto Elaſterio, & Solido, cum Pendulo conjunctum exhibetur in R; poteſtque Pendulum Elaſterio agitari; quod ut fiat, Lamina ferrea S Tabulæ A B C applicatur. TAB. XXV. Fig. 2.

740. Laminam hanc ſeparatim exhibemus in A B; cum hac ad angulos rectos & alia cohæret B C, etiam ferrea, quæ in medio perforata eſt. TAB. XXVI. Fig. 2.

Huic duæ minores Laminæ cupreæ, *de*, *ni*, quoque ad angulos rectos, inſiſtunt; quæ ſuſtinent Laminam chalibeam *fg*, tenuiorem; Hæc ſeparatim exhibetur, juxta veram magnitudinem delineata, in F G; quatuor auribus *h*, *h*, *h*, *h*, prædita eſt, quas cochleæ trajiciunt, quando Lamina firmatur; in hujus medio foramen datur oblongum L. Anterior ſuperficies, quæ in Fig. 4[ta] exhibetur, polita eſt; poſterior ſuperficies in Fig. 3[a] repræſentatur, & levigata etiam eſt. Huic applicantur Retinacula duo *pq*, *pq*, mobilia circa cochleas in *p*, *p*, quæ ipſa retinent; Elaſteria debilia pinnulis *r*, *r*, applicant Retinacula, tuncque capita *q*, *q*, conveniunt; & ubi hæc ſeparantur, ſibi permiſſa ad eundem ſitum redeunt. Retinaculorum facies poſteriores, quas in Fig. 3. videmus planæ ſunt, illæ autem partes facierum anteriorum, (Fig. 4.) quas in foramine, in medio Laminæ, detegimus, Fig. 4.

mus, L versùs convexæ sunt.

741. Fig. 2. Capita *q*, *q*, separantur quando deprimitur Malleus *m*; qui agitatur motu Caudæ *vt*; quâ agitatione versatur Axis *ts*, cui ad angulos rectos insistit ipsius Mallei Cauda *mo*.

742. Lamina A B perforata est in *zz* & *yy*, ut hæc, duabus Cochleis, ex ære, ut *h*, per foramina trans lignum penetrantibus, auxilio cochleæ exterioris *q*, interpositâ Lamellâ cupreâ *l*, ne lignum lædatur, firmari possit.

743. TAB. XXV. Fig. 2. Lamina hæc, ut diximus, in S exhibetur, & Cochlearum capita in *b*, *b*; potestque in quatuor aliis locis firmari Cochleis per foramina *a*, *a*; *a*, *a*; *a*, *a*; *a*, *a*; penetrantibus: Cursor R ad talem firmatur altitudinem, ut Lingula Elasterii respondeat foramini Laminæ Retinaculis instructæ *; in hoc foramen Lingula intruditur, quo Retinacula, propter obliquitatem dentium in anteriori parte, paululum separantur, sed statim redeunt ubi dentes primi ultra Retinacula pervenerunt; tunc Elasterium flexum cum ipsâ Laminâ cohæret; si magis Lingula intrudatur, dentes sequentes usu veniunt, & magis flectitur Elasterium; potestque hac Methodo inflexio variari.

* 730.

Firmanda nunc est Lamina S ita, ut manente Elasterio flexo, Pendulum in situ verticali constituatur. Hoc præstatur si ipsi Pendulo in antecessum, ubi sibi permissum hunc situm sponte acquisivit, Index *ef* admoveatur, & firmetur, ut post flexum Elasterium Penduli situm determinet; qui etiam auxilio Normæ *glop* determinari potest. Locus Laminæ S, qui hac methodo detegitur, mutatur, si alia sit Elasterii inflexio.

744. Præter tres memoratos Cursores *, etiam Pendulo eodem

* 738.

dem modo junguntur Pondera duo P, T, quorum primum in P exhibetur in (TAB. XXV. Fig. 2.;) Pondus hoc primum est duarum librarum, & altitudo sesqui pollicis; secundum T altitudinem duplam habet, trium nempe pollicum; sed tantùm dimidiatam ponderat libram. TAB. XXVI. Fig. 5.

Mobilia sunt hæc Pondera juxta Pendulum, & ad libitum cochleis firmantur.

EXPERIMENTUM I.

Pendulum superius * memoratum suspenditur; ipsi applicantur Cursores tres *, qui ad diversas altitudines firmantur ita, ut respondeant foraminibus, in Tabulâ majori, per quæ Cochleæ *b*, *b*, transmittuntur; Cursor R Elasterium conjunctum habet. 745. TAB. XXIX. Fig. 1. 2. 3. * 735. * 738.

Distat R viginti sex pollicibus à Puncto suspensionis, & ita flectitur Elasterium, ut primi Lingulæ dentes post Retinacula penetrent *: motu Mallei relaxatur Elasterium *; &, repetitis tentaminibus, quæritur ubi Index collocandus est *, ut ad hunc Pendulum perveniat, non verò incurrat; quod quàm exactissimè determinari potest. Fig. 1. * 743. * 741. * 736.

Mutatur nunc situs Cursorum inferiorum; R collocatur ubi erat B, ad distantiam viginti pollicum à Centro motûs, & vice versâ B ubi erat R; mutato quoque situ Laminæ S. Flectitur nunc Elasterium, ut in præcedenti casu; &, relaxato hoc, ad eandem altitudinem adscendit Pendulum. Fig. 2.

Ponatur R ad distantiam octo pollicum à Centro Motûs, in loco ipsius A, & vice versâ; si eodem modo reliqua peragantur, altitudo quoque erit eadem. In his tribus tentaminibus Elasterium eodem modo flectitur, sed inæqualibus temporibus relaxatur, & eundem, sin- Fig. 3.

 gulis

gulis vicibus, præstat Effectum, eandemque Vim generat.

746. In hisce ad omnia benè attendendum, minima negligentia turbat Experimentum; ideò raró perfectam angulorum æqualitatem habemus. In nostris Experimentis, hìc explicatis, angulus maximus paululum superavit 44. divisiones minores Regulæ æneæ *; quæ divisiones vix decimam quintam Pollicis partem valent; & hujus anguli differentia, cum angulo minimo ex tribus, minor fuit unâ tali divisione. Mihi aliquando contigit minorem fuisse differentiam; sed difficulter eò pervenimus: difficultas verò est omnium maxima, quando Elasterium in extremitate inferiori Penduli huic jungitur; in quo casu minimum quid satis sensibiliter turbat Effectum. Nunquam autem necessarium est situm hunc Elasterii eligere; Propositio, ipso hoc nostro Experimento *, abunde confirmatur.

* 737.

* 745.

747. Videamus nunc quæ ad comparationem Virium immediatè pertinent.

Singulas Materiæ particulas, eodem modo motas, æqualibus Viribus agitari clarum est, *si ergò duo Corpora, æqualibus Velocitatibus ferantur, sunt Vires*, ut numeri particularum in singulis, id est, ut quantitates Materiæ, aut *ut Massæ*; hoc nomine enim Materiæ quantitatem in Corpore exprimimus.

748.

Si Massæ conveniant, sunt Vires, ut Actiones, quibus Velocitates diversæ ipsis communicantur *.

* 700.

749. Corpori autem quod Motum acquirit, non subitò communicatur Velocitas determinata *; successivè transit per omnes hujus gradus minores, dum continuata Actio in illud datur. Ponamus hanc esse Pressionem, cujus

* 710.

Inten-

Intensitas maneat, dum hujus Actio continuatur ita, ut Actio immediata in Corpus sit continuò eadem; quod obtineri non poterit, nisi Punctum premens eâdem Velocitate cum Corpore continuò feratur *; in hoc autem *705.
casu, æqualibus temporibus, æquales gradus Velocitatis Corpori communicantur *; & Velocitas est ut Tem- *705.
pus per quod Pressio in Corpus egit: Ponimus Corpus non retineri, & Pressionem nullum alium præstare Effectum.

Ponamus lineam A B repræsentare Tempus, per quod 750.
pressio egit; B C Velocitatem Tempore A B communi- TAB. XXXII. Fig. 1.
catam; D E, parallela B C, repræsentabit Velocitatem Tempore A D Corpori impressam.

Si A B concipiamus divisam in innumeras partes æquales, infinitè exiguas; in hisce singulis, propter Tempora æqualia, & Intensitates æquales, Actiones, erunt ut Velocitates *. *723.

Ergo in eadem ratione Corporis Resistentiæ.* Unde *361.
generalem deducimus conclusionem, *Corpus, quod deter-* 751.
minatum gradum Velocitatis, infinitè exiguum, acquirit, Accelerationi resistere in ratione Velocitatis, quam habet.

Unde sequitur *Actionem, quâ Velocitas Corporis, quod* 752.
jam Velocitate finitâ movetur, gradu infinitè exiguo augetur, in infinitum superare Actionem, quâ æqualis gradus infinitè exiguus Corpori quiescenti communicari posset.

Actio in momento, quod respondet Temporis instanti D, lineâ D E repræsentatur; omnesque lineæ similes repræsentant Actiones in momentis, quæ ipsis respondent; & omnes simul repræsentant integram Actionem. Harum linearum non mutatur ratio, si singulis eandem latitudinem concedamus *, & quidem illam, quæ va- *1. El. VI.

 let

let lineolam, quâ unum, ex memoratis momentis, infinitè exiguis, exhibetur; ſed in hoc caſu omnes lineæ ſimul efficiunt ſuperficiem A B C; quæ ergo integræ Ac-
* 700. tionis, ideòque ipſius Vis communicatæ *, rationem ſe-
753. quitur. Idcircò poſitis, *in eodem Corpore*, Velocitatibus ut D E, B C, *Vires ſunt* ut ſuperficies A D E, A B C; id
* 19. El. VI. eſt, *in duplicatâ ratione*, *aut ut Quadrata*, *Velocitatum* *.

Caſus, quem examinavimus, exſtat in Corporibus cadentibus, & circa quæ demonſtravimus, ratiocinio huic ſimili, Spatia cadendo percurſa, ab initio caſûs menſu-
* 374. rata, eſſe inter ſe, ut Quadrata Velocitatum cadendo ac-
754. quiſitarum *; unde deducimus, *Vim, cadendo acquiſitam*, *eſſe*
755. *ut altitudinem*, *à quâ Corpus cecidit* *; & hinc ſequitur *Gravi-*
* 393. *tatem*, *quæ*, *æqualibus temporibus*, *æquales Corpori communicat*
* 370. *gradus Celeritatis* *, *non eidem æquales gradus Vis communi-*
* 751. *care* *; ſed illud, quo Corpus ad Tellurem tendit, cum
* 749. ipſo Corpore moveri *; dum in Corpus motum agit,
* 371. ut in quieſcens *.

756. Vires eſſe inter ſe in dictâ ratione duplicatâ Velocitatum, aliis quoque demonſtrationibus, ex Principiis, quæ nihil inter ſe, neque cum his ex quibus nunc ratiocinati ſumus, commune habent, deductis, patebit, ubi de Motu compoſito, & Fluidorum Reſiſtentiâ, agam.

757. *Vires*, *corporibus motis inſitæ*, non poſſunt differre niſi reſpectu quantitatis Materiæ in Corpore, aut Velocitatis, quâ hoc fertur; undè univerſalem comparandarum Virium deducimus. Regulam; *ſunt* enim *in ratione compoſi-*
* 748. * 753. *tâ Maſſarum* *, *& Quadratorum Velocitatum* *.

758. Quare *æquales ſunt Vires*, *ſi Velocitatum Quadrata fuerint inverſè ut Maſſæ*.

759. Tales etiam ſunt Velocitates, quæ Actionibus æqualibus,

libus, (quales ſunt Elaſteriorum æqualium, ſimilium, & æqualiter inflexorum, relaxationes, quando Elaſteriorum Inertia à Corporum Inertiâ non differt *), Corporibus inæqualibus communicantur. * 731.

MACHINA,

Quâ plurima Experimenta, de Viribus inſitis, & Corporum Colliſione, inſtituuntur.

Conſtat Machina hæc, quæ lignea eſt, ex Tabulâ verticali CB, longa circiter pedes tres, & latitudinem, aut altitudinem, habens novem pollicum. Suſtinetur hæc duabus Columnis D, D, quæ interpoſitâ Cruce firmantur. Cum hac Tabulâ cohæret minor Tabella horizontalis A, quæ ſuſtinetur ab anteriori parte ab ipſâ Tabulâ CB, & ad partem poſteriorem columnâ E, cujus diameter eſt ferè trium Pollicum cum ſemiſſe, & cujus ſitus, collatis figuris, clarè cognoſcitur. Huic alia ſuperimponitur Columna M, & quidem ita, ut ambæ exactè reſpondeant, & una ſit quaſi alîus continuatio. Columnæ M pars inferior N in duas partes ſeparata eſt, quæ penetrant per foramina *x*, *x*, Tabellæ horizontalis A, ut ſeſe jungant parti b ſuperiori Columnæ E, in quo ſitu firmatur cuneo d, per foramina y penetranti. Quando Columna M ita diſpoſita eſt, Tabellæ PP, ex ligno tenuiori, cum hac Columnâ cohærentis, latus inferius applicatur Tabulæ A; ut magis accuratè ſitus ipſius Columnæ determinetur. 760. TAB. XXVII. Fig. 1. 2. TAB. XXV. Fig. 3.

Columnæ tres E, D, D, Pedi horizontali inſiſtunt GGH. Tribus Rotulis I, I, I, * tota Machina ſuſtinetur, ut facilè moveatur; ubi tamen eâ uti debemus, Cochleis *t*, *t*, *t*, elevatur paululum, & in ſitu verticali quàm exactiſſimè diſponitur; Perpendiculo Q, anteriori par- 761. * 562.

ti Columnæ M applicato, hunc ſitum indicante.

TAB. XXV. Fig. 4. Columnæ M partem ſuperiorem ſeparatim exhibemus, minus imminutam quàm in reliquis Figuris.

762. Pars hæc quadrata eſt, & ipſi jungitur Ancon O, ut ſuſtineatur Regula ferrea S T T, cujus extremitas T T Crucem refert. Firmatur Regula cochleis ferreis f, f, quæ in lignum penetrant, in quo firmatæ ſunt harum partes exteriores etiam ferreæ. Lamellæ e, e, cupreæ, ſunt perforatæ; foraminis autem utriuſque circumferentia, in ſuperiori parte, inciſione interrupta eſt, ut Filum commodè inſeri poſſit.

763. Parti quadratæ ſuperiori Columnæ M, ſuperimpoſitum eſt lignum m, cujus anteriori ſuperficiei applicatur Regula cuprea A A (Tab. xxviii. Fig. 2.), cum quâ cohærent cochleæ L, L; penetrant hæ per foramina in ligno m, quorum unum videtur in *x*: firmatur Regula ope cochlearum exteriorum *m*, *m*, interpoſitis, ne lignum lædatur, lamellis cupreis *n*, *n*. Literis *a a* notatur Regula hæc in Fig. 1. Tab. xxvii.

TAB. XXVIII. Fig. 2. Regulæ huic, in extremitatibus applicantur Cylindri duo Y, Y; quibus jungitur Regula alia cuprea B B, quæ cochleis S, S, per foramina *d*, *d*, in foramina *c*, *c*, penetrantibus, firmatur.

764. Juxta hanc Regulam moventur Tubuli quadrati, G, G, G, F, F, F, quorum unus ſeparatim exhibetur in O; hiſce ſingulis, in inferiori parte, adhæret uncus; poſſuntque Tubuli ad libitum cochleâ firmari. Tubulorum lamellæ ſuperiores majores ſunt; quando conjunguntur, uncorum diſtantia eſt ſeſqui pollicis.

Ut autem, ab utraque parte, æqualiter, à medio Regulæ B B, removeantur, in hoc medio, inferiori Regu-

læ ſuperficiei, in *v*, applicatur Lamella cuprea P, Crucis figuram exhibens, quæ cochleâ *q* firmatur. Quando bra- 765.
chia breviora cum ipſâ Regulâ conveniunt, in ſuperiori parte conveniunt exactè, in medio Regulæ, Tubulorum mediorum laminæ ſuperiores. Quando verò lon- 766.
giora brachia, Crucis P, cum Regulâ conveniunt, unci medii ſeparantur, quantum in multis Experimentis requiritur, ut poſtea videbimus.

767. TAB. XXVIII. Fig. 3. Regula alia datur cuprea CC, Regulæ AA ſimilis, cui etiam alia jungitur DD, cum Tubulis & uncis; differentia autem quæ datur inter has Regulas, & præcedentes, collatione Fig. 2. cum hac, in quâ Tubulus ſeparatim in R exhibetur, facilè patebit.

768. Regula CC jungitur Ferro ſuperius deſcripto *, & quidem inferiori ſuperficiei partis TT, ut hoc videmus in Fig. 1. TAB. XXVII. * 762.

Regula ipſa eſt *cc*, firmata Cochleis *e*, *e*. Regula hæc, & adjuncta *dd*, parallelæ ſunt ipſis *aa*, & *bb*, ſupra deſcriptis *, & omnes parallelæ ſunt Plano CB; unci Regulæ *bb* cum uncis in *dd* reſpondent; id eſt, in utraque Regulâ eodem modo diſponuntur. TAB. XXVII. Fig. 1. *

Unci omnes in eodem Plano horizontali ſunt, & linea, quæ per duos reſpondentes tranſiret, perpendicularis eſſet ad ſuperficiem BC, ſi hæc continuata concipiatur.

769. Corpora, quibus Experimenta inſtituuntur *s* & *r* conſtant ex Rectangulis cupreis, quorum unum exhibetur in AB. Filis, inciſionibus *c*, *c*, *d*, *d*, inſertis, ſuſpenditur hoc. Diſtantia inter *c*, *c*, aut *d*, *d*, eſt trium Pollicum, ut reſpondeat cum diſtantiâ inter primum & tertium uncum, ubi tres junguntur *; modus autem ſuſpen- TAB. XXVIII. Fig. 4. * 764.

ſionis

ſionis collatis inter ſe Fig. 1. Tab. xxvii. & Fig. 3. Tab. xxv. ſatis manifeſtus eſt. Externa Fila uncis *i*, *i*, *h*, *h*, ſuſtinentur, & ipſa tranſeunt per foramina e, e, (Tab. xxv. Fig. 4.), ut ad paxillos, aut cuneolos
Tab. xxv. Fig. 1. *n*, *n*, deducantur; Fila alia ab uncis ſuis directè ad paxillos, *m*, *m*, deſcendunt; converſione cuneolorum Rectangula ad deſideratum ſitum reducuntur; quod ut magis commodè fiat, cùm plura dentur Fila, ſingulis peculiaris color tribuitur. Fila deſiderantur tenuia, ſatis fortia, ut applicanda pondera ferre poſſint, ideò ſerica adhibemus; & illa, quæ ex filamentis, juxta longitudinem, mutuâ inſertione, junctis, efficiuntur, aliis anteponimus, quorum filamenta ſunt contorta.

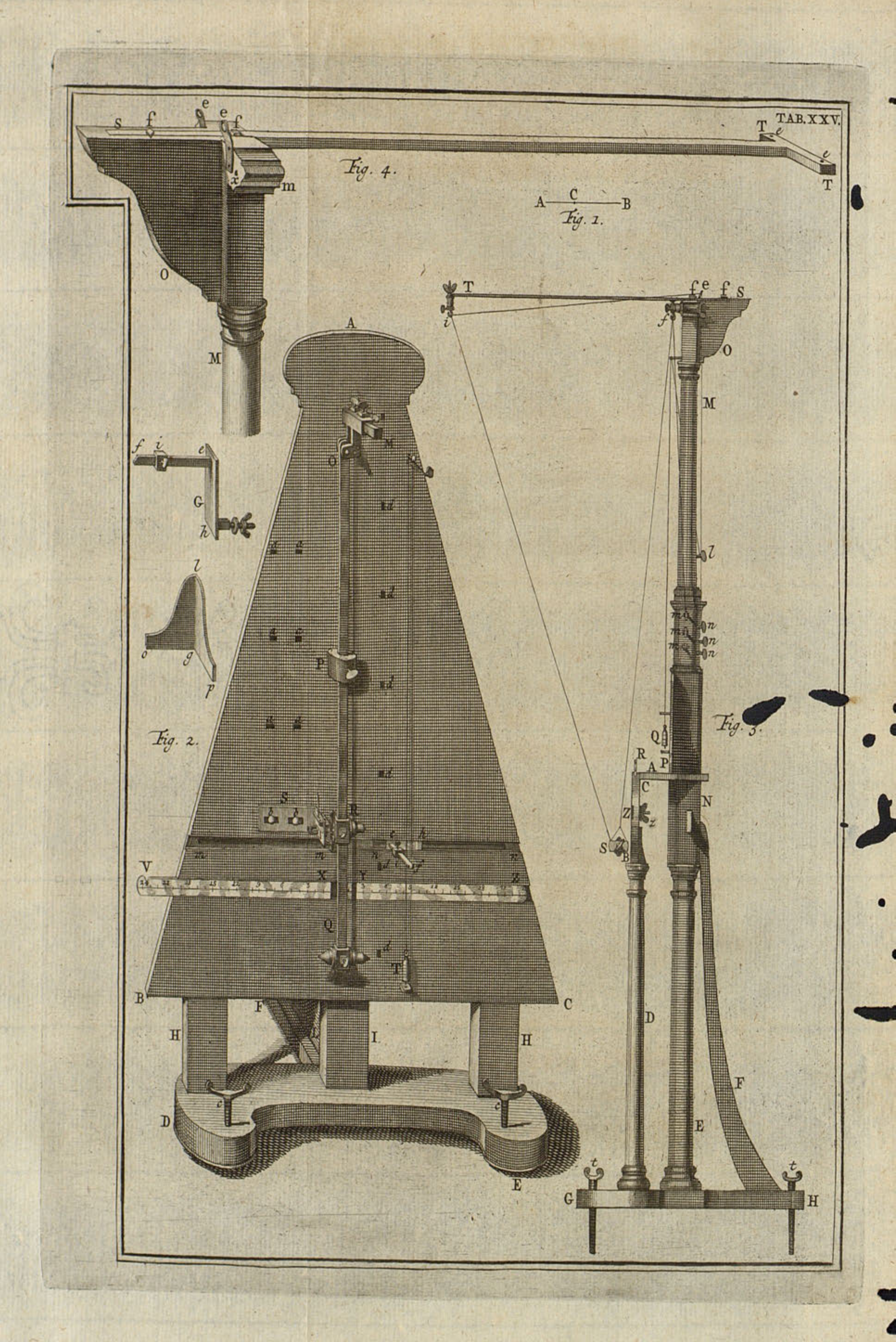
770. Tab. xxviii. Fig. 4. In medio ſuperficiei anterioris Rectanguli A B, datur cavitas *e*, quæ Cochleam continet, & cum quâ reſpondet Conus truncatus *f*, ut magis profunda ſit; cujus Coni & alium uſum ſtatim videbimus.

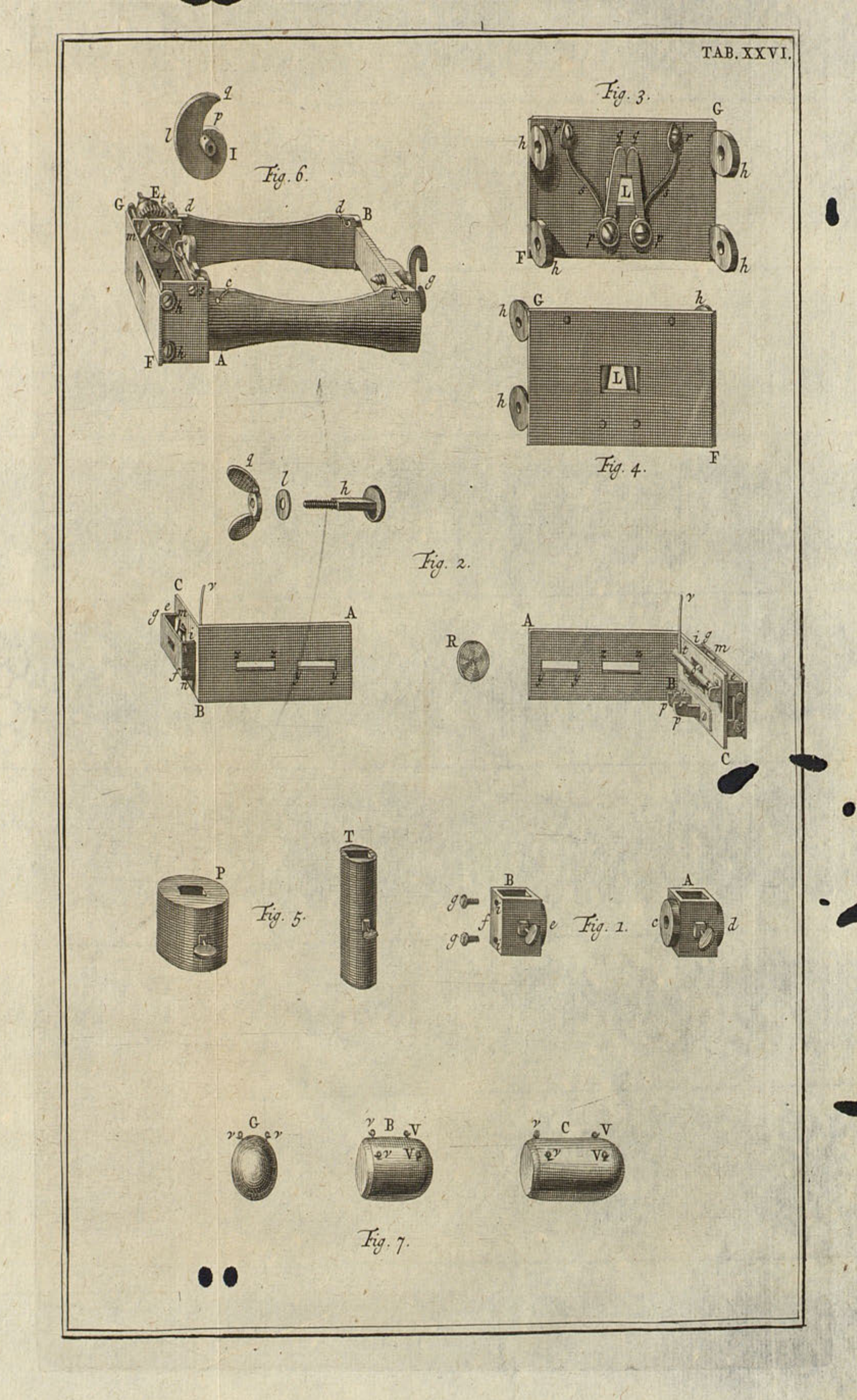
771. Fig. 5. Huic eidem ſuperficiei anteriori Rectanguli varia Corpora applicantur, de quibus ſeparatim dicendum erit, ubi in Experimentis uſu venient: ſingula hæc Corpora æqualiter prominent; etiam hæc æqualiter ponderant; ut determinatum, & idem, ſemper ſit pondus Rectanguli.

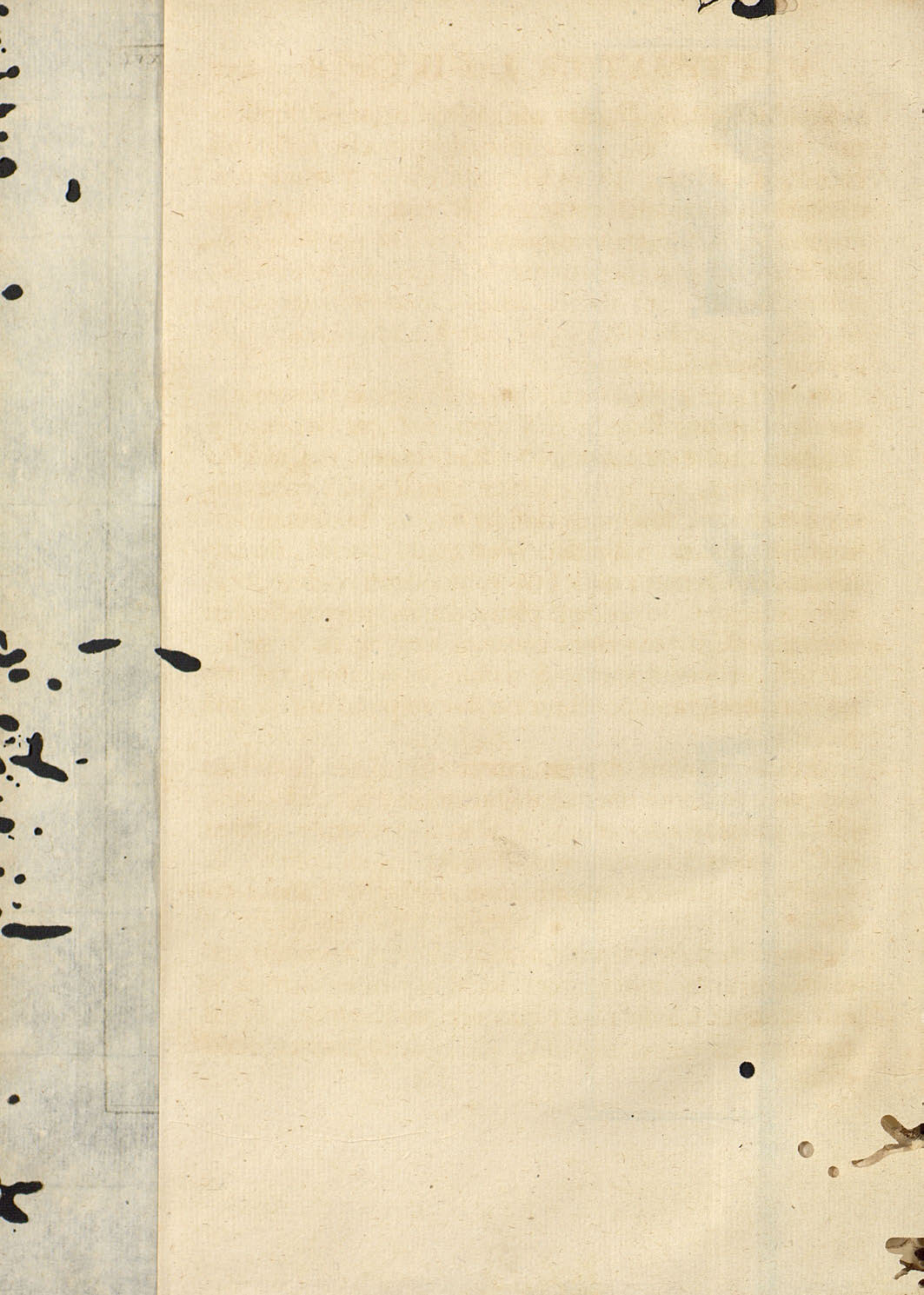
772. Duo talia dantur Rectangula, quæ hoc ſolo differunt; illud quod hìc exhibetur, præter cavitatem *e*, quam indicavimus, duo habet minora foramina *i*, *i*, in anteriori ſuperficie, quibus Cochleæ inſeruntur, ut videbimus poſtea.

773. Secundum Rectangulum, priori ſimile, æquale, & ejuſdem ponderis, duo quoque foramina habet minora in anteriori ſuperficie, non ſupra & infra *e*, ut *i*, *i*, ſed ad latera hujus cavitatis *e*.

Pon-


TAB. XXV.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.


Fig. 6.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 2.
Fig. 5.
Fig. 1.
Fig. 7.



Pondus Rectanguli, cum conjuncto Corpore, duplicatur, triplicatur, aut quadruplicatur, juncto Cylindro cupreo T, T, aut T; in hoc casu conus *f* immittitur cavitati *y*, cum quâ congruit, & firmatur Cylindrus cochleâ *g*, in foramen exiguum, ut *x*, in oppositam illius extremitatem, penetrante: si magis, ex gr. sexies, octies, nonies, aut decies sexies, Pondus augendum sit, solida plumbea V, V, V, aut X, adhibentur, quæ eodem modo firmantur. 774. Fig. 5.

In agitatione Rectanguli hujus Velocitas determinatur divisionibus Regulæ X V, aut Y Z, ut hoc in aliâ Machinâ jam explicavimus *; hæc tamen observanda sunt; scissuras, per quas cochleæ cum Regulis cohærentes penetrant, longiores desiderari, ad minimum novem, aut decem, pollicum. Non etiam Normâ, ibi adhibitâ, indigemus; quia Fila respondentia, anteriora, aut posteriora, in eodem plano dantur perpendiculari superficiei CB (anteriora vocamus quæ minus à medio hujus superficiei distant), & visum dirigendo juxta ambo fila, detegimus punctum cui hæc respondeant in ipsâ Regulâ. 775. TAB. XXVII. Fig. 1. * 737.

Indices, quibus determinamus altitudines, à quibus Corpora in Experimentis demittuntur, aut indicamus illas, ad quas adscendunt, applicantur Regulæ cupreæ R R, juxta longitudinem Tabulæ A dispositæ, & quæ parum ab extremitate anteriori hujus Tabulæ distat. 776.

Figura Indicum separata satis indicat, quomodo juxta Regulam hi moveantur; incisiones fiunt quatuor in *e*, *e*, &c. ut Capsula *ab*, quæ recipit Regulam, in extremitatibus coarctari possit, quo Index, propter elasti- 777. TAB. XXVIII. Fig. 6.

citatem cupri, firmatur; ita tamen, ut translatio juxta Regulam non impediatur.

Indices majores duo desiderantur, exhibentur in O & Q; hi tantùm differunt conjunctione cum Capsulis *a b*; præter hos duos requiruntur tres minores, ut P. Super majoribus moventur Cursores *c*, *c*, qui, Cochleis
* 736. *d*, *d*, ad libitum firmantur *.

EXPERIMENTUM 2.

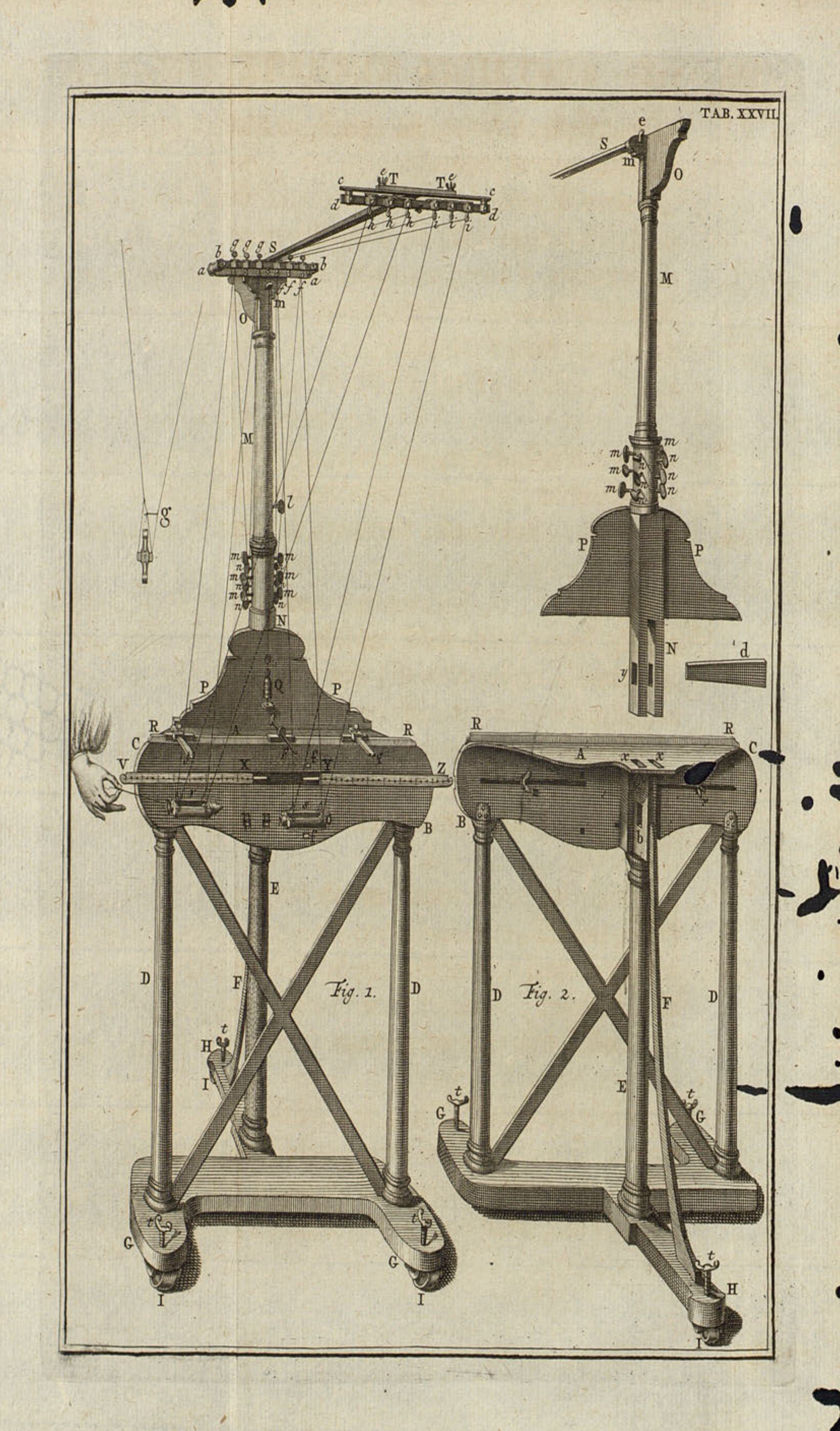
778. Rectangulo cupreo A B *, jungitur Elasterium O O *,
TAB. XXVIII. cochleis illis similibus, quæ in *g*, *g* (TAB. XXVI. Fig.
Fig. 1. 4 * 769. 1.) exhibentur; penetrant hæ per foramina *v*, *v*, in fo-
* 739. ramina *i*, *i*, quæ spiram continent ut cochleam recipiant.

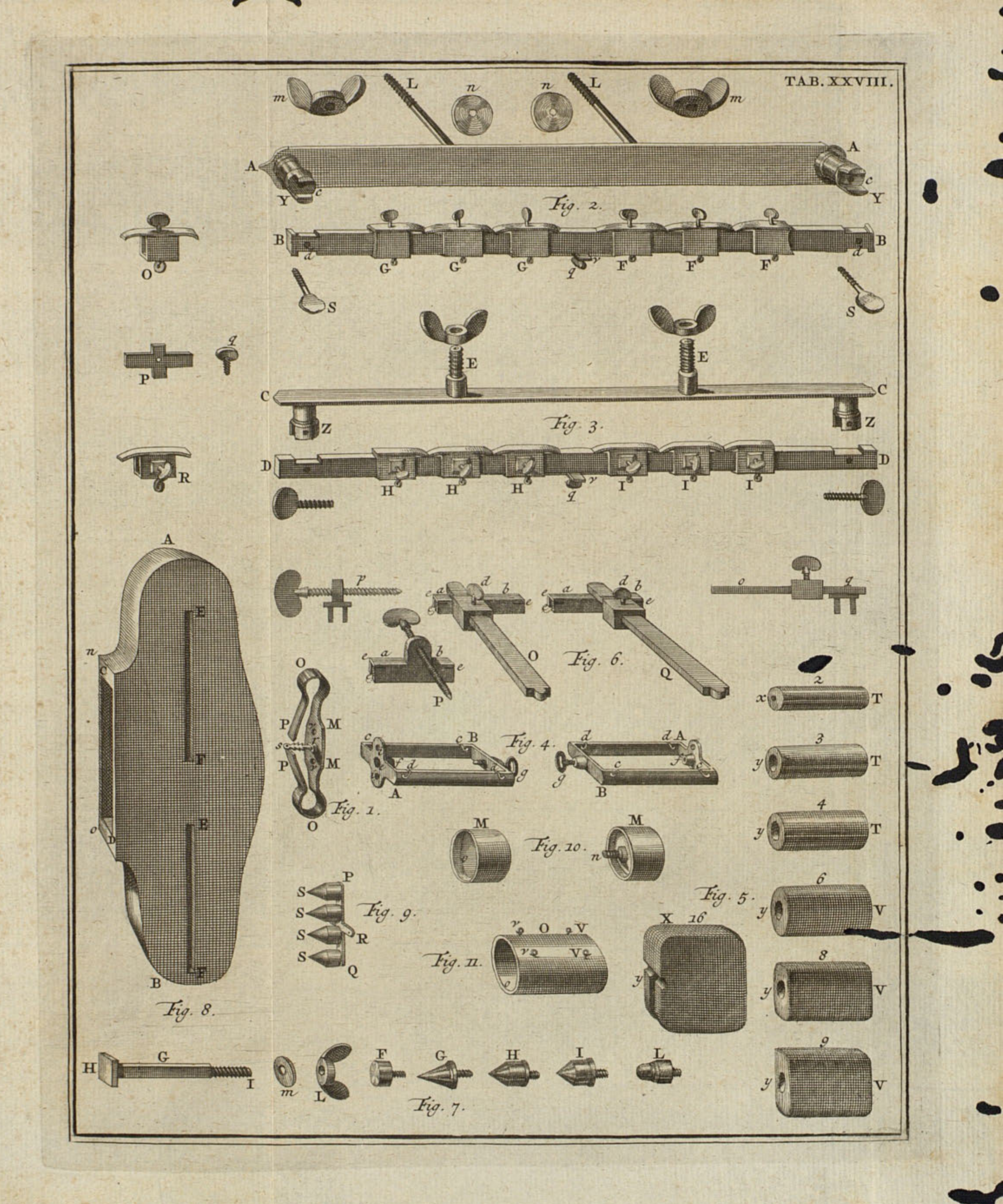
Necesse est, ut Rectangulum determinatum suum
* 771. pondus habeat *; si quid deficiat suppletur hoc, interposità Lamellâ cupreâ tenuiori, quæ etiam perforata est, ut per ipsam dictæ cochleæ penetrent.

TAB. XXV. Suspenditur nunc Rectangulum in loco illius quod ex-
Fig. 1. hibetur in *s*; cùm autem in hoc casu peculiare quid observandum sit in dispositione Filorum anteriorum, hanc separatim exhibemus in g.

Tabulæ B C applicamus Laminam ferream, de quâ su-
* 740 * 742. pra *; Cochleis firmatur *, quæ per foramina n, n, penetrant: Lamina, quæ Retinaculis est instructa, respicit Elasterium; & Rectangulum, cum quo hoc cohæret, ita, conversione cuneolorum *m*, *m*, *n*, *n*, disponendum, ut sit horizontale, habeatque longiora latera superficiei B C parallela; & ut detur ad illam, ab hac superficie, distantiam, & ad talem altitudinem, ut Lingula Elasterii foramini respondeat in medio Laminæ Retinaculis instructæ.

Remo-


TAB. XXVII.
Fig. 1.
Fig. 2.


TAB. XXVIII.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.

Removetur paululum Lamina, ut Corpus liberè suspensum sit; &, ubi quiescit, visus dirigitur juxta posteriora Fila, moveturque Regula Y Z, donec hujus extremum Y ipsis filis respondeat. Admotâ tunc Laminâ, Lingula Elasterii in Foramen illius intruditur, quo Elasterium flectitur, & cum Laminâ cohæret *, quæ ita *743. disponitur, & firmatur, ut Fila iterum extremitati Regulæ respondeant.

In hoc situ ipsam nunc repræsentamus; *fg* est Lami- 779. na Retinaculis instructa, quæ cum majori S cohærens, TAB. XXIX. cum hac ipsâ firmatur Cochleis *b*, *b* *. Premendo caudam Fig 4. *743. *v* Mallei *m*, deprimitur hic, & relaxatur Elasterium *, *741. quod cum conjuncto Rectangulo propellitur. Velocitas communicata tentando detegitur; Index major * dispo- *777. nitur ad illam distantiam ad quam judicavimus Fila elevari; secundo tentamine situs corrigitur, donec tandem eò perveniamus, ut filum accedat ad Indicem, & in hunc non incurrat; habuimus nos Velocitatem 16,8. ultimus numerus minores divisiones exprimit *. *737. 775.

Omnibus manentibus, Rectangulo inseritur Cylin- 780. drus T, ut Pondus Corporis moti fiat quadruplum *: TAB. XXIX. reliqua ut in præcedentibus tentaminibus peraguntur, Fig. 5. *774. & Velocitas detegitur, quæ dimidium est prioris, nempe 8,4.

Sublato Cylindro T, adhibendum illud Pondus plum- 781. beum V, quo Massa sit noncupla prioris *, & Veloci- TAB. XXIX. tas detegitur 5,6. quæ prioris est pars tertia. Fig. 6. *77[illegible]

Si Massa adhibeatur sedecupla primæ, Velocitas valet 4,2.

In his omnibus casibus Actio, quæ Motum communi- 782. cat, est ejusdem Elasterii, eodem modo flexi, relaxatio,

 ideò-

ideòque eadem eſt Actio*; & Quadrata Velocitatum ſunt inversè ut Maſſæ; id eſt, productum Maſſæ per Quadratum Velocitatis ſemper idem.

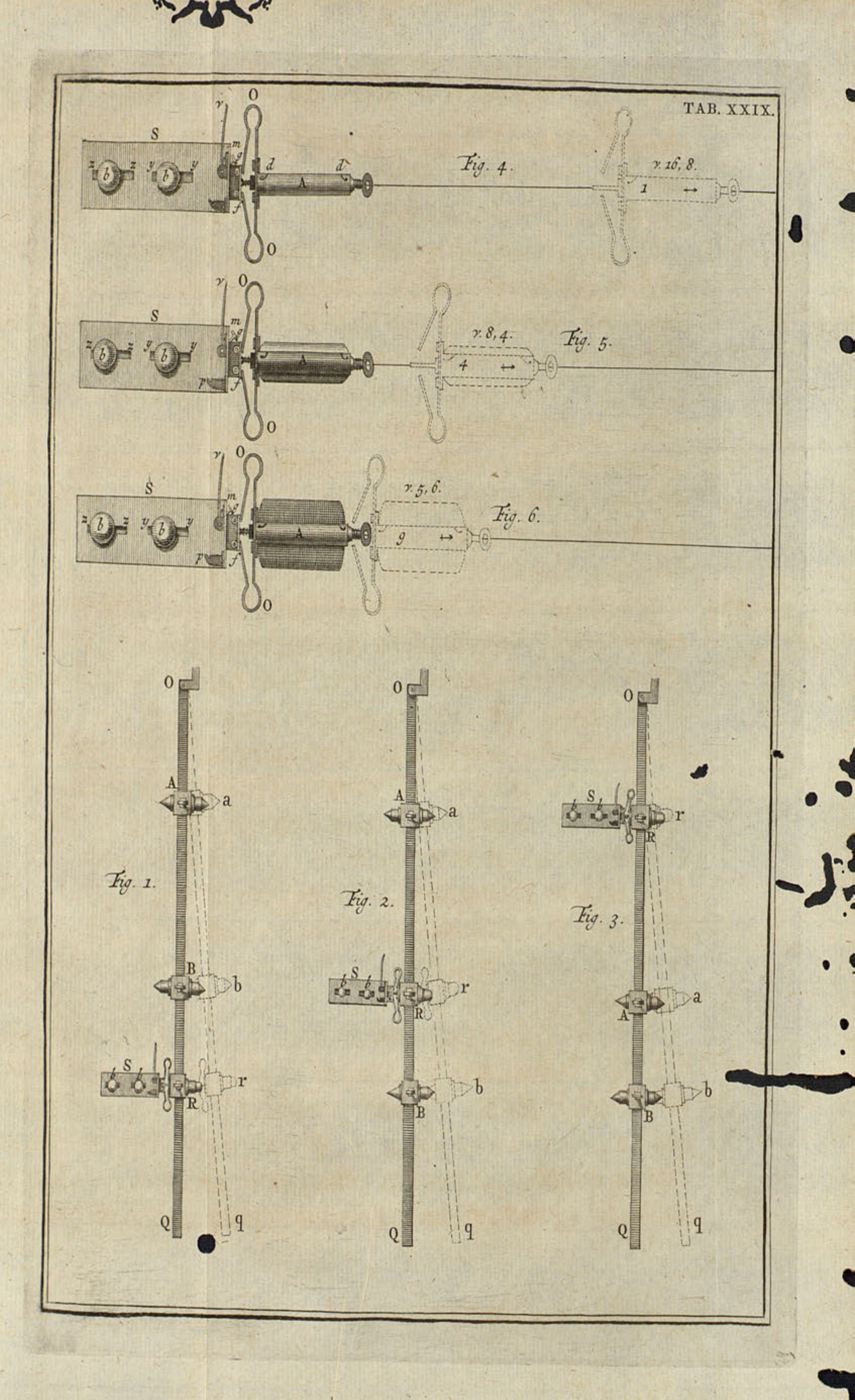
783. Quidam Philoſophi in eâ ſunt opinione, Actionem Elaſterii non*eſſe eandem, ſi Tempora, in quibus relaxatur, non ſint æqualia; rem ita ſe non habere demon-
731. ſtravimus; & Demonſtrationem Experimento confir-
745. mavimus. Nunc autem rem aliter conſideraturus ſum.

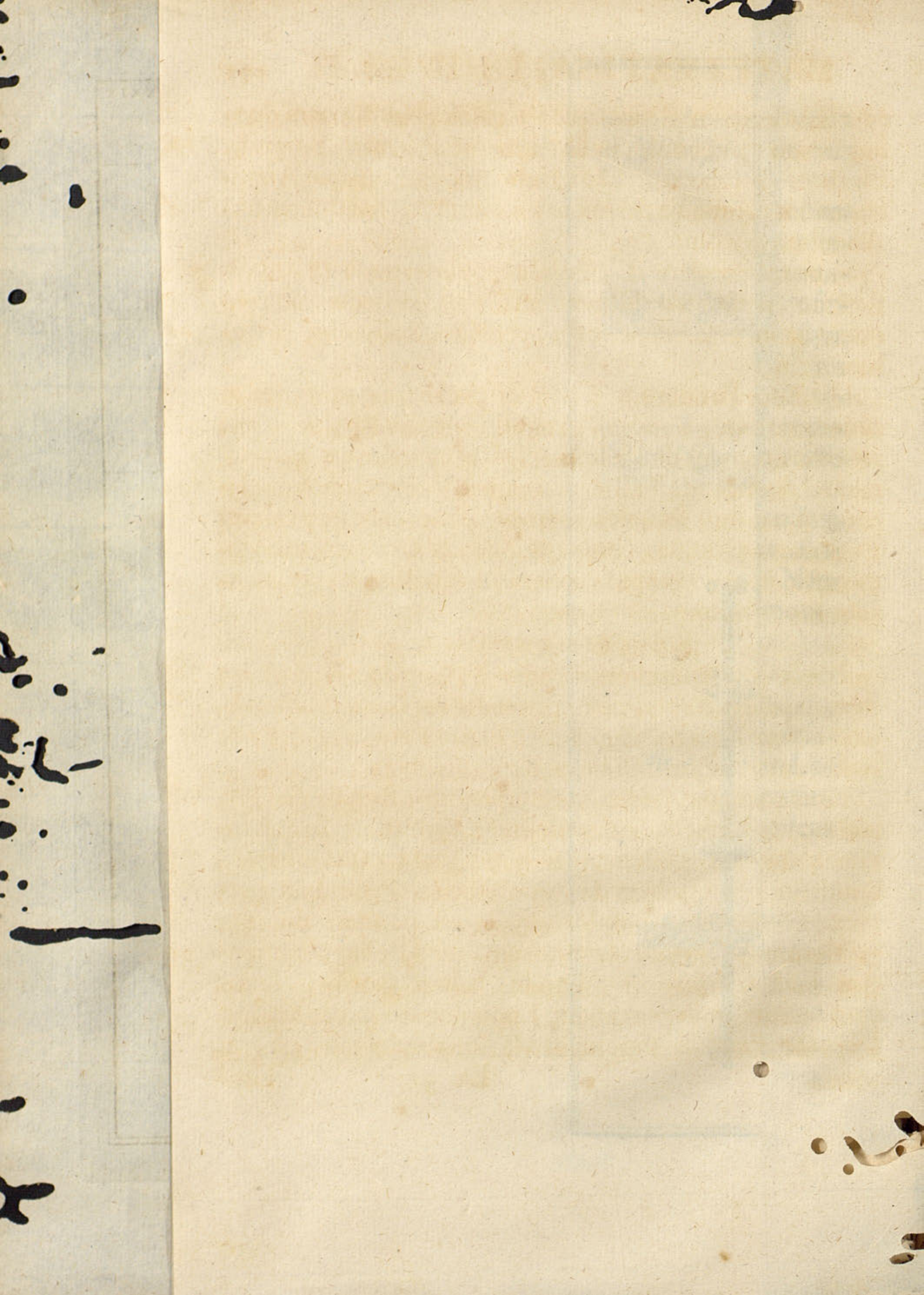
Eodem Elaſterio, eodem modo flexo, æqualibus Temporibus relaxato, Corpora agitabo diverſa, & videbimus effectum cum Propoſitione N. 758. convenire, & productum Maſſæ per quadratum Velocitatis eſſe ſingulis vicibus idem.

784. Æqualibus temporibus relaxari Elaſterium, eodem modo flexum, conſtabit, ſi Puncto, cui applicatur, ſingulis vicibus, eandem communicet Velocitatem. Nam Elaſterii pars, quæ relaxatur, eâdem Velocitate movetur cum Puncto cui applicatur; cùm nunc ponamus hujus Puncti Velocitatem, ideòque ipſius Elaſterii Velocitatem, in fine relaxationis, ſingulis vicibus eſſe eandem, etiam erit eadem in iiſdem gradibus expanſionis; relaxatio enim fit in ſingulis occaſionibus juxta eaſdem Leges, ita ut, æqualibus momentis, ſpatiola eadem percurrantur, & integra relaxatio, ſingulis vicibus, fiat eodem tempore.

EXPERIMENTUM 3.

785. Eâdem Machinâ, cum primo hujus Capitis Experimen-
TAB. XXXI. to*, demonſtratur hoc. Pendulo * applicatur Pondus T,
Fig. 1. quod dimidiatam valet libram*; applicari poteſt ad di-
*745. ſtantiam quamcunque à centro ſuſpenſionis; ſit hæc 30
*735. Pollicum, à Puncto medio Ponderis menſurata: Curſor
*744. cum


TAB. XXIX.
Fig. 4.
v. 16, 8.
Fig. 5.
v. 8, 4.
Fig. 6.
v. 5, 6.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.



cum Elaſterio in R firmatur; Curſor alius A, cum duobus ſolidis *, Pendulo, in Extremitate inferiori, jungitur. *738.
Flectitur & relaxatur Elaſterium, menſuraturque Angulus ut in primo Experimento dictum *; habuimus nos *745.
Angulum partium 40,5.

Sublato Pondere T, Pondus applicavimus P *, ad di- 786.
ſtantiam à Centro ſuſpenſionis 15. Pollicum; & reli- TAB. XXXI.
quis, ut in præcedenti caſu, peractis, habuimus Angu- Fig. 2. *744.
lum 37,8.

Quando Ponderum T & P diſtantiæ aliæ ſunt, ſed in eâdem ratione, 2. ad 1, Anguli ſunt diverſi, & in aliâ ratione quàm nunc detecti; ſed concluſio ex Experimento deducenda * eſt eadem; quia Velocitates Angula- *788. 789.
res ſemper ſunt æquales inter ſe. Tales has in præſenti Experimento fuiſſe, computatione, & Experimento demonſtrabimus; computationem in ſcholiis, Experimentum hìc, dabimus.

EXPERIMENTUM 4.

Pendulo conjungimus Pondus T, Curſores R, & A, ut 787.
in caſu primo Experimenti præcedentis. Loco ſolidi con- TAB. XXXI.
juncti cum R, alio utimur F (TAB. XXVIII. Fig. 7.); & Fig. 3.
removentur ambo ſolida cum A conjuncta.

Inter Lamellas, inter quas ſuſpenditur Regula O Q *, *735.
alia exigua Lamella horizontaliter diſpoſita eſt, in quâ foramen datur anguſtum; per quod filum tranſmittitur, quod ſuſtinet Globum G, quo efficitur Pendulum ſimplex. Globi hujus pondus æquale eſt ponderi duorum ſolidorum à Curſore remotorum, ut Globus, conjunctus cum Curſore A, pondus habeat Curſoris hujus cum Solidis, ut in præcedenti Experimento fuit adhibitus. Ulterius Penduli ſimplicis *o* G longitudo talis eſt, ut

Centrum Globi puncto medio Cursoris A respondeat; & ita Globus est suspensus, ut admotus Cursori A, Filum parallelum sit Regulæ O Q.

Pendulum hoc O Q elevatur, ipsi conjungitur Globus G, & demittitur ab altitudine 40,5. divisionum: Penduli A O Centrum Oscillationis est inter A & O; ergò breviori tempore descenderet quàm Pendulum simplex
*418. *o* G *, & propellit G in motu suo; ita ut eadem Materiæ quantitas, eodem modo, descendat, quæ, in simili descensu Penduli O Q (Fig. 1.), agitata foret: Hac de causâ, ubi ad Punctum infimum pervenere *a* & *g*, velo-
*785. citatem habent, quæ, in casu 1°. Experimenti tertii *, Cursori A fuit communicata. Nunc autem habet *g* majorem Velocitatem, quàm si tantùm ab altitudine 40,5. descendisset, nam acceleratus fuit, ideò ad majorem altitudinem adscendet; separatur hac de causâ ab *a*, & in g adscendit ad altitudinem divisionum 46. Ut autem hunc Angulum mensuremus, disponitur Regula Y Z, (TAB. XXV. Fig. 2.) ita, ut extremitas Y ipsi filo Penduli simplicis respondeat quando hoc quiescit.

Videmus ergò Velocitatem Cursori A communicatam, in casu 1°. Exper. tertii, illam esse, quâ Corpus G, Penduli *o* G, adscendere potest ad altitudinem 46.

TAB. XXXI. Fig. 4. *786. Eodem modo secundum casum, Experimenti ejusdem tertii *, examinamus; demittimus Pendulum O Q cum Globo G, ab altitudine 37,8. & adscendit hic ad altitudinem 46, ut in præcedenti casu.

788. Elasterium ergò in utroque casu eodem tempore fuit relaxatum, dum ipsi Pendulo eandem Velocitatem
*784. communicavit *: Anguli in Exp. 3°. fuere inæquales, quia non eodem modo in utroque casu Pendulum fuit

retar-

retardatum; sed retardatio ad Actionem non spectat Elasterii, contingit illa post separatum à Laminâ fixâ Elasterium.

Idcircò Velocitas, quæ Corpori T in primo casu fuit impressa, est ad Velocitatem, quæ Corpori P in secundo casu fuit communicata, ut 2. ad 1; ita enim se habuere distantiæ à Centro Motûs; quod etiam, si corpus unum quodque in æqualem numerum partium juxta altitudinem divisum concipiatur, ad partes respondentes referri potest; quia Corporum altitudines sunt in eâdem ratione 2. ad 1: Massæ autem sunt ut 1. ad 4; id est, inverse ut quadrata Velocitatum.

Has autem Velocitates Actionibus æqualibus fuisse 789. communicatas attendenti statim patet. Elasterium, in singulis occasionibus, duos præstitit effectus, 1. Motum Regulæ & Cursoribus, 2. Motum Corpori, communicavit. Regula, cum Cursoribus, singulis vicibus, eâdem Velocitate fuit projecta; ideò partes Actionum Elasterii, quibus hoc fuit effectum, æquales fuere, & cùm integræ Elasterii Actiones in utroque casu omninò fuerint similes, & Æquales; æqualibus quoque Actionum partibus Corpora ipsa T, & P, fuere agitata.

Ex Propositione hac Vires esse æquales, quando quadrata Velocitatum sunt in ratione inversâ Massarum *, * 758.
quam his Experimentis confirmavimus, facilè deduci- 790.
mus; *Vires cadendo acquisitas* quoque esse *æquales*, *si altitudines fuerint inverse ut Massæ* *. * 754.

Si Corpora duo agitata fuerint Velocitatibus, quæ sint in- 791.
verse ut Massæ, *Vires erunt* in eâdem ratione inversâ Massarum, id est, *ut Velocitates.* Nam, in hoc casu, productum Velocitatis per Massam idem est pro utroque Corpore *. *12. El. VI.

Sint

Sint Corpora A & B; si hoc productum multiplicetur per Velocitatem Corporis A, dabitur hujus Corporis
*757. Vis *; Vis Corporis B habetur, multiplicando idem productum per Velocitatem ipsius B; Vires ergo sunt ut hæ
*2. El. VI. ipsæ Velocitates *.

SCHOLIUM I.

De Viribus Pendulorum.

792. Quæ de Actionibus Elasteriorum in hoc Capite diximus, non ulterius illustrabimus; quia omnia, quæ addi possent, de ejusdem Elasterii inflexionibus inæqualibus, de Temporibus relaxationum in diversis circumstantiis, comparandis, & determinandis, ad Caput ultimum hujus Libri pertinent. In Scholio hoc illustrabimus quæ spectant Vires Pendulorum, quando agitantur, sive sint simplicia, sive composita; Vim autem tantùm consideramus in loco infimo, id est, in quo Velocitas major est, quàm in aliis punctis ejusdem Vibrationis. Ponimus quoque agi de Vibrationibus exiguis.
*156.

*757. Vis Corporis est ut Massa, quæ est ut Pondus *, & ut quadratum Veloci-
793. tatis *. Inde sequitur *Vim Penduli simplicis sequi rationem Ponderis, Longitu-*
*445. *dinis, quadrati Anguli*, & Gravitatis quæ in Corpus agit *. Cùm autem agatur de Motibus Pendulorum in eodem Loco, ultimam rationem negligimus.

794. Si de Pendulo composito agatur, major est difficultas, & ut hæc eadem Regula tali Pendulo applicetur; pro Pondere summa Ponderum adhibenda est, & pro Longitudine sumenda est Distantia, quæ datur inter Punctum suspensionis & Centrum Gravitatis; non autem ad Centrum Oscillationis attendimus, quod in
*451. aliis occasionibus longitudinem Penduli determinat *; nam in Pendulo simplici coincidunt Centrum Gravitatis & Centrum Oscillationis; quare aliunde determinandum, quodnam in Pendulo composito adhibendum. Antequam autem hujus Propositionis demonstratio pateat, quædam præmittenda erunt.

795. Ponamus, in Pendulo composito, unamquamque Materiæ Particulam multiplicari per quadratum Distantiæ à Centro suspensionis; summam omnium productorum dicimus P *dd*.

Ponimus etiam unamquamque materiæ particulam multiplicari per suam distantiam ab eodem Centro: summa productorum æqualis est producto summæ
*223. Ponderum omnium per distantiam Centri Gravitatis à Centro suspensionis *. Productum hoc dicimus C *c*. Summam nempe Ponderum dicimus C, & distantiam Centri Gravitatis *c*.

Distantiam Centri Oscillationis à Centro suspensionis dicimus *o*.

*440. Angulus Penduli * vocatur *a*.

Veloci-

Velocitas Penduli *, quæ in Pendulo Composito est Velocitas Centri Oscillationis, dicitur v. * 437.

Velocitas angularis est b.

Vis integra totius Penduli; id est, summa Virium omnium partium Penduli, ubi in Vibratione Velocitatem maximam habet, vocabitur e.

Habemus nunc æquationes sequentes.

$$\frac{Pdd}{Cc}=o\,*.$$ 796. * 474.

$$\frac{a}{\sqrt{o}}=b;\ \text{aut}\ aa=obb\,*.$$ 797. * 447.

$$aao=vv\,*;\ \text{ergo}\ ob=v\,*.$$ 798.

Ut vim Penduli determinemus, debemus unamquamque Particulam Materiæ multiplicare per Quadratum suæ Velocitatis, & summa productorum exprimet Vim *. Uniuscujusque Puncti Velocitas sequitur rationem distantiæ à Centro suspensionis, & rationem Velocitatis angularis *; singula ergo puncta per quadrata distantiarum suarum multiplicari debent, & summa ducenda erit in quadratum Velocitatis angularis; & productum hoc ipsam Vim exprimet. * 445. * 797. * 757. * 448.

Ergo $Pdd \times bb=e$*. Unde, pro bb ponendo $\frac{aa}{o}$*, & tunc pro o valorem*, has alias deducimus æquationes $Cc \times aa=e$; & $aa=\frac{e}{Cc}$, quarum prima congruit cum iis quæ superius indicavimus *. * 795. * 797. * 796. 799. * 793.

Ex hac ipsâ æquatione quoque deducimus, *Vim Penduli sequi proportionem producti summæ Ponderum per altitudinem, à quâ commune horum Gravitatis Centrum descendit, aut ad quam adscendit*; altitudo enim hæc est ut distantia hujus ipsius Centri à Puncto suspensionis, etiam hæc eadem altitudo est ut quadratum Anguli; nam cæteris paribus Velocitas Puncti est ut Angulus *, & quadratum Velocitatis est ut altitudo *. 800. * 442. * 374. 393.

SCHOLIUM II.

Computationes de Motibus Penduli compositi, in 1. 3. & 4. *Experim. hujus Capitis, adhibiti.*

Ubi de hisce Motibus ineundæ sunt computationes, Pondera, & Mensuræ partium, ante omnia explorari debent; postea generalia quædam computatione determinanda sunt. Pondera Unciis exprimimus; Pollices Longitudinum mensuram dant; & Angulorum magnitudines indicant Regularum æncarum divisiones minores *. 801. * 775.

Pondus Regulæ ferreæ OQ (TAB. XXV. Fig. 2.) * est 55,5.; hujus Longitudo 36,14.; Longitudo infra Axem 35,91., hujusque partis Pondus 55,16. 802. * 735.

Pondus Cursoris (TAB. XXVI. Fig. 1.) *, sine solidis 5; cum his 7,5. Cursoris altitudo 1,5. * 738.



739. Pondus Elaſterii, OO (Tab. XXVIII. Fig. 1.) eſt 1,25. Hujus altitudo 4.

741. Pondus T (Tab. XXVI. Fig. 5.) valet 8; & P Ponderat Uncias 32. Primi altitudo eſt 3.; & ſecundi 1,5.

803. In multis computationibus *ſingula Puncta gravia multiplicari debent per quadrata diſtantiarum à Centro motûs.* Summam *productorum omnium*, *pro Regulâ ferreâ* OQ (Tab. XXV. Fig. 2.), determinabo; quia *ſumma* hæc poſtea uſu veniet. Non attendimus ad partem, quæ ſupra Axem eſt, & Longitudinem
802. 35,92. tantùm conſideramus; inde oriundus error eſt omninò inſenſibilis.

480. Si Longitudo hæc dicatur l, ſumma quam quærimus erit $\frac{1}{3}l^3$; ſed l ſemel pro ipſo pondere Regulæ adhibetur; ergò numerus quæſitus valet tertiam partem ponderis, multiplicati per quadratum longitudinis; id eſt, *valet* 23740.

804. Si Corpora, quæ Pendulo huic applicantur, juxta longitudinem ipſius non ſenſibile ſpatium occuparent, quadratum diſtantiæ à Puncto ſuſpenſionis ſimpliciter per Pondus integrum, Corporis applicati, multiplicandum foret; ſed quia talia adhibemus Corpora, quorum altitudo non contemnenda videtur, examinandum nobis nunc eſt, quid ex hac altitudine ſequatur; partes enim omnes non æqualiter à Centro motûs diſtant. Si computationem ineamus, detegimus
805. ipſi *producto*, *quadrati diſtantiæ Centri Gravitatis Corporis per hujus pondus*, *ſuplementum eſſe addendum*, quod idem eſt, quæcunque ſit illa diſtantia; ſed pro omnibus Corporibus, quibus in Experimentis uſi fuimus, exiguum.

Sit l diſtantia Centri Gravitatis Corporis à Puncto ſuſpenſionis; altitudo corporis $2a$; ponamus Corpus continuari uniformiter, ut ſe extendat ad Centrum ſuſpenſionis; tota longitudo illius tunc erit $l+a$; & longitudo Corporis additi $l-a$. Quæro ſummam productorum pro ſingulis hiſce corporibus, & ſubductâ minori ex majore, reſtat ſumma, quæ ſpectat Corpus ipſum;

480. Summæ ſunt $\left\{\begin{array}{l} \frac{1}{3}l^3+all+aal+\frac{1}{3}a^3. \\ \frac{1}{3}l^3-all+aal-\frac{1}{3}a^3. \end{array}\right.$

Differentia eſt $\qquad +2all \qquad +\frac{2}{3}a^3.$

In hac computatione $2a$ exprimit pondus Corporis applicati; ergo $2all$ eſt productum Ponderis per quadratum diſtantiæ, cui ſemper, quæcunque ſit diſtantia l, debemus addere ſuplementum $\frac{2}{3}a^3$, *quod valet productum tertiæ partis ponderis*, *Corporis applicati*, *per quadratum dimidiatæ Altitudinis hujus.*

806. Suplementa autem hæc, ſi determinentur pro Corporibus, quibus nos utimur,
*803. ita exigua deteguntur, reſpectu Numeri jam detecti *, ut ſine errore, qui percipiatur, negligi poſſint; maximum enim non ſuperat 6.

807. In multis quoque computationibus deſideratur Productum *ponderis Regulæ ferreæ*, ſæpius memoratæ, *per diſtantiam inter Centra Suſpenſionis & Gravitatis*; ideò notabo quoque hoc productum.

Centrum Gravitatis Regulæ in hujus medio datur, & ab extremitate diſtat 18,07. Diſtantia ſuperioris extremi à Centro ſuſpenſionis eſt 0,22; ergò diſtantia

tia inter hæc duo Centra eſt 17,85, quæ multiplicari debet per pondus 55,5 *. *802.
productum eſt 991.

Tranſimus nunc ad Problemata peculiaria.

Unico Experimento deteginus Vim, quam Elaſterium, certo modo flexum, 808.
dum relaxatur, Pendulo communicat. Hæc valet $Cc \times aa$*. *799.

Ponamus Caſum primum Experimenti tertii hujus Capitis *. *785.

Curſores duo applicati ſunt ad diſtantias 35. & 26. à Puncto Suſpenſionis; pondus utriuſque eſt 7,5*; producta ponderum per diſtantias valent 262, & *802. 195. Diſtantia Ponderis plumbei applicati eſt 30; & ponderat hoc 8*; pro- *744. ductum eſt 240. Colligo hæc producta in unam ſummam, & addo 991*; *807. & habeo Cc*; cujus valor ergò eſt 1688. Angulus a in Experimento dete- *223.795. gitur partium 40,5. Quadratum Anguli eſt 1640, cujus productum per 1688 dat Vim $e = Cc \times aa = 2768320$

In hac menſurâ Unitate exprimimus Vim, quam Pendulum ſimplex acqui- 809.
reret, ſi ſingula hæc, Pondus, Longitudo, & Angulus, Unitate deſignarentur. Pondus tunc valeret Unciam unam; Longitudo eſſet unius Pollicis; & Angulus reſponderet, in noſtrâ Machinâ, uni diviſioni minori Regulæ diviſæ*, *737. & eſſet $0^{gr}. 7'. 24''$. Vis autem quam tale Pendulum acquireret æqualis eſſet illi, quam una Uncia acquirit, cadendo ab altitudine 0,00002354. Poll.: & *tota* 810.
Vis, quam Elaſterium Pendulo communicat, coincidit cum illâ, quam Gravitas uni Unciæ imprimit, quando ad profunditatem ſex Pollicum cum ſemiſſe deſcendit *. *754.

Computationes nunc dabo aliorum Angulorum, in Experimentis hujus Capitis, memoratorum.

Caſum Secundum Experimenti tertii * primum conſiderabo, & Angulum de- 811.
terminabo. *786.

Numeri 262, 195, & 991, ſupra indicati *, & hìc uſu veniunt; ſed loco *808.
illius, quem Pondus plumbeum dedit, alium adhibemus; quia Pondus hoc mutatum fuit, & in hoc caſu ponderat 32; diſtantia, per quam multiplicari debet, eſt 15; productum 480. addo reliquis tribus, & habeo $Cc = 1928$. Per hunc numerum divido Vim, præcedenti computatione detectam, $Cc \times aa = 2768320$*: & eſt $aa = 1436$, cujus Radix quadrata 37,9. ad ſen- *808.
ſum congruit cum menſurâ Anguli, quem in Experimento habuimus.

Eodem modo procedimus in computatione Experimenti primi *; tres adhi- 812.
bemus Curſores, applicatos ad diſtantias à Puncto ſuſpenſionis 8, 20, & 26. *745.
Singulæ hæ multiplicantur per Pondus Curſoris, & ſumma eſt 405. addo 991*, & $Cc = 1396$; per hunc numerum divido Vim 2768320, & habeo *807.
quadratum Anguli 1983; cujus Radix 44,5 Angulum Experimento detectum paululum ſuperat; ſed differentia eſt exigua.

Experimento 4^to * demonſtravimus, Velocitatem angularem eandem fuiſſe in 813.
utrâque agitatione Penduli in Experimento tertio; hoc idem Computatione *787.
nunc quoque conſtabit.

Ex æquationibus $\frac{Pdd}{Cc} = o$* & $\frac{a}{\sqrt{o}} = b$* deducimus Velocitatem angularem *796. *797.
b, ex dato Angulo a: pro o, in ſecundâ æquatione, ponendo valorem, habe-



habemus $\frac{Cc \times aa}{Pdd} = bb$. In Caſibus autem, quos examinamus, Productum Pdd idem fuit; nam hujus partes, quæ ſpectant Regulam ferream, & Curſores, non variantur; reliquæ etiam partes, quæ Pondera plumbea ſpectant, non differunt, $30 \times 30 \times 8 = 15 \times 15 \times 32$. Ideò bb eſt ut $Cc \times aa$. In primo Caſu
808. Cc = 1688, & $aa = 40,5 \times 40,5 = 1640$; Quorum numerorum productum coincidit cum producto reſpondentium in ſecundo Caſu, Cc = 1928 &
*811. *807. 810. $aa = 1436$*; ut in præcedentibus computationibus * vidimus. Velocitates angulares, quæ ſunt in ratione ſubduplicatâ horum productorum, ſunt ergò æquales.

814. Computatione quoque facilè detegimus Angulum Penduli ſimplicis, in Ex-
787. perimento quarto, ex dato Angulo uno, aut altero, Experimenti tertii; id eſt, ex datâ altitudine, à quâ Pendulum Compoſitum in Experimento quarto demittitur; ſed prius determinandum Centrum Oſcillationis hujus Penduli.

474. 795. Diſtantia Centri hujus à Puncto ſuſpenſionis eſt $\frac{Pdd}{Cc}$. Numerator hujus fractionis conſtat ex quatuor partibus. Prima ſpectat Regulam ferream, & eſt
803. 23740. Secunda ad Curſorem inferiorem refertur, & eſt $35 \times 35 \times 7,5 = 9187$. Tertia ſpectat Curſorem cum Elaſterio, & eſt $26 \times 26 \times 7,5 = 5070$. Quarta tandem eſt in primo Caſu $30 \times 30 \times 8, = 7200$; in Secundo Caſu $15 \times 15 \times 32, = 7200$; quæ producta æqualia ſunt.

Colligo in unam ſummam 23740; 9187; 5070; & 7200; & habeo Pdd = 45197.

*808. *811. In primo Caſu Cc = 1688*; in Secundo Caſu Cc = 1928*.

Ergo, in primo Caſu, diſtantia Centri Oſcillationis à Centro ſuſpenſionis eſt 26,78.

In ſecundo Caſu 23,44.

Nunc 26,78 ad longitudinem Penduli ſimplicis 35, ut $40,5 \times 40,5$ ad qua-
450. 451. dratum Anguli quæſiti 2134; cujus Radix quadrata vix ſuperat 46.

815. In eundem Angulum 46. incidimus, ſi pro ſecundo caſu computationem ineamus; quod iterum confirmat unum quodque Punctum Penduli, in utroque Caſu, eandem Velocitatem habuiſſe.

816. In ſequentibus duo habebimus Experimenta, in quibus Curſores tres Pendulo erunt applicandi, & nihil præterea, ut in Experimento 1°. hujus Capi-
745. tis. Sed in ultimo illorum Experimentorum Curſor medius ita diſponendus erit, ut ipſius Punctum medium cum Centro Oſcillationis totius Penduli coincidat. Quærimus Curſorum diſpoſitionem.

Problema hoc indeterminatum eſt; ſed, inter caſus poſſibiles, tales debemus eligere, qui ipſi ſcopo Experimenti ſatisfaciant; hac de Cauſâ ponimus, applicatis tribus Curſoribus, Centrum Oſcillationis coincidere cum hoc Centro, quando Curſores omnes removentur; id eſt, Centri Oſcillationis diſtan-
427. 802. tiam à Puncto ſuſpenſionis, neglectâ exiguâ fractione, eſſe pollicum 24.

In hoc ipſo Centro applicamus Curſorem medium, quo Centrum hoc non mutatur; junctiſque aliis duobus Curſoribus, Pendulum conſideramus ut

for-

formatum ex duobus Pendulis junctis, quæ idem habent Punctum suspensionis; quorum primum constaret ex Regulâ ferreâ, & Cursore medio; secundum ex aliis duobus Cursoribus, Lineâ rectâ, inflexili, & sine pondere, junctis. In primo Pendulo distantia Centri Oscillationis est 24; ergò & in secundo separato eadem erit hujus Centri distantia à Puncto suspensionis. Hoc nunc secundum Pendulum solum examinabo, & Cursorum, id est Ponderum, situm indicabo.

Sint horum distantiæ à Puncto Suspensionis x & y; prima est maxima; sit Pondus Cursoris $p = 7{,}5$. $\frac{pxx+pyy}{px+py} = \frac{xx+yy}{x+y} = 24$ *. *474.

Ergo $xx - 24x = 24y - yy$. Ad libitum determinamus y, & detegimus x.

Sit $y = 8$, & x erit $28{,}5$. Si $y = 10$, x valebit $28{,}7$. Et sic ulterius, $y = 12$, $x = 29$; $y = 14$, $x = 28{,}7$. &c.; quamcunque autem ex hisce Cursorum dispositionibus eligere possumus. Nunquam x superat 29; & hunc situm eligimus.

CAPUT III.

De Actionibus Virium, harumque Destructione.

VIm, Corpori insitam, agendo consumi vidimus; 817.
Actionemque sequi proportionem Vis amissæ *; *709.
Unde sequitur per ipsum Effectum Vim mensurari posse *; hæc enim valet integram Resistentiam, aut Actionem contrariam, quâ destruitur *. *712. *361. Considerando nunc Pressionem, cujus intensitas manet, & quâ Vis destruitur, demonstratione simili illi, quam de Genesi Virium proposuimus *, constabit quoque, ejusdem Corporis Vires esse ut quadrata Velocitatum, ut hoc vidimus *. *750. *753. Sed de novo Virium mensuram determinare, necesse non est; ex iis, quæ habuimus in Capite primo hujus Libri, quæ mensuram Effectuum spectant *, deducimus. *713.

Si Corpora agendo integras amittant Vires, Effectus sequuntur rationem compositam Massarum, & Quadratorum Velocitatum *. 818. *757.

819. Hoc nunc Experimentis nobis illustrandum est; sed tales debemus eligere Effectus, qui ad acuratam mensuram revocari possunt. Tales sunt partium Corporum Elasticorum inflexiones; sed leges inflexionum talium nondum examinavimus, in ultimo Capite hujus Libri perpenduntur. Unicus casus hìc usu venire potest, in quo nempe inflexiones sunt æquales, & similes. Ut has habeamus, Vires desiderantur æquales; id est, Velocitatibus Corpora moveri debent, quarum Quadrata sint
*758. inversè ut Massæ *; aut, si cadendo Corpora Velocitates acquirant, ab altitudinibus demittenda sunt, quæ
*790. sint in ipsâ illâ ratione inversâ Massarum *.

EXPERIMENTUM 1.

820. Ex Ebore formantur Cylindri duo AB, DC, quo-
TAB. XXX. rum diametri sunt sesquipollicis; hemisphericæ sunt ex-
Fig. 1. tremitates A, D; conicæ reliquæ B, C. Minoris longitudo est ferè duorum pollicum cum semisse; alter duobus pollicibus longior est, & hujus pondus duplum exactè est ponderis alterius. Cum his cohærent Fila in extremitatibus conicis.

Desideratur ut in extremitatibus A & D Axium eandem habeat Ebur elasticitatem; quod facilè obtinetur si ex eodem Ebore Cylindri efficiantur, & ad illud attendamus, ut Puncta A, & D, coincidant cum Axe ipsius dentis.

Scrupulus omnis circa æqualitatem hanc Elasticitatis tolli potest, si duo Cylindri construantur æquales, & similes Cylindro DC; demittantur hi à diversis, sed semper pro ambobus æqualibus, altitudinibus; quod ut fiat, Filis suis ut Cc retinentur, quibus relaxatis impinguntur Cylindrorum partes, ut D, in superficiem ho-

rizon-

rizontalem, gravioris frusti Marmoris cerulei, probè firmati; paululum madefacienda est superficies, ut color magis sit intensus. In impactionibus partes elasticæ intropremuntur, Maculasque notabiles admodum, & circinnatas, Cylindri in Marmore, aut potius in humido vapore quo obtegitur, imprimunt. Si amborum Cylindrorum Maculæ, ubi ab æqualibus altitudinibus descendunt, in omni casu sint æquales, eandem Cylindros, in locis ut D, Elasticitatem habere extra dubium erit. His expertis, unus ex Cylindris à parte C minuendus est, ut magnitudinem habeat A B, id est dimidium ponderis sui amittat.

Si nunc Cylindrus C D demittatur ab altitudine novem pollicum, & A B ab altitudine octodecim pollicum, Maculæ in Marmore erunt quàm exactissimè æquales.

Si A B ab altitudine trium pedum, id est prioris quadruplâ, ut Velocitas sit dupla, demittatur, Macula major erit, & diametri erunt ut 5 ad 6 proximè.

Effectus quoque Virium habemus, qui ad mensuram 821.
revocantur, si intropremendo Corporum mollium partes Vires consumantur. Argilla omnium maximè commodè adhibetur; sed illam, ex quibus vasa fictilia, maximè vulgaria, & vilioris pretii, efficiuntur, eligimus. Hæc pura desideratur, & admixtâ aquâ ita temperanda est, ut quidem inquinet manus, non autem adhæreat. Præterea sibi ubique similis desideratur; quod ut obtineatur, partes benè aggeruntur.

Ubi massa ex tali Argillâ flectitur, fatiscit, & in quibusdam locis separatio partium datur; quando hanc habet proprietatem, partes, quæ intropremuntur, dum cedunt, inter adjacentes vicinas penetrant.



Si

822. Si aliam Argillam, magis albam, & ad naturam Cretæ accedentem, adhibeamus, non facilè fatiſcit, & partes etiam difficulter inter adjacentes penetrant, dum cedunt; ſed has potius removent; quod pro diversâ naturâ Argillæ diverſimodè contingit. Hac de causâ ſolâ Argillâ, primùm indicatâ *, utor; quia quid huic contingere debeat ratiocinio detegere poſſumus; Effectus omnes fixis regulis ſubjiciuntur, prævideri poſſunt, & Experimenta ratiocinia confirmant. Alia ſi adhibeatur Argilla diverſos habemus Effectus, pro ut magis, aut minus, cum indicatâ Argillâ congruit illa, quæ adhibetur. Caſu tantùm in hanc obſervationem incidi; nam per plures annos, cum uterer Argillâ, quam ad manus habebam, Experimenta omnia exactiſſimè interſe reſpondere, & cum Regulâ convenire, ad quam ipſa Experimenta me deduxerant, ſemper obſervaveram. Ante paucos autem annos, cùm aliam adhiberem Argillam, & Experimenta inter ſe non ut ante reſponderent, cum curâ rem examinavi; facilè percepi Cavitatem, in hoc ultimo caſu, pro parte formari, non introceſſione, ſed potius receſſu partium, & Effectum per aliam Regulam, mihi ignotam, ad menſuram debere vocari.

* 821.

823. Hac de causâ ad primam Argillam redeundum mihi eſſe percepi, & ſola adhibenda eſſe Corpora mollia, quæ ſupra indicatam proprietatem habent *, de his enim ſolis in ſequentibus ratiociniis agitur.

* 821.

824. Si Cavitatis latitudo magna ſit reſpectu profunditatis, ratiocinia in hac ipsâ Argillâ locum non habent; quia in hoc caſu, quæcunque ſit natura Argillæ, facilè partes lateraliter cedunt, & pars tantùm Cavitatis, harum introceſſioni, tribuenda eſt.

Quando

Quando Corpus, Cavitatem formando in Corpore molli, cujus partes similes sunt, & æqualiter cohærent, & compressæ ita cedunt, ut inter vicinas penetrent, quale supra indicavi *, *Motum amittit*, superat Pressionem, quâ partes inter se cohærent, & Resistentiâ, quam hanc superando Pressionem patitur Corpus motum, Vis hujus minuitur, & tandem in totum destruitur: *Effectus* ergò *Vis* in hoc casu, dum Corpus amittit Motum, est separatio partium Corporis mollis, quæ juxta se invicem moventur; qui Effectus *proportionem sequitur numeri particularum motarum, & spatii ab his, in motu juxta se invicem, percursi*; & sive hoc lentius, sive celerius, fiat, cohæsio superanda eadem est; unde deducimus, *Vires esse æquales*, *quæ formando in eodem Corpore molli, Cavitates æquales, & similes, consumuntur; sive longiori, sive breviori, tempore hæ efficiantur*. 825. * 821. 826.

EXPERIMENTUM 2.

In hoc Experimento utimur Machinâ, præcedenti Capite explicatâ *: Huic jungimus Pyxidem, aut potius Solidum ligneum A B, cujus crassities est ferè duorum Pollicum cum semisse; excavatum est in C D; Cavitatis longitudo quatuor Pollices superat, latitudo est duorum Pollicum, & profunditas unius Pollicis; scissuræ duæ E F, E F, per lignum penetrant. Firmatur Solidúm hoc Cochleis duabus, ut G, per Tabulam, cui applicatur, & per scissuras, penetrantibus. Caput H ad posticam Tabulæ partem retinet Cochleam, & extremitas ultra scissuram transit, ut, auxilio Cochleæ exterioris L, quæ, interpositâ Lamellâ cupreâ *m*, anteriorem Solidi superficiem comprimit, hoc ipsum firmetur. 827. * 760. TAB. XXVIII. Fig. 8.

Solidi cavitas Argillâ, de quâ suprà egimus *, reple- 828. * 821.

 tur;



tur; prominentem Laminâ ligneâ, quæ ab unâ parte tenuior est, ibique leviter oleo illinita, abradimus, ut superficies exactè plana sit. Applicatur Solidum Tabulæ
TAB. XXVII. Fig. 1. B C, Cochleis penetrantibus per foramina f, f, & per scissuras Solidi, ut diximus. In hoc situ, Linea *on* (TAB. XXVIII. Fig. 8.), quæ Tabulam tangit, est in situ verticali, & cum medio ipsius Tabulæ congruit. Solidum, propter scissuras, potest, servato hujus situ verticali, elevari, & deprimi, &, inter certos limites, ad altitudinem quamcunque firmari.

829. Remotum nunc est Rectangulum *s*, solo *r* utimur,
* 769. suspenso ut antea vidimus *.
* 771. Huic conjungimus * unum ex Solidis, de quibus an-
* 738. tea *, & quidem illud quod in H (TAB. XXVIII. Fig. 7.) exhibetur; cylindricum hoc est, sed cono terminatur, cujus sectio per axem Angulum dat 85. gr. Quando *r* quiescit, in situ quem spontè acquirit, vertex hujus coni exactissimè tangit Argillæ superficiem, si in dispositione uncorum, quibus Fila, cum *r* cohærentia, sustinentur, ad illa attendamus, quæ in N. 766. indicata sunt.

830. Filo trahitur Rectangulum *r*, ut elevetur; & quando relaxatur, impingitur in Argillam, & Conus cavitatem efficit. Velocitas, quâ Corpus in Argillam impingitur,
* 737. 775. divisionibus Regulæ V X determinatur *; Regula hæc ita firmanda est, ut hujus extremitas X, quiescente Cor-
* 775 pore, cum hujus Filis exterioribus conveniat *.

831. Rectangulum solum cum Cono, quam Massam dicimus
TAB. XXXI. Fig. 5. *unum*, Velocitate duodecim in Argillam impingitur, & Cavitas formatur, cujus veram magnitudinem in A exhibemus.

Mutatur situs Pyxidis, quæ Argillam continet, ut Ca-

vitas, ad distantiam ad minimum unius Pollicis à primâ, ipsi imprimi possit.

Massa Corporis agitati mutatur ita, ut valeat novem *; Fila nunc, quæ Corpus sustinent, longiora fiunt; quare hoc elevandum erit *, ut exactè detur ad eandem altitudinem quàm in primo tentamine. Si tunc Corpus hoc, Velocitate quatuor, in Argillam impingatur, efficiet Cavitatem exactissimè æqualem priori A. TAB. XXXI. Fig. 6. * 774. * 769.

Velocitates in hisce duobus casibus sunt 12. & 4; id est, sunt ut 3. ad 1; Massæ sunt ut 1. ad 9; id est, sunt inversè ut quadrata Velocitatum; ergò Vires, quæ efficiendo Cavitates æquales, & similes, destructæ fuere, æquales erant *. 832. * 758.

Adhibitis Corporibus directè cadentibus idem demonstramus.

Machina,

Quâ Corporum, directè cadentium, Vires conferuntur.

Asseris AB longitudo est unius pedis; latitudo decem pollicum; crassities pollicum duorum. Excavatur hic in *a b c d* ad profunditatem unius pollicis cum semisse, & cum pedibus EE, EE, quibus sustinetur firmiter connectitur. 833. TAB. XXXII. Fig. 2.

Pedibus hisce, in angulis ipsius Asseris, etiam insistunt Columnæ ligneæ quatuor CD, CD, CD, CD. Columnarum altitudo excedit paululum pedes tres. Duæ, quæ pede eodem, juxta latitudinem Asseris posito, inhærent, regulis minoribus *ee*, *ee*; *f*, *f*; *g*, *g*; *h*, *h*; junguntur ita, ut Regula RR, posita inter minores respondentes, parallela sit superficiei Asseris.

Tres Globi (Fig. 3.) æquales, ex ære, quorum diametri sesquipollici æquales sunt, usu veniunt: solidus unus

 est

est C, reliqui duo cavi; constant hi singuli ex Hemisphæriis duobus A, *a*, & B, *b*, quæ Cochleâ junguntur. Globorum pondera sunt inter se ut unum, duo, tria.

* 811. Ubi Experimenta instituenda sunt, Argillâ * repletur cavitas *a b c d*, & Tabellâ ligneâ, quod ex Argillâ prominet, abraditur; ut hujus superficies non modò exactè plana sit, sed & idem efficiat planum cum illo, quod ex Asseris superficie superest, Cavitatemque cingit.

Regula memorata R R inferius paululum, juxta longitudinem, excavata est, ut Globum quemcunque recipiat, dum manu M tenetur, ut in G exhibetur. In hoc situ inferius Globi punctum ab Argillæ superficie distat pollicibus novem. Distantia hæc dupla est, si Regula R R transeat inter regulas *f*, *f*, *f*, *f*; si inter Regulas *g*, *g*, tripla; quadrupla si inter *h*, *h*.

Hæc autem distantia paululum plerumque minuenda est, sed inæqualiter in diversis circumstantiis; applicatur tunc Globus extremitati Cochleæ I, quæ per Regulam R R transit, & magis aut minus potest transmitti.

EXPERIMENTUM 3.

Leviorem Globum vocamus primum; secundum dicimus illum, cujus pondus duplum est; tandem Globum solidum vocamus tertium, cujus pondus est primi triplum.

834. TAB. XXXII. Fig. 2. 4. Positâ Regulâ R R, inter regulas *e*, *e* successivè demittantur Globi secundus & tertius, hisce Oleo antea illinitis; hi Argillâ pro parte immerguntur Cavitatesque formant, eò majores quò Globi graviores sunt. Cavitates sunt B, C, quæ repræsentantur in Fig. 4., reductis dimensionibus ad semissem. Punctis notatæ lineæ Cavitatum profunditates demonstrant.

Si

Si Regula RR poſita ſit inter Regulas *f*, *f*, & Globus primus demittatur, Cavitas iterum erit B (Fig. 4.).

Si RR detur inter *g*, *g*, & Globus primus demittatur, Cavitas erit C (Fig. 4.).

Et in genere Cavitates non differunt quando Altitudines ſunt inverſè ut Maſſæ, in quo caſu Vires ſunt æquales *. * 790.

Ut omnis ſcrupulus, qui ex Cavitatis profunditate 835.
oriri poſſet, removeatur, Globus cavæ ſuperficiei Regulæ applicatur, & demittitur; menſuratur Cavitatis diameter, & adeundo Tabulam, Scholio primo ſequenti contentam, Cavitatis profunditas detegitur, quæ partibus centeſimis diametri Globi exprimitur. Cochlea I, ultra ſuperficiem cavam Regulæ promovetur, quantum valet detecta profunditas; Experimentum repetitur, applicato Globo extremitati ipſius Cochleæ, nova formatur Cavitas in alio Argillæ loco, &, neglectâ primâ, hanc conſideramus.

Diximus ulterius ad Tempus in quo Cavitas effici- 836.
tur non eſſe attendendum; quia Effectus eſt determinatus. Preſſio deſtruit Vim; ſi per minus tempus agat, celeriùs agit; & quando Spatium percurſum eſt idem, Actio eſt eadem *; quod ad ſingulas partes minimas * 728.
ipſius Effectus referri debet. Vis autem, quæ deſtruitur, Actioni, quæ ipſam deſtruit, æqualis eſt *; hæc omnia * 709.
ex iis, quæ antea habuimus, ſponte fluunt; Experimentis tamen rem ipſam illuſtrabo.

Experimentum 4.

Adhibemus Machinam cum Pendulo compoſito ſuprà 837. * 732.

deſcriptam *. Pendulo OQ * tres applicamus Curſo- TAB. XXV. Fig 2.
res *, ad Diſtantias à Centro Motûs ad libitum ſumtas; * 735.

 ita * 738.

ita tamen, ut ambo extremi, ad minimum, ſex Pollicibus ab extremitatibus Regulæ O Q diſtent.

* 738. Solida * duo Singulis Curſoribus conjungimus.

* 827. Utimur Pyxide, quæ Argillam continet *, ut in præcedenti Experimento 2do. Conjungitur Pyxis hæc cum Tabulâ A B C, & ad altitudinem quamcunque poteſt firmari, tranſmiſſis Cochleis per foramina ut *d*, *d*.

Ut in ſecundo Experimento Pyxis verticalis eſt, & hujus latus *on* (Tab. XXVIII. Fig. 8.) congruit cum Lineâ verticali, per medium Tabulæ ductâ; & quieſcente Pendulo, ſi Curſor Pyxidi reſpondeat, vertex Coni, quo terminatur Solidum, cum Curſore conjunctum, ad Argillæ ſuperficiem pertingit.

TAB. XXX. Fig. 2. Tres Curſores indicati, Pendulo O Q applicati, ſunt A, B, C; coni *g*, *h*, ſimiles ſunt; Pyxis firmatur ita, ut reſpondeat Curſori A, elevatur Pendulum ad altitudinem quam Indice determinamus, Ex. gr. 40. aut 45 diviſionum; ſibi permittitur, & Vim amittit, dum imprimit Cavitatem Argillæ.

TAB. XXX. Fig. 3. Mutatur ſitus Pyxidis, ut reſpondeat Curſori B, ſed ita illa firmatur, ut alii loco ſuperficiei Argillæ reſpondeat Curſor. Elevatur Pendulum, ad eandem altitudinem quam in præcedenti caſu, & eadem Vis deſtruitur, Curſore B in Argillam agente.

TAB. XXX. Fig. 4. Tandem Curſor C, cujus Conus mutatur, ipſi jungendo *g* aut *h*, in cujus locum ſubſtituitur *i*, tertiam efficit Cavitatem, dum Pendulum, eodem modo, ut in duobus præcedentibus tentaminibus, agitatum, Vim amittit.

Tres hæ Cavitates ſunt ſimiles, & æquales; quantumvis Tempora, quibus efficiuntur, differant.

Expe-

EXPERIMENTUM 5.

Positis, quæ in præcedenti Experimento fuere explicata; Pendulo O Q duos jungimus Cursores A, B, cum Solidis suis; cum primo in *b* cohæret unum ex iis Conis, quibus cavitates, in præcedenti Experimento, fuere effectæ. 838. TAB. XXX. Fig. 5.

Applicatur Pondus P*, duarum Librarum, ad distantiam quindecim Pollicum à Puncto suspensionis, & elevato Pendulo ad altitudinem quæ vix deficit à triginta octo divisionibus, amittat hoc Vim, cono *b* in Argillam incurrente. * 744.

Tollitur P, & Pondus T, quod semi libram valet*, ad distantiam triginta Pollicum à Centro motûs firmatur; cætera manent. Elevatur Pendulum ad altitudinem quadraginta divisionum cum semisse & etiam Cavitatem efficit conus *b*; Cavitates erunt æquales. Distantia 15, & 30. Pollicum mensurantur à punctis mediis Ponderum. TAB. XXX. Fig. 6. * 744.

Experimento 4^to Capitis præcedentis constat Velocitatem Coni *b*, in utraque impactione, fuisse eandem; ideò, cùm Cavitates fuerint æquales, & similes, clarum est, æqualibus temporibus hasce fuisse formatas. Si nunc huc referamus, quæ, occasione 3^ii. Exp. Capitis præcedentis, dicta fuere*, constabit, partes æquales harum Cavitatum tribuendas esse Actionibus Corporum P, & T, quæ integras, & æquales*, amisere Vires; nam agitata fuere Velocitatibus in ratione 1. ad 2, dum Massæ erant ut 4. ad 1, inversè ut quadrata Velocitatum. 839. * 788. 789. * 758.

Quando Cavitas formatur, singula augmenta minora sunt inter se ut numeri particularum quæ cedunt, & ut spatia, per quæ inter alias moventur; id est, augmenta 840.

hæc

hæc ſunt ut Vires, quas Corpus hæc augmenta formando
825.711. amittit: ideoque augmentorum ſumma, id eſt integra
841. *Cavitas, ſequitur proportionem* ſummæ Virium amiſſarum,
id eſt, *Vis amiſſæ in formatione integræ Cavitatis.*

842. *Idem* ergò *Corpus, determinatâ Velocitate motum, ſi conſumat Vim intropremendo partes Corporis mollis, Cavitatem efficiet determinatæ magnitudinis, quamcunque figuram hæc habeat.*

EXPERIMENTUM 6.

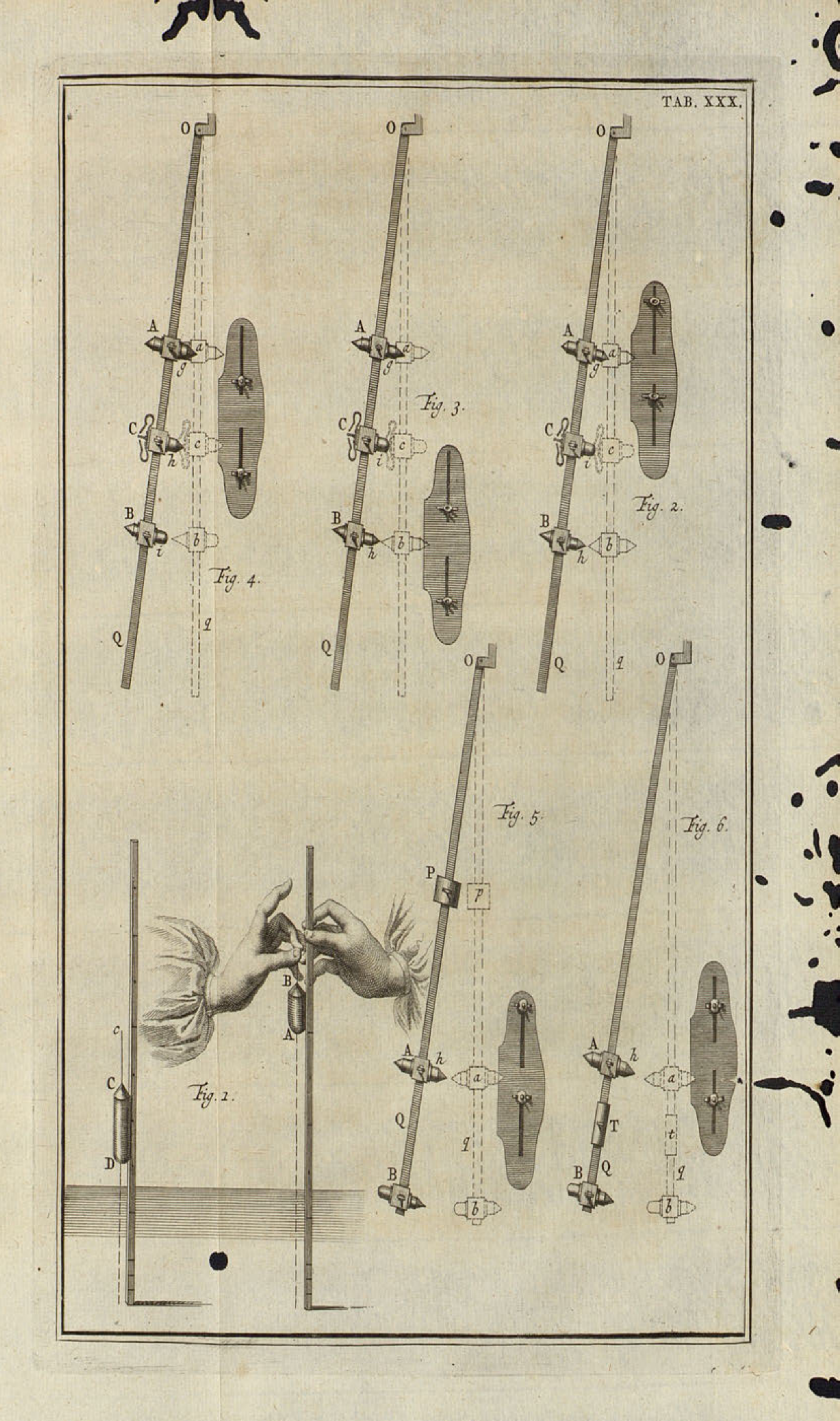
843. TAB. XXXI. Fig. 7. Utimur Machinâ, quâ Experimentum 2m. hujus Capitis demonſtratur; hoc eodem modo ut illud peragitur; ſed alius eſt Conus, qui, cum Corpore conjunctus, in Argillam incurrit.

Duos adhibemus Conos ſucceſſivè diverſos, qui in G & I exhibentur (TAB. XXVIII. Fig. 7.). Si primum per axem ſecemus, habemus Angulum 55 gr.; ſectio ſecundi dat Angulum 102. gr.

Conjuncto primo Cono cum Rectangulo, additoque
774. Cylindro, ut Maſſa ſit tria, incurrat hoc, Velocitate decem, in Argillam, quieſcit Corpus, & Cavitas exhibetur in B.

TAB. XXXI. Fig. 8. Sublato Cono, adhibitoque ſecundo, repetatur Experimentum, eâdem Velocitate, mutato ſitu Pyxidis, habemus Cavitatem C, quæ collata cum B, diametri ſunt ut 3. ad 4.

844. Idem Corpus, eodem modo agitatum, has ambas impreſſit Cavitates; Vires deſtructæ fuere æquales; figuræ Cavitatum differunt; æquales tamen ſunt. Nam ex indicatis Angulis 102. & 55. gr. ſequitur, Cavitatum profunditates, datis Diametris ut 4. ad 3, eſſe ut 9, ad 16, ut quiſque, ſi figuram delineaverit, aut ex Tabulis Sinuum



TAB. XXX.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.

nuum computationem ineat, deteget; sunt ergò profunditates inversè ut quadrata diametrorum basium; id est, inversè ut ipsæ bases*: ideòque ipsæ Cavitates *2.El.XII.
æquales*. *15.El.XII.

Universalis autem est Demonstratio de formatione Cavitatis*; Unde sequitur, *Cavitates quæ in Corpore* 845.
molli uniformi, cujus partes similes sunt inter se, & æqualiter cohærent, & compressæ inter reliquas cedunt, (de tali enim in his agitur), *à Corporibus formantur, quæ Vires integras his actionibus consumunt, esse inter se in ratione composita Massarum Corporum, & quadratorum Velocitatum, quamcunque Cavitates figuram habeant*. *840. *841.757.

EXPERIMENTUM 7.

Hoc Experimentum etiam instituitur ut secundum hujus Capitis, servato Cono, cujus Angulus est 85. gr., qui adhibitus fuit in illo Experimento. Corpus, cujus Massa est quatuor, Velocitate sex impingitur in Argillam, & format Cavitatem. 846. TAB. XXXI. Fig. 9.

Duplicatur Massa, & duplicatur Velocitas, & iterum Corpus, in alium locum Argillæ impactum, Motum amittit. TAB. XXXI. Fig. 10.

Vis in hoc ultimo casu octupla est prioris*; Cavitatis diameter dupla, & ipsa Cavitas etiam octupla*; nam sunt similes Coni ipsæ Cavitates. 847. *757. *12.El.XII.

EXPERIMENTUM 8.

Si Corpus, quo, in Experimento 7mo, prima Cavitas fuit effecta, octies successivè, eodem modo, in Argillam incurrat, & in eundem locum semper agat ita, ut continuò Cavitatem augeat; post octo ictus Cavitas æqualis erit illi, quæ secunda vice in Experimento septimo fuit formata; id est, erit octupla illius, quæ uno ictu 848. TAB. XXXI. Fig. 9.

efficitur. Quo iterum confirmatur, Vim destructam sequi rationem ipsius Cavitatis.

849. Viginti septem percussiones æquales dant Cavitatem, cujus diameter est tripla, & quæ ipsa vicies & septies *12.El.XII. primam superat *.

850. Circa hoc Experimentum observandum, aliquando, repetitis illis ictibus, qui in eundem superficiei locum Argillam feriunt, hanc elasticitatem quandam acquirere; tunc post ictum non in Cavitate hæret Conus, & Experimentum non procedit; sed Cono, singulis vicibus, ad ultimam usque, in Cavitate hærente, semper benè procedit.

851. In duobus ultimis Experimentis Cavitates fuere similes, sequentia ideò addam in quibus Figuræ differunt.

EXPERIMENTUM 9.

852. Hoc ut præcedentia instituitur, mutamus tantùm Pondus Rectangulo insertum, & sit nunc Massa sex; Pondus potuisset servari. Incurrat Corpus, Velocitate octo, in Argillam; mensuretur diameter Cavitatis: fuit hæc in Experimento quod memoramus nonaginta & octo partium, quarum centum in Semipollice continentur.

TAB. XXVIII. Fig. 7. *738. 829. Tollimus Conum; hic ille fuit qui notatur H, cujus sectio per axem in vertice dat Angulum 85. gr. *, substituimus Solidum L, quod terminatur Hæmisphærio, cujus diameter Semipollici æqualis est.

TAB. XXXI. Fig. 11. Corpus iterum, eâdem Velocitate octo, in Argillam impingitur; consumit Vim, efficiendo Cavitatem, quæ habet figuram segmenti Sphæræ; Cavitatis diameter etiam mensuratur, adhibitis partibus centesimis Semipollicis, & valet nonaginta quatuor partes.

Si datis hisce diametris, partium 98, & 94, adeamus

mus Tabulam, quæ in Scholio primo ſequenti habetur *, * 867.
detegimus magnitudines ipſarum Cavitatum eſſe 514.
& 508. id eſt, has ad ſenſum eſſe æquales.

Repetito Experimento Velocitate ſex, Coni diame- 853.
trum habuimus 81, & Segmenti diam. 85. Magnitudines
Cavitatum nunc fuere 290, & 283; iterum ad ſenſum
æquales; & nihil magis accuratum in his dari poſſe, Ta-
bulæ ipſæ demonſtrant. Hæ autem Vires ſe habent ad
primas, ut 36 ad 64 *; in quâ eâdem ratione ſunt hæ * 753.
ultimæ Cavitates ad primas 36, 64 : : 288, 512.

Cùm in hoc Experimento utamur minori Sphærâ, 854.
(majore uti non poſſumus, ubi Machinam, quâ uſi fui-
mus, adhibemus), quis facile in ſuſpicionem incidere
poteſt, minores differentias non ſatis hac Methodo poſſe
detegi; majores nunc perpendam Cavitates, quarum Fi-
guræ ſunt diverſæ; notiſſimum enim eſt, ejuſdem Sphæ-
ræ Segmenta inæqualia non eſſe ſimilia.

EXPERIMENTUM 10.

Redeundum nobis eſt ad Experimentum tertium hujus 855.
Capitis *. Vidimus Cavitates eſſe æquales, quæ Viribus * 834.
æqualibus fuere effectæ; de conferendis inter ſe iis, quæ
Viribus inæqualibus fuere impreſſæ, nunc agitur.

Cavitates B, & C, habuimus, demiſſis Globis, ſe- TAB. XXXII. Fig. 4.
cundo & tertio, ab altitudine novem Pollicum; ab ea-
dem altitudine demitto Globum primum, & datur Ca-
vitas A, Vires, quibus impreſſæ hæ tres fuere, ſunt ut
unum, duo, & tria *. * 748.

Demiſſis Globis, ſecundo, & tertio, ab altitudine
octodecim Pollicum, duplâ prioris, vires ſunt ut qua-
tuor & ſex *; & Cavitates ſunt D & E. * 754.

Diviſâ diametro Globi, quæ ſeſquipollici æqualis

eſt, in centum partes æquales, diametri Cavitatum, hiſce partibus deſignatæ erunt, A, 65; B, 76; C, $82\frac{1}{2}$; D, 87; E, $93\frac{1}{2}$.

867. Segmenta ergò ſunt 80, 162, 243, 320, 489; proximè ut 1. 2. 3. 4. 6. id eſt, ut Vires quibus Cavitates fuere impreſſæ.

856. Ex illâ eâdem Propoſitione, Cavitates Viribus eſſe
841. proportionales, quam nunc variis Experimentis illuſtravimus, etiam deducimus, ad plures Cavitates referri poſſe, quæ de unicâ dicta fuere; & ex datâ Vi, quâ Cavitas formatur, determinabimus numerum Cavitatum, huic æqualium, quæ aliâ quacunque datâ Vi, effici poſſunt.

EXPERIMENTUM II.

857. Hoc Experimentum à penultimo, & quibuſdam aliis,
TAB. XXXI. vix differt.
Fig. 12. Rectangulum ſuſpenditur; determinatur Maſſa ad libitum; ſit hæc ex. gr. duo. Cono utimur G (TAB. XXVIII. Fig. 7.), cujus ſectio per Axem dat in vertice
*843. Angulum 55. gr. *. Velocitate quinque impingitur in Argillam.

TAB. XXVIII. Tollitur Conus, & ſubſtituitur Lamella Cuprea PQR;
Fig. 9. crucis figuram habet, cujus brachia horizontalia, quorum unum tantùm apparet in R, breviora ſunt aliis. Hæc quoque brachia minora perforata ſunt, ut in *l* videtur. Foramina Cochleæ duæ trajiciunt, quibus cum Rectangulo ſuſpenſo jungitur Lamina PQR. Adhibetur autem Rectangulum, in cujus anteriori ſuperficie Foramina, quæ Cochleas recipiunt, in Lineâ horizontali
773. ſunt; ita ut PQ ſit verticalis.

Huic parti PQ applicantur Coni quatuor S, S, S, S,

quo-

quorum Baſes Cylindricè ſunt, ne nimium ſpatium occupent. Coni ſimiles ſunt illi, quem jam in hoc Experimento adhibuimus.

Servatur Maſſa Rectanguli, quæ valet duo; quatuor Conorum apices, quieſcente Rectangulo, Argillam tangunt, ſed ab hac non ſuſtinentur. TAB. XXXI. Fig. 13.

Quando nunc Corpus in Argillam impingitur, quatuor Coni æqualiter in hanc penetrant, quatuorque Cavitates æquales efficiunt. Si Velocitas ſit decem, dupla prioris, id eſt, ſi Vis ſit quadrupla *, Cavitates hæ æquales erunt priori; quam ſolam Corpus, Velocitate quinque, impreſſit. * 753.

Generaliter demonſtravimus, & Experimenta hoc pleniſſimè confirmarunt, ad Tempus non eſſe attendendum, ut effectum determinemus quem Corpus præſtat, dum Vim amittit. De ipſo autem Tempore determinando, & diverſis Temporibus conferendis inter ſe, quædam addam, & in Scholiis demonſtrationes dabo. 858.

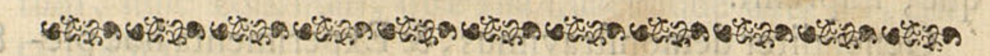
In noſtrâ Machinâ, *ſi Corpus*, Cylindricè terminatum, Velocitate decem *in Argillam* impactum, ad profunditatem unius Pollicis in hanc *penetret*, *Tempus Actionis in Argillam* erit decimæ partis unius Minuti ſecundi; & hocce Tempus, *mutato Cylindro, aut variatâ Corporis mollis Reſiſtentiâ, quamdiu eâdem Velocitate impactio ſit, ſequitur ipſius profunditatis rationem.* 859.

Si Corpora ſint diverſa, Cylindrique diverſas diametros habeant, Tempus ſequitur rationem directam producti Maſſæ per Velocitatem, & inverſam ipſius baſis Cylindri. 860.

Quando Cavitates ſunt ſimiles, utcunque inæquales, Cubi Temporum ſequuntur rationem directam Maſſarum, inverſam Velocitatum Corporum. 861.

862. *Si varia Corpora terminentur figurâ formatâ revolutione ejusdem Parabolæ circa Axem, & hæc juxta Axeos Parabolæ directionem ferantur, Temporum quadrata, sunt ut Massæ;* idcircò idem Corpus, quacunque Velocitate feratur, positis memoratis circumstantiis, æquali Tempore Motum amittit.

Si Velocitate decem, in nostrâ Machinâ, Cavitatis profunditas sit unius pollicis, Tempus in hoc casu, & aliis, in quibus tantùm Velocitas mutatur, erit duodecimæ partis unius minuti secundi. *Si* autem, *manente Velocitate, profunditas mutetur, erit Tempus ut Profunditas.*



SCHOLIUM I.

Comparatio Segmentorum Sphæræ.

863. IN quibusdam Experimentis * hujus Capitis Tabulam, in hoc Scholio exhibendam Indicavimus.
* 852 855.

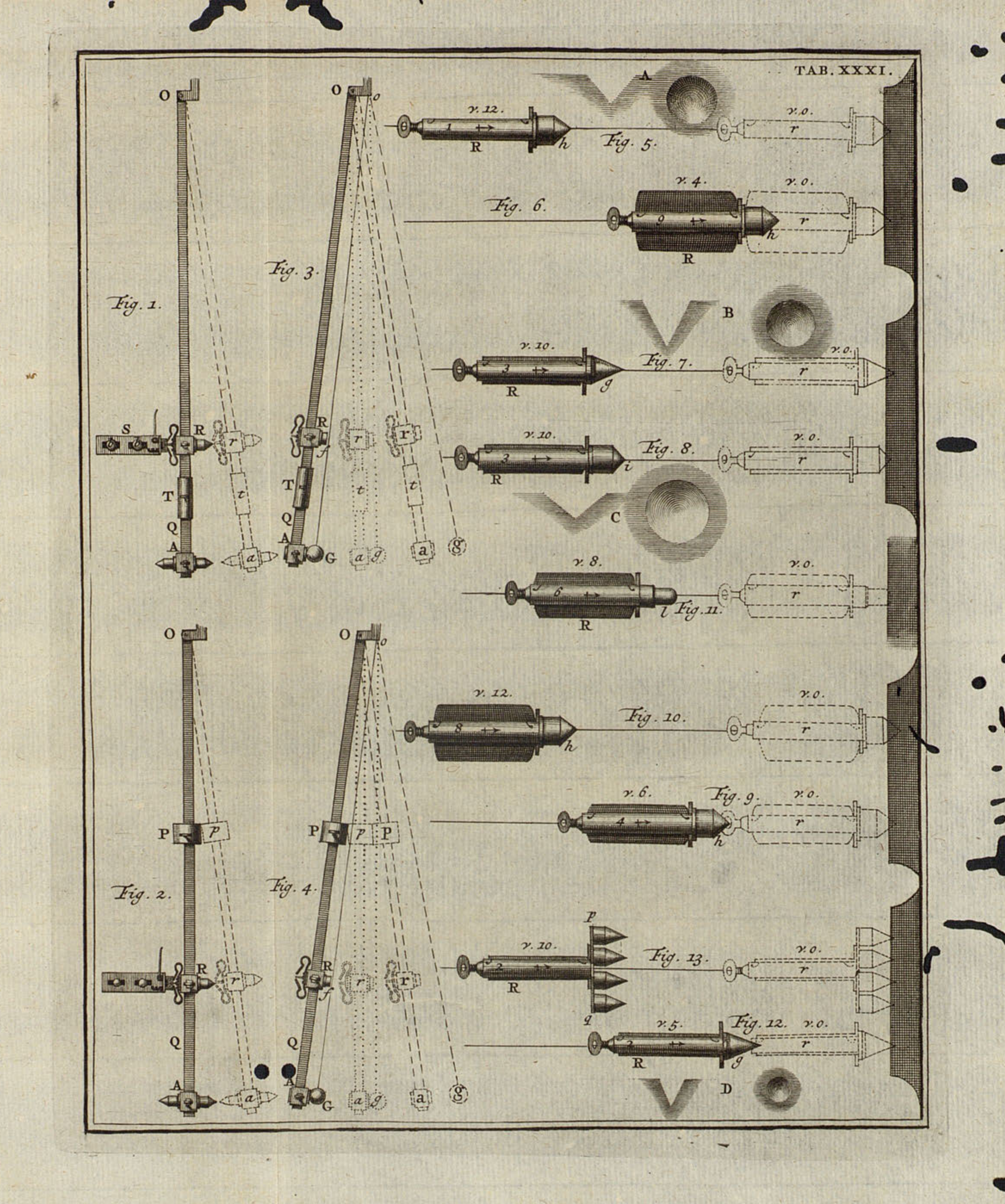
Hac Tabulâ comparamus inter se Conos similes, aut alia Corpora similia; nam hæc omnia sequuntur eandem rationem triplicatam Linearum respondentium, quales sunt Diametri Basium Conorum similium.

864. Etiam comparamus inter se Segmenta ejusdem Sphæræ, ex datis Segmentorum Diametris; quas mensuramus partibus, quarum centum in Diametro Sphæræ continentur.

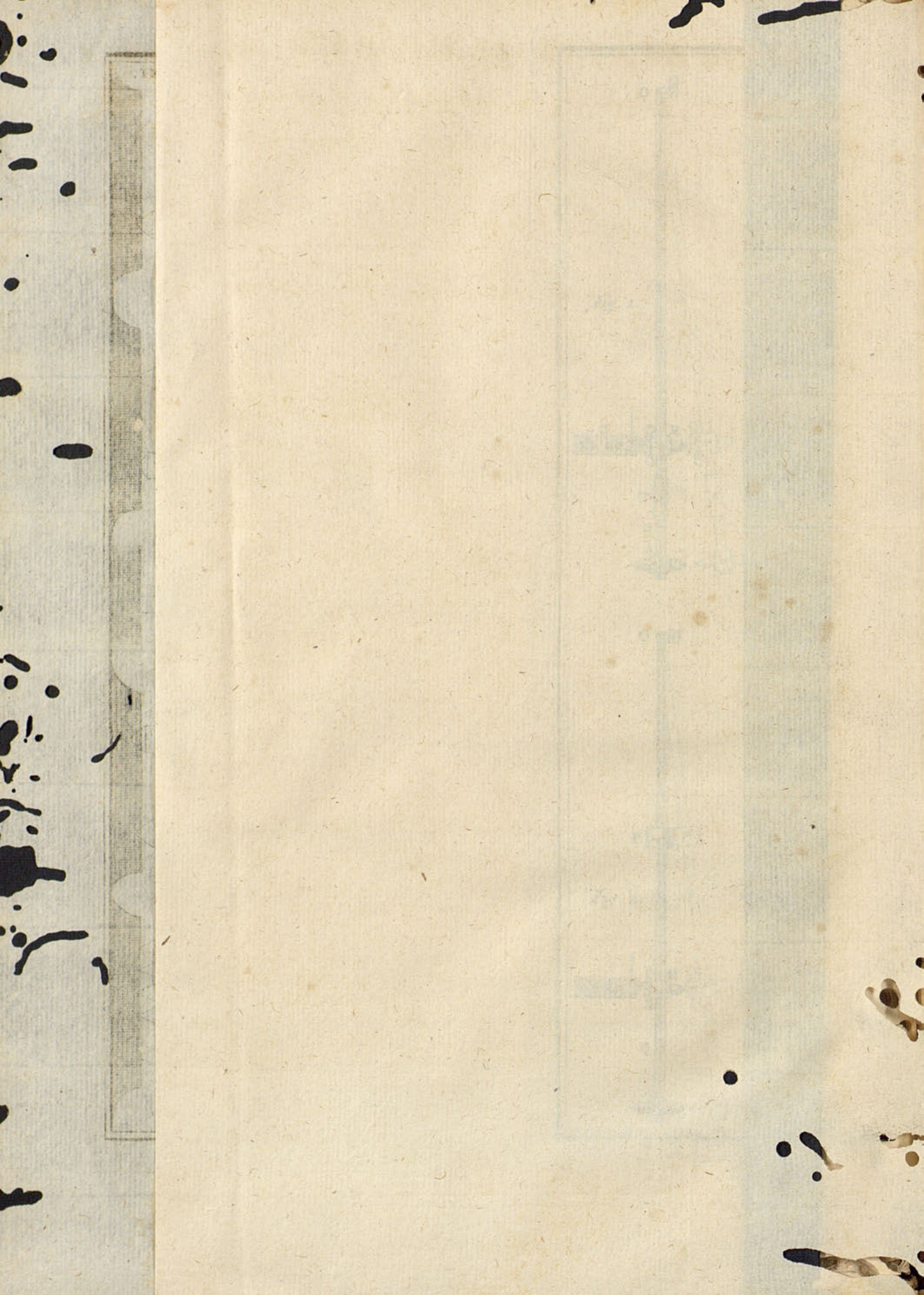
Hæmisphærium, quod est maximum Segmentorum minorum, ponimus continere partes mille, & hisce partibus reliqua Segmenta exprimimus.

865. Et ut Conos cum Segmentis conferamus, hisce iisdem partibus ipsos Conos mensuramus; si Diametri determinentur in partibus Centesimis Diametri Globi; positis Conis, quorum sectiones per Axes dant in vertice Angulos gr. 85.

866. Segmenta, quorum Diametri parum à Globi Diametro differunt, ex Tabulâ rejecimus; quia minima differentia in Diametris, magnæ admodum differentiæ in Cavitate respondet: minora quoque negleximus; quia & hæc nullius usûs sunt in Experimentis *.
* 824.



TAB. XXXI.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.



T A B U L A,

Quâ Sphæræ Segmenta, & Coni, ex datis Diametris, conferuntur, diviso Hæmisphærio in mille partes, & hujus Diametro in Centum. 867.

Diam.	Segment. Profund.	Segm.	Coni.	Diam.	Segment. Profund.	Segm.	Coni.
35.			23.	68.	13.	97.	172.
36.			25.	69.	14.	104.	179.
37.			27.	70.	14.	111.	187.
38.			30.	71.	15.	118.	195.
39.			32.	72.	15.	126.	203.
40.			35.	73.	16.	134.	212.
41.			38.	74.	16.	143.	221.
42.			40.	75.	17.	152.	230.
43.			43.	76.	17.	162.	239.
44.			46.	77.	18.	173.	249.
45.			49.	78.	19.	184.	259.
46.			52.	79.	19.	196.	269.
47.			56.	80.	20.	208.	279.
48.			60.	81.	21.	221.	290.
49.			64.	82.	21.	235.	301.
50.	7.	26.	68.	83.	22.	250.	312.
51.	7.	28.	72.	84.	23.	266.	323.
52.	7.	30.	77.	85.	24.	283.	335.
53.	8.	33.	81.	86.	24.	301.	347.
54.	8.	36.	86.	87.	25.	320.	359.
55.	8.	39.	91.	88.	26.	341.	372.
56.	9.	42.	96.	89.	27.	363.	385.
57.	9.	45.	101.	90.	28.	387.	398.
58.	9.	48.	106.	91.	29.	414.	411.
59.	10.	52.	112.	92.	30.	442.	425.
60.	10.	56.	118.	93.	32.	473.	439.
61.	10.	60.	124.	94.	33.	508.	453.
62.	11.	64.	130.	95.	34.	547.	468.
63.	11.	69.	136.	96.			483.
64.	12.	74.	143.	97.			498.
65.	12.	80.	150.	98.			514.
66.	12.	85.	157.	99.			530.
67.	13.	91.	164.	100.	50.	1000.	546.

SCHO

SCHOLIUM II.

De Temporibus, quibus Cavitates efficiuntur, generaliter.

868. UT Tempora determinemus, quibus Corpora, in Corpora mollia, incurrentia, Cavitates imprimunt; & ut conferamus Tempora quibus diversæ partes ejusdem Cavitatis formantur, debemus ad Massam, ad Velocitatem, & ad Figuram, Corporis impacti, attendere; & in antecessum Resistentia ex cohæsione partium Corporis mollis Experimentis determinanda erit.

869. Datâ ergò Cavitate, quæ impactione Corporis, cujus Massa, & Velocitas, dantur, effecta fuit, ponimus de eodem Corpore molli agi in aliis impactionibus. Hujus Corporis Superficiem ponimus planam; impactionem esse directam; & ipsum Corpus molle formare Obstaculum immobile.

Ex Cavitate datâ in uno Experimento, Cavitatem in alio Casu quoque, si
* 841. detur Vis Corporis, determinatur *; ponimus ergo notam Cavitatis profunditatem.

870. Sit profunditas hæc AB; sit AIC Curva, cujus revolutione circa Axem
TAB. XXXII. Fig. 5. AB, Corporis figura fuit determinata; Curvam hanc vocamus *Lineam Figuræ*.

Secundam concipimus Lineam ALD, quæ eundem Axem habeat AB; sed
871. cujus ordinatæ, ut HL, rationem sequuntur duplicatam respondentium ordinatarum, ut HI, in primâ Curvâ; id est, HL est ut quadratum Lineæ HI; &, ex notâ prima Curvâ, detegitur secundâ. Si Corpus ipsum secetur plano, ad Axem perpendiculari, sectio erit ut quadratum HI, id est ut HL, & Curva ALD soliditatem Corporis repræsentabit, quæ cum Cavitate congruit. Lineam hanc vocamus *Lineam Cavitatis*.

872. Superficies ABD integram Cavitatem exhibet; & superficies AHL proportionalis est portioni Cavitatis effectæ, quando Corpus ad profunditatem AH penetravit in Corpus molle. Superficies HLBD repræsentat illud, quod de Cavitate efficiendum superest, ut tota Vis destructa sit; id est, superficies hæc HLBD proportionalis illi parti ipsius Vis, quam Corpus supersti-
873. tem habet quando ad profunditatem HA est immersum *: Hæc ergò super-
* 841. ficies proportionalis est quadrato Velocitatis Corporis, in hoc ipso momento.

874. Tertiam nunc concipimus Lineam EMB, quam vocamus *Lineam Velocitatis*. Axis iterum est AB; Basis AE repræsentat Velocitatem, quâ Corpus projectum ad superficiem Corporis mollis accedit; Velocitas decrescit, & ubi Cavitatis profunditas est HA, Velocitas Ordinatæ HM proportionalis est. Hujus Curvæ hæc est proprietas, quadratum Ordinatæ, ut HM, proportio-
* 873. nem sequi superficiei HBDL *; quare, concessis Figurarum quadraturis, ex datâ Curvâ ALD, hanc ipsam EMB determinamus.

875. Ex notâ Lineâ Velocitatis, quartam deducimus, quam *Lineam Temporis* vocamus, cujus hæc est proprietas. Basis BF exprimit integrum Tempus, quo Cavitas imprimitur, & tota Vis consumitur; ordinata HG indicat Tempus, quo Corpus ad profunditatem AH penetravit.

Differentia inter hanc ordinatam HG, & sequentem *hg*, nempe *ng*, repræ-

præsentat momentum Temporis, quo Spatiolum H*h*, Velocitate HM fuit percursum, id est, HM×*ng* sequitur rationem ipsius H*h** ; quod spatiolum, si constans concipiatur, dabit constans productum HM×*ng*. * 121.

Ergo, constans spatiolum H*h* est ad *ng*, ut Ordinata HM ad constantem 876.
quandam Lineam; quæ proprietas ipsam Curvam Temporis determinat. Hanc 877.
autem, propter evanescentem Velocitatem in B, Linea BF tangit in vertice F.

Si Corpus, servatâ Velocitate primâ AE, motu uniformi, percurreret 878.
AB, Tempus uniformiter cresceret, & omnes Lineolæ *ng*, positis æqualibus H*h*, æquales forent, & Curva in Rectam converteretur, quæ in A cum illâ coincideret, id est, ipsam tangeret. Sit hæc tangens AN; tunc BN se 879.
habebit ad BF, ut Tempus, quo Corpus, Velocitate quâ in Corpus molle incurrit, spatium AB percurreret, ad Tempus, quo Cavitatem formando Vim amittit.

Si pro variis impactionibus similes formemus figuras, & æquales quantitates 880.
in omnibus, æqualibus Lineis designentur, eo ipso comparamus inter se, quæ ad hos diversos casus spectant.

SCHOLIUM III.

Demonstrationes N. 859. 860. 862.

IN applicatione Theoriæ, in præcedenti Scholio explicatæ, quæ admodum 881.
universalis est, sæpe magna occurrit difficultas; quia in Curvas, Mechanicas dictas, incidimus; & tunc, si per Algebram ad expressiones Arithmeticas tendamus, ad Series infinitas plerumque recurrendum est. In quibusdam tamen casibus omnia Geometricis Lineis absolvuntur, ut exemplis sequentibus patebit.

Agatur de Cylindro recto, juxta Axis directionem moto, perpendiculari- 882.
ter in superficiem Corporis mollis incurrente.

Linea Figuræ est recta Axi parallela; talis etiam est Linea Cavitatis*, eâ- *871.
dem *a*C has ambas repræsentamus. Ponimus AE repræsentare Velocita- TAB. XXXII. Fig. 6.
tem, quâ Corpus projectum ad superficiem Corporis mollis accedit, Lineamque Velocitatis esse BME, cujus ordinata, ut HM, rationem sequitur sub-
duplicatam Rectanguli IHCB*: hoc autem Rectangulum ubique est ut ab- *873.
scissa respondens; ergò quadratum Ordinatæ est ut Abscissa, quæ est Parabolæ conicæ proprietas*. * *La Hire sect. con.* lib. 3. prop. 1.

Ut Lineam Temporis nunc detegamus, ponimus BN proportionalem Tempori, quo AB percurri potest à Corpore, eâ Velocitate moto, quâ in Corpus molle impactio fit; eritque AN Tangens ad Curvam in A*. *878.

Sit ipsa Curva AF; cujus Axis FQ.

Si in G ad Curvam erigatur perpendicularis GR, Triangulum rectangulum GRO simile erit Triangulo rectangulo G*ng*; propter Angulos æquales RGO & *n*G*g*; nam *g*GO est utriusque complementum ad Angulum rectum. Ergo G*n*, aut H*h*, se habet ad *ng*, ut GO ad OR; id est, GO ad OR, ut HM ad constantem Lineam*; sed *876.
ut vidimus, in hac Figurâ, HM sequitur rationem radicis quadratæ Ab-

 scissæ

ſciſſæ BH, aut FO; ergo GO ad OR, ut radix quadrata Abſciſſæ FO
* *La Hire ſect. con.* lib. 3. prop. 1. ad conſtantem; unde ſequitur Curvam AGF quoque eſſe Parabolam conicam; nam in hac GO ſequitur rationem ſubduplicatam ipſius FO* & OR eſt conſtans *.

* *ibid.* lib. 3. prop. 19. Ex his ſequitur FP & FQ, aut AB, eſſe æquales *; & æquales quoque FN, BN. Quare Tempus quo Cavitas imprimitur, quod ipſi BF pro-
* *ibid.* lib. 2. prop. 20. portionale eſt, duplum eſt illius, quo Corpus, Velocitate quâ fuit impactum, potuiſſet percurrere ſpatium æquale profunditati Cavitatis; quod Tempus Li-
* 879. neâ BN fuit deſignatum *.

883. Si hæc velimus applicare Exemplo in N. 859. propoſito, hæc aliunde nota ponimus; Corpus, Machinæ noſtræ applicatum, deſcendere ad profunditatem unius Pollicis, poſitâ Velocitate 14,6. Etiam Experimentis, cum Pendu-
* 415. 470. lis inſtitutis *, detectum fuiſſe, Corpus, cadendo ab altitudine decem Pedum Rhenolandicorum, Velocitatem acquirere, quâ in uno minuto ſecundo percurreret Pedes tales viginti quinque.

Altitudo hæc ſe habet ad altitudinem unius Pollicis, ut 120. ad 1; ergo Corpus, cadendo ab altitudine unius Pollicis, Velocitatem acquirit, quâ in uno
* 374. minuto ſecundo percurritur ſpatium 27,4. Pollicum *; hæcque eſt in noſtrâ Machinâ Velocitas, quam dicimus 14,6., quæ ſe habet ad 10, ut 27,4. ad
884. 18,7. Ergò *Spatium percurſum in uno minuto ſecundo, Velocitate quam in Machinâ dicimus decem, eſt poll.* 18,7.; & Tempus, quo Pollex unus percurritur, eſt 0″,053.; cujus duplum, Tempus nempe quo Cavitas, uno Pollice profunda, efficitur, eſt 0″,106., quod Tempus vix ſuperat illud quod occaſione N. 859. indicavimus.

885. Si agatur de alio caſu, clarum eſt *Tempus* mutari ut BF, quæ ſequitur rationem ipſius BN. Hæc autem, *ſi Velocitas maneat, ſequitur rationem Profunditatis* AB, ut in eodem N. 859. diximus.

886. *Si Velocitas mutetur, Tempus*, in quo Linea ut AB percurritur, minuitur, ut augetur Velocitas, & *eſt* BN, ideoque BF, *inversè ut Velocitas.*

887. *Generaliter Tempus eſt directè ut Profunditas & inversè ut Velocitas.*

888. Ex hiſce facilè deducimus, quæ caſus diverſos peculiares ſpectant quamdiu de Corporibus Cylindricis agitur.

889. Sit p Profunditas; d Diameter; M Maſſa; v Velocitas; Cavitas erit pdd*,
* 11. 14. El. XII.
* 757. 845. quæ valet Vim Mvv *. Unde deducimus $\frac{p}{v} = \frac{Mv}{dd}$: Sed $\frac{p}{v}$ eſt ut Tem-
* 887. pus *; ergò hoc ut $\frac{Mv}{dd}$; ut in N. 860. diximus.

890. *Quando Corpus, efficiendo Cavitatem cylindricam, amittit Vim*, ex hac conti-
* 840. nuò amittit pro ratione ſpatii percurſi *; eodem modo ut Corpus in altum pro-
* 370. 377. 378. 754. jectum *; eidem ergo, cum hoc, Legi retardationis ſubjicitur; id eſt, *mi-*
* 377. *nuitur Velocitas æquabiliter, Temporibus æqualibus* *.

891. Ponamus nunc Corpus terminari figurâ, quam efficit Parabola, circa Axem
TAB. XXXII. Fig. 7. revoluta.

Sit AIC Parabola hæc; quæ eſt Linea Figuræ, cujus Axis eſt AB, qui

etiam

etiam est axis Cavitatis. Linea Cavitatis est recta ex Vertice ducta ALD; * La Hire
nam Quadratum Ordinatæ AI est ut AH*, cujus rationem quoque sequitur sect. con. lib. 3. prop. 1.
HL*; quare HL ut quadratum HI, quæ est Lineæ Cavitatis natura*. *4. El. VI.

Sit Linea Velocitatis EMB; quadratum Ordinatæ, sequitur rationem superficiei LHBD*, quæ est differentia Triangulorum ADB, ALH; similia hæc Triangula sunt ut quadrata laterum AB, AH*; ergo quadratum Ordinatæ HM, quod est ut differentia Triangulorum, est etiam ut differentia horum quadratorum. Unde patet Lineam BME, esse Circulum, aut Ellipsin; si enim Centro A, radio AB, quadrans Circuli describatur BME; quadratum HM æquale erit differentiæ quadratorum AB & AH. Si pro Circulo Ellipsis adhibeatur, non æqualitatem hanc habebimus, sed Ordinatæ erunt in eâdem ratione*. *871. *874. *19. El. VI. 892. * La Hire sect. con. lib. 3. prop. 3.

893. Velocitatis Linea, Temporis Lineam determinat*; in hoc autem casu in Mechanicam Lineam incidimus; sed si Circulum adhibeamus pro Lineâ Velocitatis, non aliâ Temporis Lineâ indigemus: Vidimus enim Lineam Velocitatis, Penduli, in Cycloide agitati, etiam esse Circulum, & Tempus determinari per hujus circumferentiam*; quod & hìc locum habebit. Tempus quo Corpus penetrat ad Profunditatem AH, se habet ad Tempus quo integram efficit Cavitatem, ut Arcus EM, ad Circuli quadrantem EMB. *876. *468.

Spatiolum, infinitè exiguum, A*a* percurritur Velocitate, quâ impactio fit; & Tempus, quo percurritur, repræsentat Arcus E*e*, ipsi A*a* æqualis; ergo, si Corpus, hac eâdem Velocitate motum, percurrat Circuli quadrantem EMB, hoc faciet Tempore, *quo* ipsa *Cavitas efficitur*. Hoc *Tempus* ergo *se habet ad Tempus quo Corpus*, *Velocitate*, *quâ impactio fit*, *percurreret Cavitatis Profunditatem*, *ut Circuli quadrans ad Semidiametrum*. Si AB sit unius Pollicis EMB valebit Pol. 1,57. Velocitate, quam in nostrâ Machinâ dicimus decem, Corpus in uno minuto secundo percurrere potest Poll. 18,7*; in duodecimâ parte hujus Temporis percurrit fere Poll. 1,57, & hocce Tempore Cavitas efficitur; ut occasione N. 862. indicavimus. 894. *884.

895. *Si*, *manente Corpore*, *Velocitas mutetur*, Cavitas, quam superficies ADB repræsentat*, mutatur ut Quadratum Velocitatis*; superficies hæc sequitur rationem Quadrati Lineæ AB*, Profunditatem Cavitatis exhibentis; ergò Velocitas est ut Profunditas; & variatâ hac, æquali Tempore tamen percurritur*: unde sequitur *æquali Tempore semper Cavitatem effici**, ut quoque observavimus occasione N. 862. *845. *871. *19. El. VI. *119. *894.

896. *Si*, *manente Velocitate*, *Profunditas Cavitatis*, *quacunque de causâ*, *mutetur*, *in ratione mutatæ Profunditatis variatur Tempus*, quo hæc percurri posset eâdem illâ Velocitate*; illud autem constantem rationem habet ad Tempus, *quo Cavitas efficitur**; quod ergò in eâdem ratione quoque variatur. *120. *894.

897. Sequenti Regulâ etiam determinamus hoc ipsum *Tempus*, *quo Cavitas imprimitur*; *est* enim *ad Tempus*, *quo Corpus cadendo acquirit Velocitatem*, *quâ impactio fit*, *in ratione compositâ*, *Profunditatis Cavitatis ad altitudinem*, *à quâ Corpus cecidit*, *& quadrantis circumferentiæ Circuli ad Diametrum*.

898. Tempora hæc sunt inter se, in ratione compositâ Temporis, quo Cavitas imprimitur, ad Tempus quo Corpus Velocitate, quâ impactio fit, Profundi-

tatem Cavitatis percurrere posset, & ratione hujus ultimi Temporis ad Tempus casûs per dictam Altitudinem. Prima ratio illa est, quæ datur inter quadrantem
*894. Circuli & semidiametrum *. Secunda ratio coincidit cum ratione Profundi-
*120. 376. tatis Cavitatis ad indicatam Altitudinem, duplicatam *. Ratio composita non mutatur, si duplicato uno consequenti, alterum ad dimidium reducamus; si pro semidiametro integram ponamus, & pro Altitudine duplicatâ ipsam simplicem adhibeamus, habemus quod demonstrandum erat.

SCHOLIUM IV.

De Conferendis Temporibus, quibus Cavitates efficiuntur, datis Figuris quibusdam peculiaribus.

899. CUrvas vocabimus analogas, quarum Ordinatæ sunt proportionales, quæ Abscissis proportionalibus respondent.

TAB. XXXII. Fig. 8. Curvæ FAG, OHP, quarum Axes sunt AC, HL, sunt Analogæ, quia sumtis ad libitum AB, AC::HI, HL, hæc alia datur proportio DE, FG::MN, OP.

Concipiamus Curvas has circa Axes rotari, & figuras Corporum determinare. Si talia Corpora, juxta Axium directiones mota, in superficiem Corporis mollis impingantur perpendiculariter, Tempora quibus vires amittunt conferri poterunt inter se Regulâ facili; non autem hac ipsâ Tempora confer-
* 884. 894. 898. ri poterunt cum Tempore quo Corpus, Velocitate notâ, spatium datum percurrit, ut in præcedenti Scholio fecimus *.

900. Concipiamus Corpora hisce Curvis terminata, ita in Corpus molle impingi, ut penetrent ad FG & OP. Concipiamus ulterius Corpora hæc dividi, planis ad Axem perpendicularibus, in Orbes tenues, sed ita, ut in unoquoque Corpore Orbes omnes sint ejusdem crassitiei, & singula Corpora eundem numerum orbium contineant.

Axes AC, & AL, in æqualem numerum partium dividuntur; ergo si
* 899. idem sit numerus partium in AB, & HI; erit FG: DE::OP: MN*;
16. El. V. & altern. FG: OP::DE: MN: & sunt quoque proportionales Orbes quorum hæ sunt Diametri; daturque inter Orbes quoscunque respondentes, eadem ratio, quæ inter ultimos; id est Orbes respondentes sunt ubique in ea-
901. dem ratione; & summa omnium, ad summam omnium, id est, *Cavitas una*
*12. El. V. *ad alteram*, ut Orbis quicunque ad suum respondentem *; aut, *ut summa Orbium quorumcunque ad summam respondentium.*

Corpora dum ad superficiem Corporis mollis accedunt, Viribus gaudent,
* 841. ipsis Cavitatibus FAG, OHP proportionalibus *; moventurque Velocitatibus quæ sunt in determinatâ ratione.

902. Quando partes DAE & MHN, in Corpus molle penetrarunt, Vires
* 901. destructæ sunt in ratione illarum quas Corpora in initio habuere *, ergò &
*17. El. V. Vires superstites sunt ut primæ *; ut & Velocitates in eâdem ratione quam in
* 753. initio *.

Tempus,

Tempus, quo Profunditas Cavitatis DAE augetur quantitate B*b*, est ad Tempus, quo alterum Corpus percurrit I*i*, directè ut B*b* ad I*i*, & inversè ut Velocitates, quibus in hisce momentis Corpora agitantur *. B*b* autem est ad I*i*, ut AC ad HL; propter æqualem numerum partium in utrâque Lineâ: & Velocitates in hoc momento ut in initio *. Ergo Tempus quo Orbis quicunque immergitur, ad Tempus quo Orbis respondens in Corpus molle penetrat, *directè ut Profunditates Cavitatum, quas Corpora integras Vires consumendo imprimunt, & inversè ut Velocitates, quibus Corpora impinguntur in Corpus molle*; & in eâdem ratione est summa omnium momentorum, quibus successivè omnes Orbes, in FAG, immerguntur, ad summam momentorum, quibus hoc ipsum in OHP contingit *. Hæc autem *sunt Tempora, quibus integræ Cavitates imprimuntur.* 903. *121. *902. 904. *12. El. V.

Hæc Universalis est Regula, quæ locum habet, quæcunque sint Cavitates; potestque hujus Regulæ demonstratio figuris quibuscunque Corporum applicari, quando partes immersæ similes sunt; quare *Regula hæc omnibus Cavitatibus similibus quoque applicari potest.* 905.

In his ultimis primùm usum Regulæ exponam. Sit Cavitatis Profunditas x; Cavitas erit ut x^3 *; ergo, si M sit Massa Corporis, & v Velocitas, erit $x^3 = Mvv$ *: si T sit Tempus; erit $T = \frac{x}{v}$ *; & $T^3 = \frac{x^3}{v^3} = \frac{Mvv}{v^3} = \frac{M}{v}$; ut diximus in N. 861. 906. *8. 12. El. XII. *845. *904. 905.

Redeamus ad Curvas analogas; DE, FG :: MN, OP; quia AB, AC :: HI, HL *: ponamus nunc AX, AZ :: HI, HL erit RS, TV :: MN, OP; ergò positis in eâdem Curvâ AB, AC :: AX, HZ, erit DE, FG :: RS, TV. Unde sequitur mutationem Ordinatæ, à mutatione Abscissæ, pendere juxta constantem quandam Legem; & generali æquatione posse exprimi naturam omnium Curvarum Analogarum possibilium. 907. TAB. XXXII. Fig. 8. * 899.

Si x sit Abscissa ut AB; y duplicata Ordinata respondens; æquatio erit $x = y^{\frac{n}{m}}$ aut $x^m = y^n$, designantibus m, & n, numeris quibuscunque integris, aut fractis. Si numerus unus aut alter sit negativus Curva in præsenti negotio usum nullum habere poterit. 908.

Ut autem diversas Curvas, quæ eâdem æquatione particulari exprimuntur, possimus conferre, deficientes ab una parte dimensiones supplemus, adhibitâ Lineâ a, quâ tales Curvas inter se distinguimus, & æquatio generalis fit $a^{n-m} x^m = y^n$. 909.

Si Abscissa x exprimat Cavitatis Profunditatem, Cavitas ipsa valebit Sphæroïdem, cujus x erit altitudo, quod Solidum proportionale est Mvv *, & valet $\frac{n}{2m+n} a^{\frac{2n-2m}{n}} x^{\frac{2m+n}{n}}$, ut illi norunt quibus prima Elementa quadraturæ Curvarum non sunt ignota. 910. * 845.

Possumus negligere multiplicatorem constantem $\frac{n}{2m+n}$, eò enim non mu-

tamus proportionem, quæcunque sit æquatio peculiaris: servatur tamen a, ut collatio diversarum Linearum ejusdem æquationis fiat.

Ponimus ergo $a^{\frac{2n-2m}{n}} x^{\frac{2m+n}{n}} = Mvv$, id est, $x^{2m+n} = a^{2m-2n} M^n v^{2n}$: sed
904. $T = \frac{x}{v}$; ergo $T^{2m+n} = \frac{x^{2m+n}}{v^{2m+n}}$.

911. Si nunc pro x valorem substituamus, detegimus æquationem $T^{2m+n} = a^{2m-2n} M^n v^{n-2m}$, quæ universalem suppeditat regulam, de Temporibus conferendis in omnibus Curvis Analogis, ut exemplis patebit.

912. Ponamus $m = 0$, $n = 1$; Æquatio Figuræ $a^{n-m} x^m = y^n$ * mutatur in hanc
*909.
911. $a = y$, & Figura est cylindrica. Nunc $T = a^{-2} M v$ aut $T = \frac{Mv}{aa}$, id est
*2. El. XII. Tempus est directè ut productum Massæ per Velocitatem, inversè ut quadra-
889. tum diametri, aut ut Basis; ut supra jam habuimus *.

913. Si $m = 1$, & $n = 1$; æquatio Lineæ * dat $x = y$, & agitur de Cono; sed
*909. a evanuit; &, ut diversos Conos conferamus inter se, debemus novam inire computationem.

914. Ponamus d esse diametrum, quando c est altitudo, & erit, $d, c :: y, x$; aut
11. 14. El. XII. $dx = cy$. Soliditas Coni est ut yyx, id est, ut $\frac{dd}{cc} x^3 = Mvv$*; sed $T = \frac{x}{v}$*;
*845.
*904. ergo $T^3 = \frac{ccM}{ddv}$, dat generalem pro Conis quibuscunque Regulam.

915. Sit $m = 1$, & $n = 2$; æquatio Figuræ * est $ax = yy$ & figura est Parabola,
*909. cujus Parameter a. Factâ numerorum substitutione in æquatione, T^{2m+n}
911. $= a^{2m-2n} M^n v^{n-2m}$ quæ valorem Temporis exhibet, habemus $T^4 = a^{-2} M^2$, aut $T^2 = \frac{M}{a}$, & quadratum Temporis est directè ut Massa, inversè ut Parameter.

916. Nec aliter in aliis Curvis procedendum.

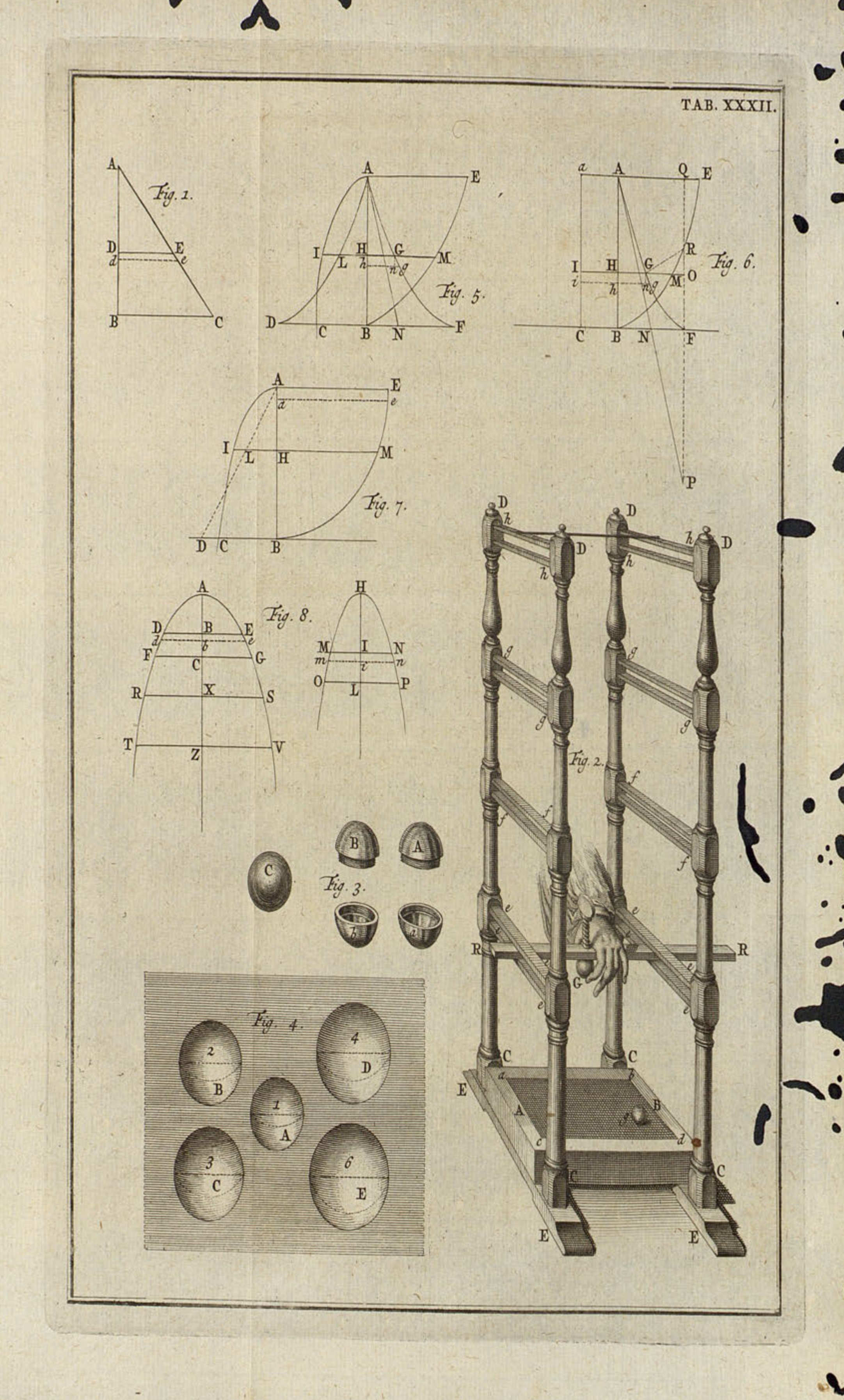
Curva $a^2 x = y^3$, dat $T^4 = \frac{M^3 v}{a^4}$;

$ax^2 = y^3$, dat $T^7 = \frac{M^3}{aav}$.

$x^3 = aay$, dat $T^7 = \frac{a^4 M}{v^5}$.

$x^3 = ayy$, dat $T^4 = \frac{aM}{v^2}$. &c.

In duobus ultimis casibus solidum formatur conversione Curvæ circa tangentem in vertice.


Fig. 1.
A
D
E
d
e
B
C
Fig. 5.
A
E
I
H
G
M
L
h
n
g
D
C
B
N
F
Fig. 6.
a
A
Q
E
R
I
H
G
O
i
h
n
g
M
C
B
N
F
P
Fig. 7.
A
E
a
e
I
L
H
M
D
C
B
Fig. 8.
A
D
B
E
d
b
e
F
C
G
R
X
S
T
Z
V
H
M
I
N
m
i
n
O
L
P
Fig. 3.
C
B
A
b
a
Fig. 4.
2
B
4
D
1
A
3
C
6
E
Fig. 2.
D
h
g
f
e
R
G
C
a
b
E
A
B
c
d

LIBER II.

Pars II. De Corporum Collisione simplici, directâ, & obliquâ.

CAPUT IV.

De Corporum Collisione simplici, directâ.

DEFINITIO 1.

Celeritas, quâ duo Corpora, ad se mutuò accedunt, aut separantur, vocatur Celeritas respectiva. 917.

Quando Corpora ambo ad eandem partem tendunt, ad se invicem accedunt, aut separantur, Velocitate, quæ æqualis est differentiæ Velocitatum absolutarum. 918.

Velocitas autem respectiva est summa Velocitatum absolutarum, si Motuum directiones sint contrariæ. 919.

DEFINITIO 2.

Impactio directa dicitur, quando ita concurrunt, ut nulla ratio detur, quare potius ad unam, quàm ad aliam partem, deflectantur; adeò ut in eâdem Lineâ, ante & post concursum, Motus detur, si hic non omnis destructus fuerit. 920.

In tali Impactione hæc tria concurrere debent. Ut Directio Motûs, aut Motuum, quando ambo moventur Corpora, transeat per singulorum Gravitatis Centra; ut hæc eadem Linea, quæ per ambo Centra Gravitatis transit, secet partes superficierum, quæ in se mutuò incurrunt; tandem ut hæ superficies, quæ in se mutuò incur- 921.

incurrunt, ad Lineam, quæ per Centra Gravitatis transit, sint perpendiculares.

DEFINITIO 3.

922. *In omni alio casu Ictus dicitur obliquus.*

923. Corpora, in quibus Collisio locum habet, sunt vel du-
66. ra vel Mollia; perfectè dura nulla novimus; omnia quæ à nobis dura dicuntur sunt revera elastica; de his ergò & de mollibus agendum, de perfectè duris breviter, quid in omni casu contingeret, indicandum.

924. Non omnis concursus Corporum ad Impactionem pertinet; ita Corpora possunt convenire, & de hoc casu postea agendum erit, ut accessus superficierum fiat Velocitate infinitè exiguâ, poteştque hæc Actio per Tempus continuari, sed nulla hìc datur Impactio.

925. Locum hæc habet, quando superficies ad superficiem, in quam immediatè agit, accedit Velocitate finitâ, ita ut detur Actio ex Vi insitâ.

926. *Omnia Corpora, nobis nota, constant ex partibus inter se cohærentibus* vi, cujus effectum novimus, & cujus causa nos latet: Sed verâ *Pressione* partes inter se cohærere, cuicunque causæ hanc tribuamus, in dubium nemo vocabit.

Nulla datur Pressio, quæ minimâ insitâ Vi superari
927. non potest*; ergò *Nulla datur Corporum Collisio sine quadam*
*703. *partium introcessione.*

928. *Si Corpora darentur perfectè dura, minimâ Collisione confringerentur*; in his enim minimus non datur partium mo-
65. tus sine harum separatione.

De Collisione Corporum in genere hoc Capite agam;
929. explicandum ideò, *quid obtineat in Corporibus non elasticis*; nam & hoc ipsum *in elasticis locum habet, in momento in*

quo

quo Corpora concurrunt, antequam partes intropreſſæ ad priſtinam figuram redeant.

Hac figuræ inſtauratione *Corpora elaſtica* ſeſe mutuò repellunt; idcircò *poſt Ictum ſeparantur*. Nulla autem talis datur Actio, *ſi omni elaſterio deſtituantur*; ergò *poſt Impactum directum non ſeparantur*; nam in Impactione hac, directio mutari non poteſt *; & ideo, ſi non ambo Ictu quieſcant, *in eâdem Lineâ ambo motum continuant*, *in quâ ante Ictum movebantur*, & in quâ à ſe invicem non repelluntur. 930. 931. * 920.

Dum partes Corporum intropremuntur, deſtruitur Vis *, quæ Preſſionem, quâ cohærent *, ſuperat; Ergò *Corpus in aliud incurrere non poteſt*, *aut duo in ſe mutuò*, *ſine diminutione ſummæ Virium* *; *ſi Corporum detur Colliſio*. * 708. * 926. 932. * 927.

In Corporibus elaſticis partes ictæ ad priſtinam redeunt figuram, & redeuntes premunt Corpus, cujus Actione intropreſſæ fuere; hac Preſſione nova generatur Vis; ſed de hac nondum agimus, *in* ipſis *Corporibus elaſticis datur*, *ante figuram inſtauratam*, *diminutio Virium*, *de quâ hìc agimus*. 933.

Nulla in Corporum Colliſione Vis deſtruitur, *praeter illam quâ partes intròpremuntur*. 934.

Ponamus primò Corpora ad eandem partem tendere. Antecedens neceſſariò tardius alio movetur, & Ictu acceleratur; conſequens verò, quia in aliud agit, ex vi ſuâ amittit. Effectus Vis amiſſæ eſt augmentum Vis in antecedente, ut & introceſſio partium; Effectus hic valet Vim amiſſam à conſequente *; ſed illa, quam acquiſivit antecedens, non eſt Vis deſtructa; ergò ſola hæc deſtruitur, quâ partes introcedunt. 935. * 709.

Secundò, tendant Corpora in partes contrarias. Corpus, 936.

pus, quod incurrit in Obſtaculum molle, & fixum, totam intropremendo partes Vim amittit; nullum enim alium edit Effectum: & ideò totam intropremendo partes amittit Vim, quia Obſtaculum ſatis reſiſtit.

Non minor eſt reſiſtentia, quando Obſtaculum non eſt fixum, ſed ipſum motu contrario ad Corpus accedit; quare Corpus, in hoc caſu, non minorem intropremendo partes exſerit Effectum, totamque etiam Vim hac Actione conſumit.

Duobus autem datis Corporibus, in contrarias partes latis, utrumque eſt Obſtaculum reſpectu aliûs, & utrumque intropremendo partes Vim conſumit. Si verò unum ante aliud totum amittat Motum; eo momento in caſum jam examinatum incidimus, & univerſalis eſt Demonſtratio.

937. Paradoxam autem hanc Propoſitionem, *Vim nunquam immediatè Vim deſtruere*, Experimentis extra dubium ponimus.

EXPERIMENTUM I.

938. Utimur eâdem Machinâ *, quâ Experim. 2., Capitis præcedentis *, demonſtratur. Ipſi autem applicamus ambo Rectangula *r*, & *s*, diſpoſitis Uncis, qui fila ſuſtinent, ut antea explicatum *.

TAB. XXVII. Fig. 1. *760. *827. *766.

Cum Rectangulo *r* conjungimus Conum H (TAB. XXVIII. Fig. 7.), ut in indicato Experimento *. *829.

939. Rectangulo *s* additur Pyxis cylindrica lignea M (TAB. XXVIII. Fig. 10.); hæc, eum in finem, Cochleâ *n* inſtructa eſt, quæ Cavitati in anteriori ſuperficiei Rectanguli inſeritur *. Pyxidis hujus Cavum anterius *o* Argillâ repletur; quæ Lamellâ, aut Cultro ligneo, cujus acies paulò illinita eſt oleo, abraditur, ut ſuperficies plana, *770.

&

& æqua ſit; tunc ponderatur Pyxis, & in Cavum poſte-
rius parum Argillæ intruditur, quantum neceſſe eſt, ut
Cylindri pondus æquet pondus Coni, Rectangulo *r* ap-
plicati. Tales cylindri, ita parati, plures deſiderantur,
ad minimum tres aut quatuor.

Rectangulis inſerimus, ibique firmamus, Cylindros,
quibus illorum Pondus augetur *; & quidem tales, ut * 774.
Maſſæ ſingulæ valeant tria.

Rectangula diſponuntur, ut antea de uno dictum *; 940.
cavendum autem ut exactè dentur in ſitu horizontali, * 769.
ad eandem altitudinem, & ad eandem diſtantiam à Ta-
bulâ BC; tunc, quieſcentibus Rectangulis, in ſitu quem
ſpontè acquirunt, Fila uncis, *g* & *f* juncta, ſunt pa-
rallela, ut & illa, quae ſuper Uncis *h* & *i* tranſeunt;
vertex Coni, cum Rectangulo *r* juncti, reſpondet cen-
tro ſuperficiei Argillæ in *s*, ibique hanc tangit.

Regula VX firmatur, & Rectangulum *r* elevatur,
ut in ſæpius indicato Experimento dictum *; applicatur * 836.
Index O, ut decimæ diviſioni majori Regulæ reſpon-
deat *. * 775.

Ab hac diviſione Rectangulum demittitur, & Velo- 941.
citate decem in Rectangulum quieſcens *s* incurrit, &
hoc ſecum fert, Cavitatemque in Argillam imprimit.

Fila quæ in ſuſpenſione Rectangulorum parallela fue- 942.
re talia nunc non ſunt, quia Coni vertex, non Argil-
lam tangit, ut ante, ſed in hanc penetravit. Ad paral-
leliſmum reducenda ſunt. Relictis Uncis *g*, *g*, *g*, & *h*, *h*, *h*,
convertuntur Lamellæ, quæ intermediorum *g*, *f*, & *h*,
i, diſtantias determinant *; & *f*, *f*, *f*, ut & *i*, *i*, *i*, me- * 764.
dium versùs moventur, quantum neceſſe eſt, ut paralle-
liſmus inſtauretur, in quo nulla datur difficultas; fir-

 ma-

mamusque Regulam Y Z, ut extremitas Y respondeat cum Filis posterioribus Rectanguli *s*, quando Corpora
*830. juncta liberè suspensa quiescunt *.

943. Tollitur Pyxis cylindrica, quæ conjuncta erat cum *s*; aliamque, eodem modo Argillâ repletam, substituimus. Indicem ita ponimus, ut cum quintâ majori divisione Regulæ Y Z conveniat.

Iterum elevamus Rectangulum *r*, & Velocitate decem immittitur in Corpus quiescens *s*; simul adscendunt ad Indicem *q*, ad quem Fila posteriora Rectanguli *s* accedunt, sed non incurrunt.

Cavitas, quæ Argillæ imprimitur, & in genere Effectus hujus Percussionis, non differt ab Effectu in pri-
*941. mo tentamine *; quia, in utroque casu, Vis eadem acquisita fuit à Corpore *r* in descensu, qui idem fuit; sed, in primo casu, propter destructum Filorum parallelismum, non exactè Velocitatem, post Percussionem, potuimus mensurare, ante illum instauratum.

944. Habuimus Corpus R, cujus Massa est tria, impactum,
TAB. XXXIII. Velocitate decem, in Corpus quiescens S, cujus Massa
Fig. 1. etiam est tria; simul post Percussionem fuere agitata Velocitate quinque, & Cavitas effecta fuit quam in A exhibemus.

945. Sublato Cylindro ligneo *m*, cum S conjuncto, alium,
TAB. XXXIII. Argillâ repletum, iterum substituimus; instauratur situs
Fig. 2. primus uncorum ut Corpora suspendantur, ut primum
* 940. fuere *, situs Regulæ Y Z (Tab. xxvii.) paululum quoque mutatur, ut extremitas Y iterum conveniat cum Filis posterioribus Rectanguli S. Applicatis Indicibus ut, ab utra-
* 775. que parte, divisioni majori quintæ * respondeant; ab illis Corpora R, & S, simul demittuntur, ut in medio concurrant, ubi quiescunt. Uterque Motus fuit destructus;

&

& Cavitas impressa exactè æqualis fuit ipsi A.

In primo Casu Velocitas Corporis R fuit decem, Massa 946.
tria; Vis ergo 300 *. Post Impactionem Massa fuit sex, *757.
Velocitas quinque, & Vis 150 *. Hæc Vis superfuit *757.
tantum, & Vis æqualis fuit destructa, quæ consumi non potuit, nisi intropremendo partes *; alius enim non *934.
fuit Effectus.

In secundo Casu, utriusque Corporis Vis fuit 75.*, *757.
& tota Vis destructa quoque 150; sed propter Cavitatem æqualem, & similem, priori, hæc ipsa Vis in Cavitate formanda consumta fuit *. * 934.

Vim 150 requiri in omni casu, ut talis efficiatur Cavitas, mutatis circumstantiis, clarius patet.

Rectangulum R, cum suo Cono *h*, servatur; tantùm 947.
mutatur Massa, quæ nunc est sex; hæc, Velocitate quin- TAB. XXXIII.
que, impingitur in Obstaculum fixum, ut, in variis Ca- Fig. 3.
pitis præcedentis Experimentis *, Corpora in tale ob- * 827. 843.
staculum fuêre impacta; Cavitas iterum exactissimè æqualis est præcedentibus, & Vis destructa quoque 150 *. * 757.

Ad illud, quod, aucto Pondere, de Filis extensis aliâ occasione monuimus *, hìc quoque attendere debe- * 831.
mus.

Motu duobus Corporibus communi Corpora hæc in se mutuò agere non possunt; pendet ergò Ictus à *Velo-* 948.
citate respectivâ, quâ *manente*, *Intensitas Impactionis eadem erit*, *quomodocunque Celeritates absolutæ varient*; ab Intensitate hac pendet *Partium introcessio*, quæ ergò *semper ea-* 949.
dem erit, *si duo Corpora*, *eâdem Velocitate respectivâ*, *in se mutuò incurrant*, *quibuscunque Velocitatibus moveantur*.

EXPERIMENTUM 2.

Hoc Experimentum ut præcedens peragitur.

950. TAB. XXXIII. Fig. 4. Rectangulo R idem Conus *h* jungitur, sed Massa valet quatuor *. Rectanguli S Massa est tria, & cum ipso cohæret Pyxis cum Argillâ *m* *. Corpora suspenduntur, ut supra dictum *.

* 774. * 939. * 940.

Corpus R Velocitate septem, impingitur in Corpus quiescens S; Cavitas Argillæ imprimitur. Tollitur Pyxis *m*, & alia substituitur. Velocitas respectiva fuit septem *.

* 918. 919.

951. TAB. XXVII. Fig. 1. Index *o* ita ponitur, ut *r* descendendo Velocitatem novem acquirat; manente hoc mutatur situs Regulæ V X ita, ut extremitas X respondeat Filis anterioribus Rectanguli *s*, quiescente hoc. Tunc *s* elevatur V versùs, ad talem altitudinem ut eadem Fila secundæ divisioni majori Regulæ X V respondeant, & Index *p* ita collocatur, ut hujus cuspis cum interiori, ex dictis Filis, conveniat. Index hic, qui separatim in P, & *p*, (Tab. XXVIII. Fig. 6.) exhibetur *, ex Cochleâ constat, ut servato loco, ad Filum cui respondet, accedere, & ab hoc removeri possit; ita autem convertitur Cochlea hæc, ut, manente Indice, Corpora liberè juxta ipsum transire possint, Filis interioribus ad exiguam tantum distantiam à cuspide transeuntibus. Si *s* nunc elevetur, ut anteriora Fila Indici *p* respondeant, descendendo acquiret Velocitatis gradus duos Z versùs.

* 777.

952. TAB. XXXIII. Fig. 5. Elevatis simul Corporibus R & S, ut Indicibus suis Fila respectivè respondeant; demittantur eodem momento, eodem quoque momento, ad locum infimum, id est Machinæ medium, pervenient *; ibique concurrent, dum ad eandem partem feruntur, antecedens cum duobus gradibus Velocitatis, consequens Velocitate novem: Velocitas respectiva iterum fuit septem *. Removetur

* 407. * 918.

vetur Pyxis *m*, aliamque Pyxidem ſimilem ſubſtituimus.

Situs Regulæ X V inſtauratur, ut extremitas X Filis poſterioribus Rectanguli *r* reſpondeat. Extremitas Y, alîus Regulæ, eodem modo reſpondere debet Filis poſterioribus Rectanguli *s*. Ponimus Rectangula quieſcere. TAB. XXVII. Fig. 1.

Demittuntur ambo Corpora R & S ita, ut, in contrarias partes lata, deſcendendo S acquirat duos gradus Velocitatis, R quinque; hiſce Velocitatibus in medio Machinæ conveniunt *, & in Percuſſione Velocitas reſpectiva eſt ſeptem *. 953. TAB. XXXIII. Fig 6. *407. *919.

In hiſce tribus Percuſſionibus Velocitas reſpectiva fuit eadem, nempe ſeptem; tres etiam effectæ Cavitates exactiſſimè ſunt æquales. 954.

Nunc ſatis, ſuperque, explicatum credimus, quomodo Corpora Velocitatibus quibuſcunque, ſive agatur de Motibus conſpirantibus, ſive de contrariis, in ſe mutuô poſſint impingi; etiam quomodo Velocitas, ambobus communis, poſt Percuſſionem menſuretur: hac de cauſâ in ſequentibus inutile erit, ulterius in ſimilibus Experimentis explicare, quæ diſpoſitiones Machinarum ſpectant. 955.

Videamus nunc quid ex ultimâ Propoſitione * ſequatur. Vires æquales conſumuntur in formandis Cavitatibus æqualibus *; nulla Vis perit præter illam, quæ in Cavitatibus formandis conſumitur *; ergò *quomodocunque duo Corpora moveantur, ſi eadem fuerit Velocitas reſpectiva, eadem Vis Ictu deſtructa erit* *. *949. *841. 956. *934. *949.

Experimentum 3.

Hoc Exp. ut præcedens inſtituitur; eadem omnia, eodem modo, peraguntur; ſed ſingula, ex tribus tentami- 957. TAB. XXXIII. Fig. 4. 5. 6.

950 952. 953. taminibus, iterum repetenda ſunt, obſervatis quæ in N. 942. fuere explicata, ut Velocitatem poſt Percuſſionem, ſingulis vicibus, determinemus; ſequentes autem detegimus.

*950. In primo caſu * Corpora Motu communi feruntur
*952. Velocitate quatuor. In ſecundo * Velocitate ſex. In ul-
*953. timo * duobus tantùm gaudent gradibus Velocitatis.

958. In primo caſu, ante Percuſſionem, ſolum Corpus R
757. fuit motum. Maſſa erat 4, Velocitas 7; Vis ergò 196. Poſt Percuſſionem Corpora fuere conjuncta, & Maſſa valuit 7, Velocitas 4; Vis erat 112; periit ergò intropremendo partes Vis 84.

In ſecundo caſu Vis Corporis R, erat $4 \times 81 = 324$; Vis Corporis S erat $3 \times 4 = 12$; ſumma ergò Virium fuit 336. Poſt impactionem Vis fuit $7 \times 36 = 252$. Vis deſtructa ergò quoque valuit 84.

In ultimo caſu Vires ante Percuſſionem erant 100 & 12; quarum ſumma 112, etiam 84 ſuperavit Vim poſt Ictum ſuperſtitem 28.

959. Cùm Vis Ictu deſtructa, manentibus iiſdem Corporibus, & eâdem Velocitate reſpectivâ, ſemper ſit eadem, hanc in uno caſu determinare ſatis erit; & in omnibus aliis dabitur.

960. *Si Corpora duo, ſive æqualia, ſive utcunque inæqualia, in contrarias partes lata*, in ſe mutuò incurrant, poteſt, datâ Velocitate reſpectivâ, ita componi horum Motus, ut quod libuerit alium poſt Ictum ſecum ferat, unde ſequitur, caſum dari, in quo *poſt Ictum quieſcunt*.

In hoc caſu *ſumma Virium* abſolutarum valet vim in omni caſu, poſitâ eadem Velocitate reſpectivâ, deſtru-
*956. ctam *. In hoc eodem caſu ſumma hæc *eſt*, *ſervatâ Velo-*

citate

citate respectivâ omnium minima: si enim summa minor daretur, minor Vis Ictu periret, quod impossibile *. *956.

Summam autem *hanc esse omnium minimam, si positis directionibus contrariis, Celeritates fuerint inversè ut Massæ*, & in hoc casu solo esse minimam, in Scholio sequenti 1. demonstramus. 961.

Unde ergò sequitur, in hoc solo casu, *Corpora in contrarias partes lata, & in se mutuò incurrentia, post Ictum quiescere, si Velocitates fuerint inversè ut Massæ* *. 962. *960.

In hoc autem casu Vires ipsæ sunt ut Velocitates, id est, sunt inæquales, si Corpora sint inæqualia; quod paradoxum admodum videtur. Hac de causâ etiam directè Propositionem ipsam demonstrabo; ut ex Naturâ Percussionis pateat, hanc inæqualitatem ut quies detur, positis Corporibus inæqualibus, omninò desiderari. 963. *791.

Concipiamus Corpora duo, in contrarias partes lata, & in se mutuò directè incurrentia; ita consumunt Vires intropremendo partes, dum aut plana fiunt, aut unum in aliud penetrat, ut, post primum contactum, quoddam spatium Corpora percurrant; partibus interea inter vicinas recedentibus. 964.

Non per totum hocce spatium cohæsio superanda æquabilis est; sed si spatium hoc in spatiola minima divisum concipiamus, in singulis Resistentia superanda per totum spatiolum pro æquabili haberi poterit; & unumquodque Corpus, particulas inter vicinas movendo, ex Resistentiâ hac superabit pro ratione partis spatioli ab ipso percursæ: duo autem Corpora, in contrarias partes lata, simul quidem integrum percurrunt spatiolum; sed hujus partes, à singulis percursæ, sunt ut Velocitates *; in quâ eadem ratione sunt cohæsionis *119.

*361. Resistentiæ superatæ; quæ sunt ut Corporum actiones *; *709. aut ut Vires amissæ *.

965. Idcirco *in omni Collisione duorum Corporum, Motibus contrariis in se invicem incurrentium, decrementa Virium, in singulis momentis infinitè exiguis, sunt ut Velocitates Corporum, in his ipsis momentis.*

Quæ Regula locum habet donec unum è Corporibus integram Vim amiserit; quod ab alio tunc repellitur, & Vim novam acquirit. Si autem Corpora ambo, eodem tempore, Vires amittant, eodem momento quiescunt, & est hicce casus, quem examinare debemus.

966. Ponamus *duo Corpora, in contrarias partes lata, & in se mutuò incurrentia* Velocitatibus, quæ sunt inversè ut *791. Massæ; Vires erunt ut Velocitates *.

In primo momento, postquam sese mutuò superficies *965. tetigêre, Virium decrementa, quæ sunt ut Velocitates *, sunt ut ipsæ Vires; & Vires superstites ut Vires pri- *19. El. V. mæ *; in quâ eadem ratione sunt Velocitates supersti- *791. tes *.

Potest idem ratiocinium ad secundum, & sequentia momenta, applicari; &, in singulis, Virium decrementa sunt ut ipsæ Vires; quae ergò eodem tempore consumuntur; quare *eodem momento* Corpora *quiescunt*; quod *in hoc solo casu* obtineri, *in quo Velocitates oppositæ sunt ut Vires*, eadem evincit demonstratio.

Ex hac quoque constat, decrementa Velocitatum, 967. *in omni Collisione, singulis momentis, esse inversè ut Massas.* Nam si, manente Velocitate respectivâ, Motus utcunque mutentur, non illa variantur, quæ immediatè ab *948. Ictu pendent *; & quod decrementis *Velocitatum* in casu peculiari demonstravimus, in genere ad *mutationes*

Veloci-

Velocitatum, in Collisione quacunque, referri poterunt.

Ex praecedenti demonstratione sequitur *Corpora inaequalia, in contrarias partes lata, non quiescere concursu mutuo, nisi Vires habeant inaequales*; circa quam Virium inaequalitatem Experimenta quaedam, notatu digna, hìc addam. 968.

EXPERIMENTUM 4.

Corpus R, cum Cono *b*, quem in praecedentibus Experimentis adhibuimus, cujus Massa est novem, & Velocitas duo, in Corpus S, Pyxide *m* cum Argillâ armatum, & cujus Massa valet duo, impingitur; dum hoc in contrariam partem fertur Velocitate novem. In medio Tabulae Corpora, dictis Velocitatibus, quae sunt inversè ut Massae, concurrunt, & quiescunt; Cavitatemque efficiunt quam exhibemus in B. 969. TAB. XXXIII. Fig. 7.

Hoc Experimento ipsam Propositionem immediatè confirmamus; quae Virium inaequalitatem spectant patebunt, si hoc Experimentum cum sequenti conferamus. 970.

EXPERIMENTUM 5.

Amborum Corporum R, & S, Massae valent duo, utriusque Velocitas est novem, in contrarias partes lata concurrunt, & quiescunt, efficiuntque Cavitatem C. 971. TAB. XXXIII. Fig. 8.

Mutatis Massis, ut sint novem, si utrumque Corpus, duobus gradibus Velocitatis, in oppositum incurrat, iterum quiescent; & Cavitas erit D. 972. TAB. XXXIII. Fig 9.

Corpora, in hisce circumstantiis, quiescere debere, manifestum est, sed illi, qui praecedentem demonstrationem * non benè intellexit, mirum videbitur, Cavitates esse inaequales; hac de causâ alia quaedam addam Experimenta. 973. * 966.

974. Vis, quæ in Experimento præcedenti consumitur, quâ Cavitas B effecta fuit, valet dimidium totius Vis, quæ, in ambobus tentaminibus hujus Experimenti, fuit destructa, & quâ Cavitates C, & D, fuere effectæ; hac de causâ ex ante demonstratis * sequitur, Cavitatem B valere dimidium summæ aliarum Cavitatum C & D; ita ut æqualiter cum harum utrâque differat: quod cum ipso Experimento congruit, ut mensuratis Cavitatibus detegitur.

* 841.

975. Hæ autem facilè mensurantur, adhibito Circino proportionum, quo solida similia, quorum latera homologa sunt Cavitatum diametri, inter se conferuntur; si talem Circinum ad manus non habeamus, sequentia Experimenta sufficere poterunt.

EXPERIMENTUM 6.

976. Corpus R, cujus Massa est novem, duobus gradibus
TAB. XXXIII. Velocitatis, impingitur in Obstaculum fixum; efficit
Fig. 10. Cavitatem E.

Fig. 11. Idem Corpus, mutatâ Massâ, ut sit duo, Velocitate novem, in obstaculum fixum impactum, cavitatem impressit F.

977. Harum Cavitatum inæqualitas Virium inæqualitatem demonstrat in Experimento 4to. *; sunt hæ inversè ut Massæ *, & in eâdem ratione Cavitates *; harum summa valet Cavitatem B, in dicto Experimento 4to. formatam, ut mensuratis Cavitatibus patet; sed etiam Experimento evincitur.

* 969. * 791. * 841.

EXPERIMENTUM 7.

978. Incurrat Corpus R bis in eundem locum superficiei
TAB. XXXIII. Argillæ ita, ut secundâ vice augeat Cavitatem primâ
Fig. 12. vice effectam, si in uno casu Massa sit novem, Veloci-

tas

tas duo; in alio Maſſa duo, & Velocitas novem; integra Cavitas æqualis erit Cavitati B Experimenti quarti *. * 850.

In hoc ipſo Experimento quarto Vis Corporis R fuit 979.
$9 \times 2 \times 2 = 36$; Vis Corporis S valuit $2 \times 9 \times 9 = 162$ *; ſumma eſt 198. Si Corpus, cujus Maſſa ſit novem, & TAB. XXXIII. Fig. 13. eodem Cono *b*, ut in præcedentibus, armatum, Velocitate quatuor cum ſeptem decimis partibus, in obſtaculum fixum incurrat, Cavitatem efficit, quæ dictæ Cavitati B, etiam æqualis eſt. Vis, hoc Ictu deſtructa, etiam valet 198, ſaltem vix ab hac differt; quod demonſtrat talem etiam fuiſſe Vim in Experimento quarto deſtructam *; quod iterum inæqualitatem Virium, in ipſo * 841. illo Experimento, extra dubium ponit.

Si dato caſu, in quo Corpora poſt Ictum quieſcunt, Vis minor augeatur, ita tamen ut Vim alterius Corporis nondum æquet, *Corpus, cujus Vis minor erit, Corpus* 980.
majori Vi motum regredi coget.

Corpus celerius motum, quamvis majori Vi præditum, breviori Tempore, intropremendo partes, Vim conſumit, & ab alio, quod Vim ſuperſtitem habet, repellitur.

EXPERIMENTUM 8.

981.
Ponamus Corpora R, cujus Maſſa valeat duo, & S, TAB. XXXIV. Fig. 1. cujus Maſſa ſit novem in contrarias partes lata, in ſe mutuò incurrentia, hoc Velocitate quatuor, illud Velocitate duodecim; Ictu repellitur R, & S in motu perſeverat, ſecum ferens R Velocitate, quæ unum gradum ſuperat.

982.
Remoto S, Corpus R, ſervato Cono ſuo *b*, eâdem TAB. XXXIV. Fig. 2. Velocitate duodecim, in Obſtaculum fixum impingitur; imprimit Cavitatem A.

983. TAB. XXXIV. Fig. 3. Mutatur Massa, ut valeat duo, & Velocitate quatuor, quâ S in Collisione ultimâ fuit agitatum, in alium locum Obstaculi fixi impingitur, & Cavitas est B, quæ ab aliâ admodum superatur; quamvis Corpus hocce Impactione non integrum amiserit Motum, & aliud secum tulerit.

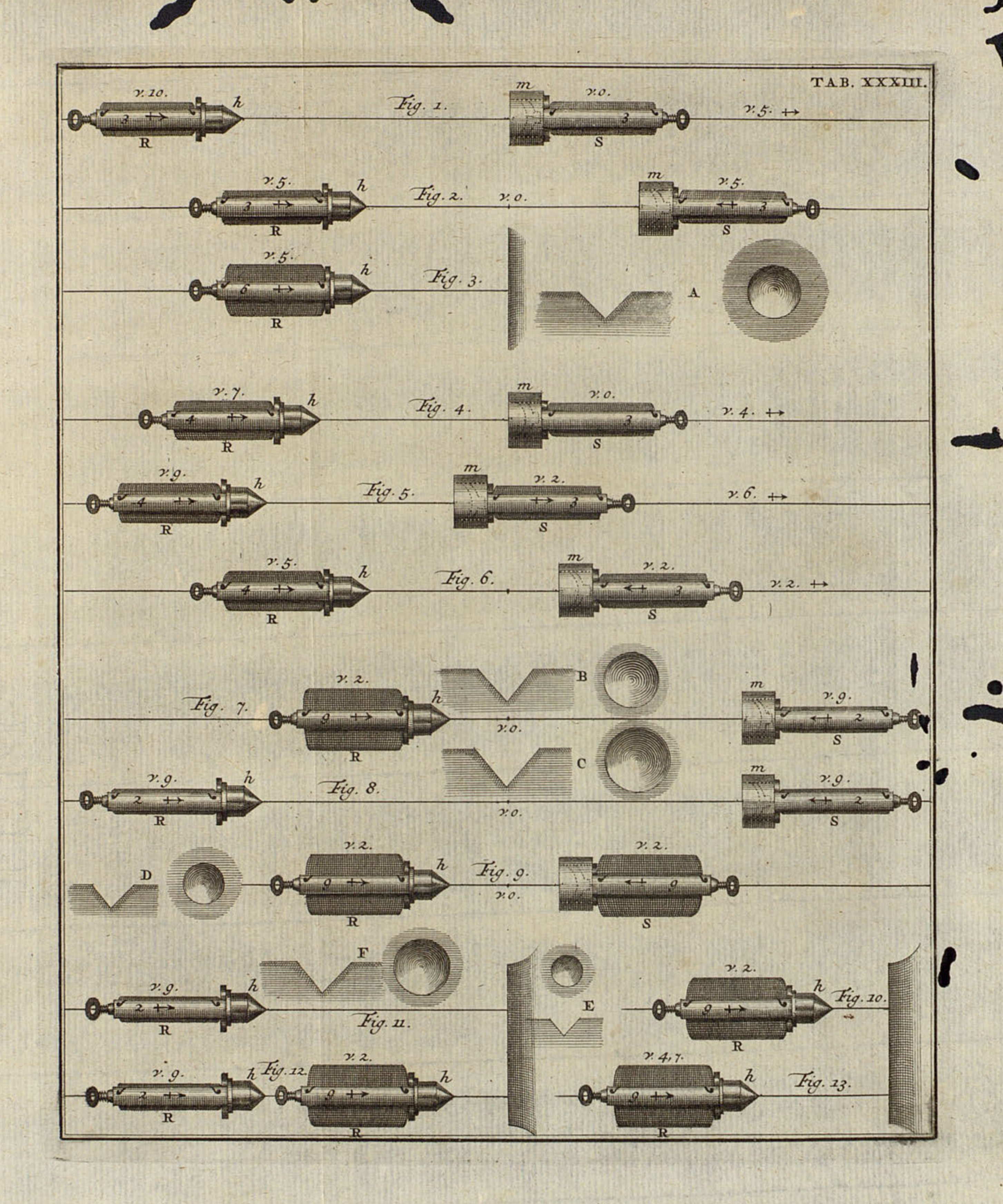
984. *Quando duo Corpora in se mutuò incurrunt, duæ dantur Actiones, & duæ Reactiones, utraque Actio suæ Reactioni æqualis est.* Ut Corpora quiescant post Ictum, requiritur, ut utrumque Corpus patiatur resistentiam talem, quâ datâ, hoc possit agendo Vim suam consumere, quod, ubi Corpora sunt inæqualia, nisi Vires sint inæquales, contingere non potest.

Ex demonstratis deducimus, datis Corporibus, &
985. horum Velocitate respectivâ, *Vim Ictu destructam determinari*, si determinetur summa Virium, positis, eâdem Velocitate respectivâ, Motibus contrariis, & Velocita-
* 956 960. tibus in ratione inversâ Massarum *. Hanc autem summam dari in Scholiis demonstramus, *si productum Massarum per quadratum Velocitatis respectivæ multiplicetur, & per summam Massarum dividatur.*

EXPERIMENTUM 9.

986. TAB. XXXIV. Fig. 4. Fig. 5. Corpus R, cujus Massa est quatuor, Velocitate novem, in Corpus quiescens S, cujus Massa valet duo, impingitur; imprimit cavitatem C; cui exactissimè æqualem habemus, si Corpus, cujus Massa est tria, Velocitate sex, in Obstaculum fixum incurrat.

* 757. In hoc ultimo casu Vis destructa est $3 \times 36 = 108$ *.
* 826. Vis æqualis destructa fuit in primo casu *. Hanc autem ipsam detegimus multiplicando productum Massarum 8. per 81. quadratum Velocitatis respectivè novem; & dividendo


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.

videndo productum 648. per summam Massarum 6.

Ex demonstratis de Corporibus post Ictum quiescentibus, deducimus Regulas, quibus, in omni casu, Corporum Velocitates post Ictum determinantur.

Moveantur Corpora, aut eandem partem versùs (Fig. 1.), 987. TAB. XXXVII. Fig. 1. 2.
aut in partes contrarias (Fig. 2.), & sint Massæ ut A B & B C; sit hujus Velocitas B E; illius B N: Velocitas respectiva erit E N *. Dividatur hæc in I ita, ut I N sit ad I E, ut B C ad B A; & erit B I Velocitas, quâ ambo Corpora *post Ictum* feruntur; nam *mutationes in Velocitatibus sunt in ratione inversâ Massarum* *, B C acquirit E I, dum A B amittit N I. Si concipiamus Navem translatam Velocitate B I, & in hac moveatur Corpus B C, Velocitate I E, à prorâ ad puppim, habet Velocitatem absolutam B E; & Corpus A B feratur à puppi ad proram Velocitate I N, habebit hoc Velocitatem absolutam B N; hæc Corpora, cum in Nave ferantur directionibus contrariis, & Velocitatibus, quæ sunt inverse ut Massæ, post Ictum in Nave quiescent *; id est, eâdem, cum Nave, Velocitate translata erunt.

* 918. 919.

* 967.

* 962.

Determinatur B I regulâ facili, quam ut detegamus, sint Rectangula B M, B F, producta Massarum per suas Celeritates, & absolvantur Parallelogramma A O & C D. Ductâ D O, secat hæc B N in I; nam Triangula D I E & I N O sunt similia; & I N est ad I E, ut N O, aut B C, ad D E, aut A B. Per I ducatur H L, parallela ad A B, & complementa I M, I F, erunt æqualia *; ergo *Corporibus tendentibus ad eandem partem, si* ex *summâ productorum* B M, & B F, *Massarum per suas Velocitates* subtrahamus M I, & ejus loco substituamus I F, prædicta summa æqualis erit Rectangulo A L; quod si *dividatur per* A C,

* 43. El. I

988. Fig. 1.

A C, *summam Massarum, quotiens divisionis dabit* A H, aut B I, *Velocitatem Corporibus communem post Ictum.*

EXPERIMENTUM 10.

989. TAB. XXXIV. Fig. 6. In Corpus S, cujus Massa est tria, & Velocitas tria, incurrit Corpus R, cujus Massa valet duo, & quod Velocitate tredecim ad eandem partem tendit cum primo. Post percussionem Velocitas ambobus communis est septem. Hanc ipsam detegimus multiplicando 3 × 3 & 2 × 13. Summa, productorum 9, & 26, est 35. Divisâ hac per summam Massarum 5, habemus 7.

Antea explicavimus quomodo Velocitates quæcunque Corporibus ad eandem partem tendentibus imprimantur *; vidimus etiam quomodo Velocitas post Ictum mensuretur *.

* 951 952.
* 779 942.

990. TAB. XXXVII. Fig. 2. *Si Corpora tendant in partes contrarias, &* ex producto majori B M subtrahamus M I, & substituamus I F, habemus B M æquale Figuræ A H L F E B; ex quâ si subtrahamus productum B F, habemus H C *differentiam productorum Massarum per suas Velocitates*; si autem hanc *dividamus per summam Massarum* A C, *quotiens erit Velocitas quæsita* B I; *quæ dirigitur ad eandem partem* cum B N: id est ambo Corpora, Velocitate detectâ, feruntur eandem partem versùs, *cum Corpore, cujus productum Massæ per Velocitatem aliûs productum simile excedit.*

EXPERIMENTUM 11.

991. TAB. XXXIV. Fig. 7. Eadem Corpora, quæ in præcedenti Experimento fuere adhibita, & in hoc in se mutuò incurrunt, sed motibus contrariis; R Velocitate quinque; S cum decem gradibus Velocitatis, & ambo Corpora, post Percussionem, Velocitatem communem habent quatuor; quæ ad eandem partem dirigitur cum Motu Corporis S ante Percussionem. Pro-

Producta Velocitatum per Massas sunt 30. & 10; differentia 20, divisa per summam Massarum quinque, dat quatuor.

Si Corpus unum quiescat, ex utrâque Regulâ sequitur, *Corporis moti productum Velocitatis per Massam dividi debere per Massarum summam.* 992.

EXPERIMENTUM 12.

Datis iterum iisdem Corporibus; incurrat R, Velocitate decem in S quiescens, & amborum Velocitas post Ictum erit quatuor. 993. TAB. XXXIV. Fig. 8.

Productum Velocitatis per Massam est 20; hoc divisum, per summam Massarum 5, dat quatuor.

In hisce demonstrationibus Velocitates consideravimus respectivas, & conclusiones ad Velocitates absolutas applicavimus, etiam in N. 956, ad Vim in Collisione destructam determinandam, Actionem tantùm consideravimus respectivam. Ratiocinia hæc procedunt, quia mutari non potest Velocitas respectiva, quin eadem in Velocitatibus absolutis detur mutatio, has ambas nempe considerando. Etiam Vis quæ consumitur intoprimendo partes est diminutio Vis absolutæ, quamvis ab Actione respectivâ pendeat, & sequatur hujus Actionis rationem. 994.

In cæteris *Actio respectiva ab absolutâ distinguenda est*; nam eadem mutatio respectiva dat Virium mutationes diversas, pro diversis Viribus absolutis ante concursum; ejusdem quoque Corporis, eodem modo moti, minor Actio respectiva in Corpus aliud determinatum, huic majorem potest communicare Vim. 995.

EXPERIMENTUM 13.

Sit Corporis R Massa duo, Velocitas decem; in- 996. TAB. XXXIV. Fig. 9.

currat hoc in Corpus quiescens S, cujus Massa octo; post Ictum ambo Corpora moventur duobus gradibus
* 992. Velocitatis: quod congruit cum præcedenti Regulâ *.

997. TAB. XXXIV. Fig. 10. Idem Corpus R, servatâ hujus Massâ, eâdem Velocitate decem, impingitur in Corpus S, cujus Massa octo, ut ante, sed Velocitate quinque ad eandem partem translatum. Velocitas ambobus communis post percussionem est sex; quod iterum cum ante dictis con-
* 988. gruit *.

998. In primo casu Corpus quiescens S, Actione Corporis R, duos acquisivit gradus Velocitatis; ideòque Vim
* 757. 32 *.

* 757. In secundo casu S habebat Vim $25 \times 8 = 200$ *. Post Ictum habuit $36 \times 8 = 288$; &, Actione Corporis R, acquisivit Vim 88. Quod Experimentis facilè confirmari posset, si non abundè, in Capite præcedenti, Experimentis jam fuisset confirmatum, Virium Effectus esse ut producta Massarum per quadrata Velocitatum.

999. Motus Corporis R, in utroque Casu idem fuit; & quamvis, Actione respectivâ majori, in primo casu, in Corpus S egerit, in secundo tamen huic Vim communicavit ferè triplam: omnia tamen benè convenire inter se demonstramus.

1000. Velocitas respectiva fuit in primo casu dupla, & Velocitas communicata dupla; nam in hoc duos acquisivit S gradus Velocitatis, & in secundo casu tantùm unum.

1001. Velocitas respectiva dupla dat Actionem respectivam, quæ est ut quadratum Velocitatis respectivæ, id est, quadruplam; in primo casu quoque talis detegitur Cavitas, si conferatur cum Cavitate in secundo casu.

Hæc

Hæc ſpectant Motum reſpectivum, videamus nunc
ipſos Motus Corporum.

In utroque caſu, ante Ictum, R habebat Vim 200 *. 1002.
In primo caſu poſt Ictum Vim habuit ſuperſtitem 8, *757.
amiſit ergo 192.

In ſecundo caſu, poſt colliſionem, Vim ſuperſtitem
habuit 72; & amiſit 128.

In primo caſu Vis, efficiendo Cavitatem deſtructa,
eſt 160 *; & Corpus R ipſi S communicavit gradus *934. 985.
Vis triginta duos. In ſecundo caſu minorem quidem
R amiſit Vim, ſed gradus tantùm 40. efficiendo cavi-
tatem fuere deſtructi *; ergo communicavit ipſi S *934. 985.
Vim 88.

Effectus integri, Viribus, agendo deſtructis, ſunt
proportionales *. Hac de causâ quando Corpus agendo *712.
plures diverſos præſtat Effectus, omnes ſimul conſideran-
di ſunt, ſi ex his velimus Vim determinare, quam Cor-
pus agendo amiſit.

Corpus in Motu alii Corpori, ſine Impactione, *Motum* 1003.
communicare poteſt, *in hoc tantùm Preſſione agendo*; *in quo*
caſu, ſi Preſſio, quâ partes cohærent inter ſe, ſuperet
Preſſionem Corporum mutuam, *nulla datur* partium in-
troceſſio, & nulla *Vis deſtructa* *: ideoque ſumma Vi- *937.
rium ante & poſt Actionem eadem eſt.

Ut autem demonſtremus quomodo Corpora mota, 1004.
Preſſione in alia, ſine Impactione, Motum hiſce com- TAB. XXXV.
municare poſſint, concipiendum eſt Corpus Q, quod Fig. 1.
formatur revolutione Figuræ *a b c d*, quæ Semicirculo
& duobus Quadrantibus terminatur, circa Axem *a c*.

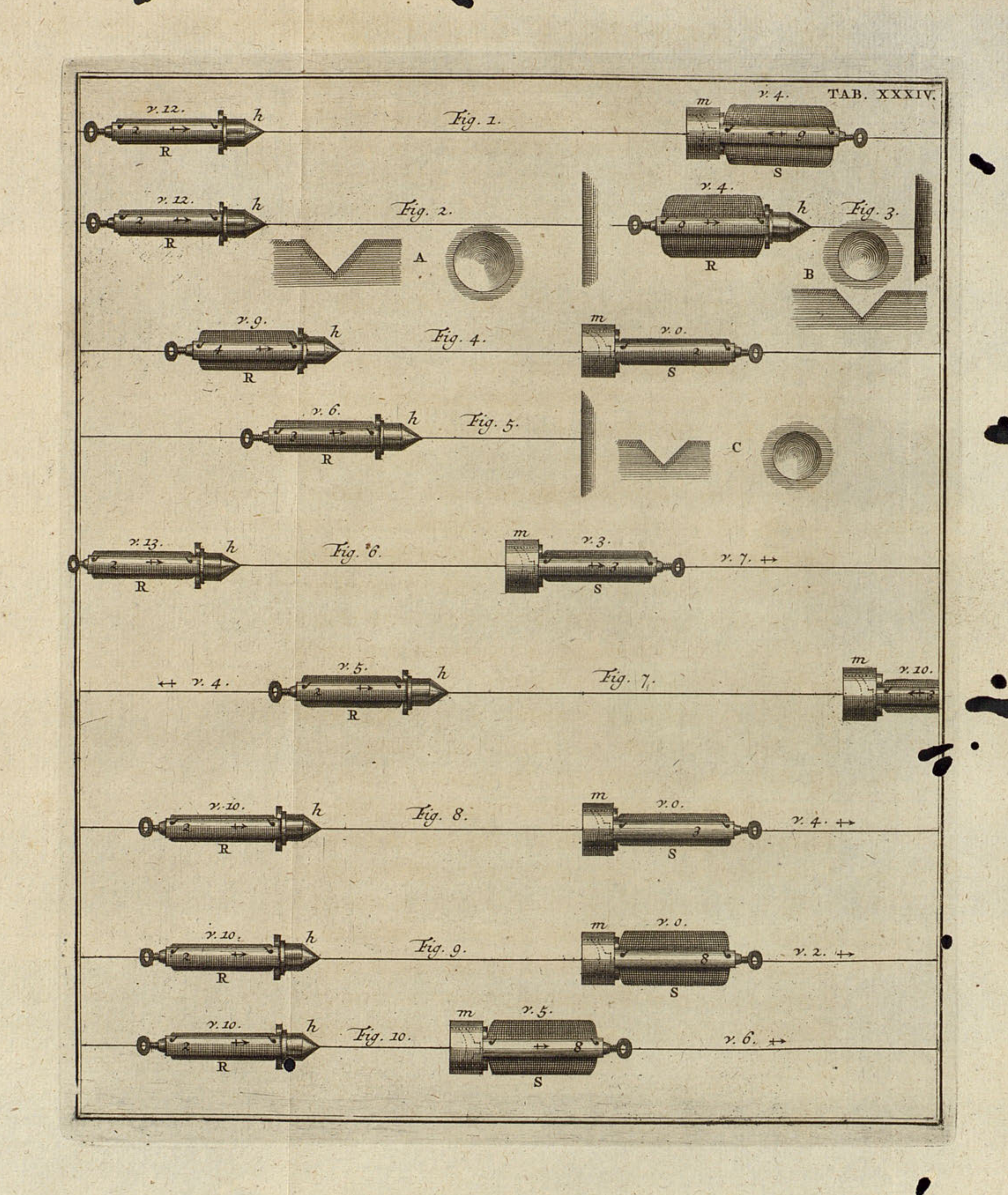
Quieſcat hoc, quamvis demonſtratio etiam Corpori
moto applicari poſſit; concipiamus ulterius duo Cor-

pora P, P; duo concipimus, ut Actio in Corpus Q sit directa; ratiocinia eadem sunt, ac si de uno ageretur; moveantur hæc, Velocitatibus æqualibus, directionibus Parallelis inter se, & Axi Corporis Q; moveantur etiam ita, ut ubi ad Q perveniunt, Corporis Q superficies tangat Corpora P, P, in punctis, in quibus hæc ipsa superficies Parallela est ipsi directioni Motûs. Corpora ergo P, P, in Corpus Q nullam exserunt Actionem, in momento in quo ad hoc perveniunt: Dum Motum continuant juxta superficies excavatas, *ad*, *ab*, Corpus Q premunt, quod cum non retineatur cedit, & dum Pressio continuatur, acceleratur Q, quamdiu Corpora P, P, ipsi Q applicata manent *; hoc autem deserunt, ubi Corpora P, P, ad
* 697.
puncta *b* & *d* perveniunt, in quibus directiones Motuum Corporum P, P, perpendiculares sunt ad directionem primam, juxta quam ad Corpus Q accessere. Quomodo horum Corporum Velocitates determinemus, in Scholio ultimo Capitis. X. hujus Libri explicabo.

Hæc Pressio nullum exserit Effectum præter Motum, quem Corpori Q communicat; ideoque Corpora P, P, ex Viribus tantum amittunt, quantum acquirit Corpus
* 709. Q *. In hisce attritum seponimus, qui sine quadam partium introcessione dari non potest; ideoque sine Virium destructione. In scholio autem 3°. Cap. X. hujus Libri, ipsos hos Motus post concursum, determinamus.

1005. Si Corpus ut P, simili Actione, premat Obstaculum, TAB. XXXV. quod hac Pressione non movetur, ut ABC, & cujus Fig. 2. partes satis arcte cohæreant, ut huic Actioni non cedant, Corporis Velocitas non mutabitur; in hoc casu Corporis Pressio in Obstaculum resistentiâ Obstaculi,

qui-


TAB. XXXIV.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
A
B
C
R
S
m
h

dem destruitur; sed cum nulla detur partium introcessio, neque Vis communicata, non minuitur Vis Corporis P; sic Corpus, quod super plano inclinato descendit, eodem modo acceleratur, ac Corpus quod liberè cadit, si ad eandem profunditatem ambo descendant *; *393.
quamvis illud planum premat. In hisce occasionibus, illud, quod Obstaculum in loco retinet, Corporis Actionem destruit, & Corpori Vim communicat æqualem illi, quam Actione suâ Corpus amittit; quare ipsa Corporis Vis non mutatur, quantum ad quantitatem.

Si autem ipsam Vim consideremus, revera mutatur, 1006.
dum directio variatur, Motus enim juxta certam directionem non est Motus juxta aliam directionem. Dum Corpus P Curvam percurrit ABC; in singulis punctis exiguam partem suæ Vis amittit, æqualemque juxta aliam directionem acquirit; ubi autem, continuâ inflectione, mutata directio cum primâ] Angulum rectum efficit, nil Corporis Motus cum primo Motu commune habet, totamque amisit, & novam, priori æqualem, acquisivit Vim.

Ex hisce Patet *Actione Corporis hujus Vim, ideoque Ve-* 1007.
locitatem, non minui, sine ipsius Obstaculi, aut partium hoc componentium, translatione ex hac Actione oriundâ.

Ad hanc ropositionem Mechanici attendere debent, 1008.
ut in Machinis omnem motum tremulum, agitationemque partium inde oriundam, cohibeant; his enim labor in usu Machinæ augetur, & hæc ipsa, breviori tempore, usui cui destinatur inutilis fit.

SCHOLIUM I.

Demonstrationes N. 961. 985.

1009. DEntur duo Corpora A & B; sit hujus Velocitas b; illius Celeritas a;
* 919. Velocitas respectiva, si in contrarias partes ferantur est $a+b$ *; hanc dicimus d. Summa Virium est $Aaa+Bbb$, quam, manente Velocitate re-
* 961. spectivâ, diximus omnium minimam positis A, B::b, a*, id est $Aa=Bb$.

Datis enim talibus Velocitatibus, augeatur a quantitate quacunque e; Vis Corporis A erit nunc $Aaa+2Aae+ee$. Corporis B Velocitas, quia manet Velocitas respectiva $d=a+b$, erit $b-e$; nam $a+e+b-e=a+b$; ergo Vis Corporis B erit $Bbb-2Bbe+Bee$, & summa Virium est $Aaa+Bbb+Aee+Bee+2Aae-2Bbe$.

Sed propter $Aa+Bb$ sese mutuò duo ultimi termini destruunt, & summa valet $Aaa+Bbb+Aee+Bee$, quæ primam excedit. Similis est demonstratio si augeatur Velocitas b, imminutâ, eâdem quantitate, Velocitate a; unde patet demonstratio N. 961.

1010. Posuimus A, B::b, a; componendo A+B, B::$b+a=d$, a; ergò $a=\frac{Bd}{A+B}$, similiter $b=\frac{Ad}{A+B}$; idcircò summa Virium $Aaa+Bbb=\frac{ABBdd+BAAdd}{\overline{B+A}^{1}}$ dividendo Numeratorem & Denominatorem per B+A; quantitas hæc æqualis est $\frac{ABdd}{B+A}$ ut in N. 985. monuimus.

SCHOLIUM II.

Demonstrationes Algebraicæ N. 988. 990.

GEometricè demonstravimus Regulas N. 988. 990, hæ ipsæ algebraicè quàm facillimè deducuntur ex propositione Numeri 987.

1011. Sit Corpus A motum Velocitate a; Corpus B agitatum Velocitate b: Ve-
* 918. locitas respectiva est $a-b$, si Corpora ad eandem partem tendant *; hæc Ictu
* 931. destruitur *, & est summa mutationum in Velocitatibus Corporum post Ictum.
* 987. B est ad A, ut mutatio Velocitatis in A ad mutationem Velocitatis in B *; & componendo, summa Massarum A+B ad A, ut summa mutationum $a-b$ ad mutationem Velocitatis Corporis B, quæ mutatio ergò est $\frac{Aa-Ab}{A+B}$; cùm Velocitas b minor sit Velocitate a, augetur illa in Percussione: ideò Velo-

Velocitas Corporis B, id eſt, Velocitas utriuſque Corporis * poſt Impactio- *931.
nem, eſt $b + \frac{Aa - Ab}{A+B} = \frac{Bb + Aa}{A+B}$ ut habetur in N. 988.

Poſitâ Velocitate reſpectivâ $a+b$, tendentibus nempe Corporibus in contrarias partes *, ſimili ratiocinio Regula N. 990. detegitur. 1012. *919.

Haſce ambas Regulas de Colliſione Corporum etiam ex demonſtratis, circa quantitatem Vis amiſſæ *, deduci poſſunt; quam demonſtrationem hic ſubjungam, ut firmitas illorum, quæ de Viribus inſitis ſuperius demonſtrata ſunt, clariùs pateat; dum ex ipſis, per Vias omninò diverſas, deducimus Regulas Experimentis confirmatas. *985.1010.

Sint iterum Corpora A & B; hujus Velocitas b illius a; tendant ad eandem partem, & Velocitas reſpectiva erit $a-b$. 1013.

Summa Virium ante Ictum eſt $Aaa+Bbb$ *; Vis Ictu deſtructa eſt *757.
$\frac{ABaa - 2ABab + ABbb}{A+B}$ *; ſubtrahendo hanc ex ſummâ Virium habemus *985 1010.
Vim poſt Ictum ſuperſtitem $\frac{AAaa + 2ABab + BBbb}{A+B}$; Corpora poſt Ictum non ſeparantur *, & Maſſa eſt $A+B$, per quam ſi dividamus Vim ſuperſtitem poſt Ictum, habemus Quadratum Velocitatis poſt Colliſionem; quod Quadratum ergo eſt $\frac{AAaa + 2ABab + BBbb}{\overline{A+B}^q} = \frac{\overline{Aa+Bb}^q}{\overline{A+B}^q}$; cujus Radix $\frac{Aa+Bb}{A+B}$ dat Velocitatem quæſitam. *931.

Si adhibitâ Velocitate reſpectivâ $a+b$ computatio ineatur, Regula N. 990. detegitur. 1014.

Vulgò quantitas Motûs, quam ipſius Vis inſitæ proportionem ſequi ponunt, determinatur multiplicando Maſſam, non per Quadratum Velocitatis, ſed per ipſam Velocitatem; ex hoc principio deduxere Philoſophi ipſas illas Regulas N. 988, 990. quas nos, variis methodis, ex principiis noſtris deduximus; mirum hìc quid contigit, error erroris fuit deſtructio, & duplex error ad veritatem conduxit; falſum de menſurâ Virium ſecuti ſunt principium, &, quod veritati etiam minimè congruum eſt, nullam Vim intropremendo partes, & harum ſuperando cohæſionem, Corpora amittere poſuere. 1015.

SCHOLIUM III.

Mutationum, quæ in Viribus Corporum, durante Colliſione, contingunt, Demonſtratio Geometrica.

SIt Linea AF, & ad hanc perpendicularis AD, in puncto ad libitum ſumto A. 1016. TAB. XXXVII. Fig. 3. 4.

In hac perpendiculari, pono AD, & AC, quæ ſint inter ſe ut Velocitates

tes duorum Corporum concurrentium, quæ dicuntur M & N: duo dantur casus; 1. Corporum tendentium ad eandem partem, 2. Corporum in contrarias partes translatorum: in primo casu pono C, & D, ad eandem partem puncti A (Fig. 3.); in secundo casu contra (Fig. 4.).

In Lineâ primâ AF, etiam noto duas partes, AB, Ag, quæ sint ut Massæ eorundem Corporum M, N; in secundo casu ad eandem partem ipsius A (Fig. 1.), in primo contra, (Fig. 3.), ut Figuræ demonstrant. Per puncta B & C duco Lineam, quam indefinitè produco ad partem ipsius g. Conjungo quoque, ductâ Lineâ, puncta C & g, in primo casu; in secundo Lineam adhibeo cg, positis AC, & Ac, æqualibus; per D ad Cg, aut cg; ducitur parallela DF; quæ sæpe etiam ultra F producenda est.

1017. Tali Figurâ determinamus omnia, quæ in Collisione peculiari quacunque contingunt.

Habemus Triangula BAC, DAF, quæ sunt inter se, ut vires Corporum M & N in momento concursûs. Triangula enim hæc sunt inter se in
23. El. VI. ratione compositâ Basium BA & AF, & altitudinum AC, AD, Bases BA,
41. El. I. AF, sunt in ratione compositâ rationum BA ad Ag, & Ag ad AF; prima est ratio Massarum M & N; secunda est ratio Velocitatum AC, AD; ergò Bases sunt, ut Producta unius cujusque Massæ per suam Velocitatem: si unum quodque productum per eandem Velocitatem iterum multiplicetur, habe-
*757. mus Triangulorum rationem, quæ erunt ut Vires *.

1018. Mutatio, quæ in Velocitate contingit, respondet, in hac Figurâ, cum mutatione respondenti ipsius Vis. Sit Velocitas ac, ductâ hac parallelâ ad AC; Vis erit ut Bca; nam Triangula similia, BCA, Bca sequuntur ra-
*19. El. VI. tionem duplicatam laterum homologorum AC, ac *; & ejusdem Corporis
* 753. M Vires sequuntur rationem duplicatam Velocitatum AC, ac *.

1019. Amborum Corporum, durante Collisione, mutantur Velocitates; eo momento, quo Corporis M Velocitas est ca, Corporis N Velocitas est da; mutationes enim Velocitatum, quæ eodem tempore contingunt, sunt inter
* 967. se in ratione inversâ Massarum *, quod ipsum in hac Figurâ locum habet.

Mutationes hæ sunt co, dp; ductis Co, Dp, ad AB parallelis. Propter Triangula similia Coc, ABC; & etiam similia Dpd, ACg;

$$co, oC :: CA, AB;$$
$$Dp = oC, dp :: Ag, CA;$$

*23. El. V. ergò ex æquo perturbatè *, co, dp :: Ag, AB; id est, ut N ad M, aut inversè ut Massæ.

1020. Reliqua, quæ ad hanc collisionem pertinent, nunc etiam facilè patent. Vis quam Corpus M, acquisivit, aut amisit, est ACca; Vis quam N amisit est ADda; Vis, mutuâ Actione, efficiendo Cavitatem, destructa, est CDdc;
*841. 934. cui est proportionalis ipsa Cavitas huc usque effecta *.

1021. Hæc omnia ita se habent, ubicunque ducatur Linea pa, inter A & e; in E enim, intersectione Linearum AB & DF, Actio mutua Corporum cessat, & Ee determinat Velocitatem, quâ ambo Corpora post Ictum simul feruntur.

Vis

Vis Corporis M est tunc, BEe; Vis Corporis N est EeF; Vis destructa, quæ integræ Cavitati proportionalis est *, exhibetur superficie DEC. 1022. *841. 934.

Patet quoque, ductâ Lineâ fl parum à pa distanti, *mutationes Virium, durante mutuâ Actione, in momento quocumque, infinitè exiguo, esse inter se, ut* 1023.
sunt Corporum Velocitates; & Vim destructam se habere ad mutationem Vis in uno 1024.
ex iis Corporibus, in eodem momento, ut Velocitas respectiva se habet ad Velocitatem ejusdem Corporis, in ipso illo instanti.

SCHOLIUM IV.

De Temporibus, quibus Percussiones absolvuntur, & de Mutationibus Virium, & Velocitatum, quæ certis Temporibus contingunt, comparandis inter se.

Quæ in Scholiis, Capitis præcedentis, fuere demonstrata de Temporibus, 1025.
quibus Cavitates efficiuntur, ad Collisionem applicari poterunt, si unius Corporis superficies sit plana, & mollis, alterum autem constet ex partibus, quæ in Collisione non cedunt, ut in Experimentis hujus Capitis; Corpusque hoc figuram quamcumque habeat ex iis, de quibus in Capite præcedenti egimus.

Ut nunc hæc applicatio fiat, ad hoc debemus attendere; Leges, quæ spe- 1026.
ctant formationem Cavitatum non mutari, ex mutatâ Velocitate & Cavitatis magnitudine; hisce quidem Tempora variantur, sed decrementa Velocitatum iisdem Regulis subjiciuntur.

In Collisione Velocitas respectiva ipsa est, quâ Cavitas efficitur; hæc autem, manente Velocitate respectivâ, pro diversitate Massarum variari potest; sed differentiæ aliæ, quæ Tempus mutare possunt, non dantur. Unde conclu-
dimus, *demonstrata de Impactionibus, in Obstaculum fixum, ad Collisionem refer-* 1027.
ri, si pro Velocitate Corporis impacti in Obstaculum fixum, Velocitatem respectivam in Collisione adhibeamus, & pro Cavitate, quæ in Obstaculum fixum imprimitur, ponamus Cavitatem in ipsâ Collisione effectam.

Prima hæc Cavitas est ut Productum Quadrati Velocitatis per Massam *; *845.
secunda est ut Productum Quadrati Velocitatis respectivæ per Productum Massarum, divisum per harum summam *; ergo, cùm pro ipsâ Velocitate adhi- *841. 934.
beamus Velocitatem respectivam, etiam pro *Massâ adhibendum est productum* 985.
Massarum divisum per harum summam.

Hanc generalem demonstrationem satis rem illustrare persuasum habemus; 1028.
si quis autem voluerit singulas peculiares demonstrationes, in Scholiis Capitis præcedentis datas, ad Collisionem applicare, deteget, singulas peculiares solutiones ad hanc ipsam generalem Regulam semper deducere.

Quædam ulterius addam, quæ solam Collisionem spectant, & quidem solos 1029.
illos casus, in quibus pars Corporis durioris, quod in Corpus molle incurrit, est Cylindrica; ponimusque Cylindrum esse rectum, & Motûs directionem cum ipsius axe convenire, &, ut in præcedentibus, Impactionem esse directam,
Corporisque mollis superficiem esse planam. Sit M Massa prioris Corporis; N 1030.
secundi; Velocitas respectiva dicatur r: quamdiu de eodem Cylindro agitur,

860 889. 1027. Tempus, quo Cavitas formatur, est ut $\frac{MNr}{M+N}$. Durante hocce Tempore
*890. Velocitas uniformiter decrescit *; id est, *in singulis momentis, infinitè exiguis,*
1031. *æqualibus, diminutiones Velocitatis respectivæ sunt æquales*; *positis circumstan-*
*1029. *tiis indicatis* *. Sed hæc diminutio est summa mutationum *Velocitatum ambo-*
1032. *rum Corporum concurrentium*, & mutationes hæ sunt in constanti ratione in-
*967. versâ Massarum *; ergo hæ *mutationes* quoque, *Temporibus æqualibus, æqua-les sunt, consideratis separatim singulis Corporibus.*

1033. Mutationes integras in Velocitatibus Corporum M & N habemus, divi-
*987. dendo r in ratione inversâ Massarum *; id est, Mutatio pro M est $\frac{Nr}{M+N}$. Tempus, quo hæc contingit, est ipsum Tempus, quo integra Velocitas respe-
1030. ctiva destruitur, quod est ut $M \times \frac{Nr}{M+N}$; ergo Tempus, quo Corporis M Velocitas mutatur, sequitur rationem ipsius mutationis hujus Velocitatis, si Massa M maneat, reliquis N & r ad libitum variatis; & ideo Temporibus æqualibus, in diversis Collisionibus, Velocitatum mutationes sunt æquales.

1034. Ergo, *si Corpus, cylindricè terminatum, juxta directionem axeos Cylindri motum, directè impingatur in superficiem mollem, & planam, Obstaculi cujuscumque mobilis, quamcumque magnitudinem hoc habuerit, & quacumque Velocitate agitetur, si eadem sit partium cohæsio, Corpus impactum, æquali tempore, æqualem Velocitatem amittet, quacumque Velocitate hoc ipsum fuerit projectum.*

1035. *In hoc eodem casu, mutatio Velocitatis, quam Obstaculum patitur, eadem semper est, æquali Tempore; si Obstaculum idem maneat; variatis utcumque Massâ Corporis impacti, & Velocitatibus, sive Corporis, sive Obstaculi, sed servato eodem Cylindro*; nam demonstratio N. 1033. ad utramque Massam referri potest.

Sed magis generaliter rem considerare possumus variato, & ipso cylindro, cujus Diametrum dicimus *d*. *Si Corpus* impactum sit M, & v hujus Velocitas, & Vim amittat agendo in Obstaculum immobile, Tempus quo hanc amittit
889 est, ut $\frac{Mv}{dd}$; si, *in Obstaculum mobile* N, *impactum fuerit* Corpus, & Veloci-
1027. tas respectiva sit r, Tempus erit, ut $\frac{MNr}{\overline{M+N} \times dd}$. Mutatio in Velocitate
1033. ipsius M, quæ tali tempore contingit, est $\frac{Nr}{M+M}$. Si hæc quantitas data sit, per unitatem poterit exprimi; tunc $\frac{MNr}{\overline{M+N} \times dd}$ mutatur, & est $\frac{M}{dd}$; & Tempus, quo determinata quæcunque mutatio contingit in dictâ Velocitate Cor-
1036. poris M, est ut $\frac{M}{dd}$; & in hac ipsâ ratione, sed inversâ, est *mutatio Velo-*

citatis

citatis in Tempore determinato, nempe ut $\frac{dd}{M}$; id est, *est directè* ut basis Cylindri, aut *ut superficies, in quâ mutua datur Corporum applicatio, & inversè ut Massa ipsius Corporis.* Mutatio autem Velocitatis ipsius Obstaculi est ut $\frac{dd}{N}$; quod simili ratiocinio evincitur, & etiam ex N. 987. sequitur.

Si momenta ponamus infinitè exigua, & æqualia, poterimus conferre Virium mutationes, & Cavitatum, augmenta in determinato quocunque ex his momentis; positis diversis Collisionibus quibuscunque. 1037.

Cavitatis augmentum est ut basis Cylindri, & ut Velocitas respectiva in illo determinato momento, ut manifestum est; augmentum hoc ergo est ut *ddr*; quam eandem proportionem sequitum Vis destructa in hoc ipso momento *; *840. hæc autem est ad mutationem Vis, quam interea patitur quodcumque ex Corporibus concurrentibus, ut Velocitas respectiva ad ipsam Velocitatem hujus Corporis *. Hanc si dicamus *v*, habemus *r* ad *v*, ut *ddr* ad mutationem de * 1024. quâ agitur; quæ valet *ddv*. Generaliter ergo patet, *in omni Collisione, mutationem Vis Corporis, in momento infinitè exiguo determinato, sequi rationem superficiei, in quâ mutua datur applicatio, ut & Velocitatis Corporis, quamcumque Massam hoc habeat; variatis quoque ad libitum magnitudine, & Velocitate, ipsius Obstaculi.* 1038.

Si autem neque ad Collisionem, neque ad Tempus attendamus, Universalem, de mutatione infinitè exiguâ Vis Corporis, demonstramus Propositionem. 1039.

Sit Triangulum ADE; hujus superficies, ductâ parallelâ ad DE, mutatur ut Quadratum Lineæ AD, aut Lineæ DE *; ergò, si utraque hæc Linea Velocitatem Corporis repræsentet, superficies Vim exhibebit, quamdiu Massa est eadem *; si hæc differat, superficies per Massam Corporis multiplicanda erit. TAB. XXXII. Fig. 1. *19. El. VI. * 753.

Sit nunc *de* parallela ipsi DE, ad distantiaminfinitè exiguam ab hac remota; superficies DE*de*, multiplicata per Massam, repræsentat mutationem Vis, quando mutatio Velocitatis est D*d*; & *mutatio infinitè exigua ipsius Vis, sequitur rationem Massæ Corporis, Velocitatis* DE, *& mutationis Velocitatis*, nempe D*d*. 1040.

CAPUT V.

De Collisione Corporum, quæ ex Variis Corporibus junctis efficiuntur: ubi de Centro Percussionis.

Corpora omnia constant ex particulis conjunctis inter se; possuntque Corpora omnia in Corpora 1041.

 mi-

minora resolvi. Corpus autem vocamus unum, cujus partes simul moventur, servato ita situ respectivo, ut hic non turbetur, nisi applicatâ Vi externâ.

1042. Eo sensu Pendulum compositum est Corpus unicum; & Pendulorum duorum Percussio referenda est ad Collisionem simplicem duorum Corporum.

1043. Sic etiam ad hanc referimus Percussionem Corporum, Lineâ rectâ inflexili junctorum, & Circa centrum horizontaliter agitatorum.

TAB. XXXV. Fig. 3. Ponamus Corpora A & C, Lineâ tali, mobili circa Punctum H, juncta; sint etiam Corpora B & D, eodem modo juncta, & circa I mobilia. Agitatis his Corporibus, Percussio diversa dabitur, pro ut loca concurrentia differunt, quamvis eodem modo mota sint, & semper directè concurrant. Ponimus nunc concursum dari directum Corporum A & B. Corpora hæc post Per-
*931. cussionem eâdem Velocitate moventur *, & separantur hac solâ de causâ, quia circa diversa Centra Lineæ mobiles sunt: Velocitas autem hæc determinatur Regulâ, quam in sequenti Scholio primo demonstrabo.

DEFINITIO I.

1044. *Multiplico unum quodque Corpus per Quadratum distantiæ à Centro sui Motûs; colligo in unam summam producta omnium Corporum, eidem Lineæ applicatorum, & summam hanc multiplico per Quadratum distantiæ, inter aliud Centrum & Punctum in quo Percussio fit. Productum hoc vocabo Numerum Centri circa quod Linea movetur.*

Multiplico Corpus A per Quadratum distantiæ AH; C per Quadratum distantiæ CH; summam horum productorum multiplico per Quadratum distantiæ IB. Hoc

Hoc productum dat Numerum Centri H. Eodem modo determinatur Numerus Centri I.

Multiplico Numerum Centri H *per Velocitatem puncti, in quo Percussio fit in Lineâ Centri* H, id est, per Velocitatem Corporis A; *& Numerum Centri* I *multiplico per Velocitatem puncti, in quo Percussio fit in Lineâ hujus centri*, nempe per Velocitatem Corporis B; *colligo producta in unam summam, si Corpora tendant ad eandem partem; minus autem productum ex majori subtraho, si Motus sint contrarii; & summam hanc, aut differentiam, divido per summam numerorum Centrorum* H & I, *& quotiens dat Velocitatem quæsitam Puncti in quo Percussio fit.* Reliqua quoque, quæ ad hanc Percussionem pertinent, in indicato Scholio illustramus. 1045.

In hisce Agitationibus observandum, Motum liberrimum poni circa Centrum; ibi autem Lineam retineri ita, ut ne quidem minimus Motus ipsi Clavo, aut Retinaculo, communicetur, dum circa ipsum Corpora rotantur; ne hac Actione Vis quædam destruatur *. 1046.

* 1007.

Talem Actionem, saltem ex Vi Centrifugâ, semper dari manifestum est, solo casu excepto, in quo Corpora circa commune Gravitatis Centrum rotantur *. Sed præter hanc, in plerisque casibus, & alia datur Actio in Retinaculum in ipso momento Percussionis, quam in Pendulo composito distinctius explicabimus. 1047.

* 613.

Sit tale Pendulum ADI, ex Corporibus A, & D, junctis Lineâ inflexili, circa I volubili, constans: quæ de duobus Corporibus dicimus ad plura applicari possunt. TAB. XXXV. Fig. 4.

Si hoc *Pendulum compositum* elevetur, sibique permittatur, &, ubi ad situm verticalem pervenit, *in Obsta-* 1048.

culum incurrat, quod *immobile* ponimus, *agunt Corpora diversimodè*, *pro ut punctum*, *quod in Obstaculum impingitur*, *minus aut magis distat à* centro Motûs I.

1049. Differentia autem hæc quærenda est in ipsâ Pressione, quam Pendulum exserit in Retinaculum I, durante Percussione; quæ Pressio ad unam, aut ad aliam, partem dirigitur pro diversâ distantiâ Puncti in quo Percussio fit. Ita verò determinari in Pendulo potest punctum H, quod agit, ut æquilibrium detur inter Actiones; & nullam Percussio Pressionem producat in Retinaculum in I. In hoc casu, Percussione Corpora integras amittunt Vires, Pendulumque Ictu quiescit, quamvis in I non retineatur, & circa hoc Punctum simpliciter mobile sit.

DEFINITIO 2.

1050. *Punctum*, *in Pendulo*, *circa quod tale datur æquilibrium vocatur Centrum Percussionis.*

1051. *Centrum Percussionis cum Centro Oscillationis * coincidere*,
* 425. in Scholio tertio, huic Capiti adjuncto, demonstramus.

1052. Si Percussio fiat in alio Puncto, & Pendulum in I non retineatur, Ictus minor erit, dabiturque Penduli agitatio circa Punctum, in quo Percussio datur.

1053. In hoc tamen ipso casu magnitudinem Ictûs servamus, si ita in I Pendulum retineatur, ut ipsi Retinaculo nullum omninò Motum communicare possit, ut
* 1046. supra de alio Motu monuimus *. In hoc enim casu A-
* 1007. ctione in I, nulla Vis perit *; Pendulum tamen quiescit; ergo omnis Vis destruitur, agendo in Obstaculum; quare hæc Actio ipsam valet quæ in Percussione Centri Oscillationis præstatur.

Unde

Unde deducimus, *Pendulum, quod circa Punctum suspensionis, liberrimè rotatur, sed in hoc ipso retinetur, & Retinaculo nullum omninò Motum potest communicare, non habere Centrum Percussionis; aut potius, omnia ipsius puncta talia esse Centra.* 1054.

Hæc propositio quibusdam antea explicatis Experimentis confirmatur, sed magis directè hocce sequenti.

EXPERIMENTUM

Hocce Experimentum cum Exp. 4^to^. Cap. 3^ii^. * 1055.
tantùm in quibusdam circumstantiis differt, quæ in hoc * 837.
observandæ sunt, & in illo negliguntur. Cursorem nempe Medium in ipso Centro Oscillationis firmamus; id est, in puncto quod est Centrum Percussionis, quando axis in foraminibus non retinetur. In fine Scholii 2^di^.
Cap. 2^di^. demonstravimus *, hoc ipsum obtineri; si in * 816.
nostrâ Machinâ distantiæ punctorum mediorum Cursorum à Puncto suspensionis fuerint Pollicum 12; 24; 29; reliqua peraguntur, ut in indicato Experimento; successus idem est; id est, Cavitates sunt æquales inter se, quando eadem est Penduli agitatio, quicumque ex Cursoribus in Argillam incurrat. Eadem ergo, in
hisce occasionibus, est Penduli Actio *, & hujus re- * 826.
spectu non à reliquis punctis distinguitur Centrum Percussionis.

SCHO-

SCHOLIUM I.

Demonstratio illorum, quæ indicata fuere, in N. 1045, de Percussione Corporum, Lineis rigidis inter se cohærentium, & circa Centra agitatorum.

1056. TAB. XXXV. Fig. 3. Sint Corpora A & C, *Lineâ inflexili conjuncta, & circa Centrum* H *agitata; sint etiam Corpora alia* B & D, *eodem modo juncta, &* circa I *agitata.*

Ponamus dari horum Corporum Percussionem directam. Hoc obtingit, si in se mutuò impingantur unum ex Corporibus, adhærentibus uni Lineæ, cum Corpore quocumque ex illis, quæ cum aliâ cohærent Lineâ, ut A & B. Impactio autem erit directa, si hæc Corpora directè in se mutuò incurrant; quod fieri non poterit, nisi, in momento incursûs, Lineæ, quibus Corpora cohærent, sint parallelæ inter se.

Si, in momento incursûs, in quo in eâdem Lineâ ambo moventur Corpora, Motu quodam communi ferantur, non hoc Motu in se mutuò agent; Impactio ergo pendebit à *Velocitate respectivâ*, quâ *manente* eadem *datur* partium introcessio *, & *eadem Vis amissa* *, *quibuscumque Velocitatibus Corpora agitentur.* *949. *956.

1057. Dari casum, *in quo Corpora*, in partes contrarias lata, *post Ictum quiescunt*, facilè patet; & in hoc *casu, datâ Velocitate respectivâ, summam Virium esse omnium minimam* etiam liquet; tota enim Vis destruitur, & minor quantitas nunquam potest destrui *; dicam autem quænam sit ratio Velocitatum in hoc casu. *1056.

Sit a distantia Corporis A à Centro H, circa quod rotatur; & c distantia Corporis C ab eodem Centro. Eodem modo sit b distantia Corporis B, & d distantia Corporis D, à Centro I, circa quod hæc Corpora agitantur. Sit ulterius m Velocitas Corporis A; & n Velocitas Corporis B.

1058. *In casu; in quo Corpora post Ictum quiescunt, positis Motibus contrariis, habemus* m, n :: $\overline{Bbb+Ddd}\times aa$, $\overline{Aaa+Ccc}\times bb$. id est, $\overline{Aaa+Ccc}\times bbm = \overline{Bbb+Ddd}\times aan$.

1059. *In hoc* enim *casu summa Virium, manente Velocitate respectivâ m+n, est omnium minima.*

1060. Summa Virium est $Amm+\frac{Cccmm}{aa}+Bnn+\frac{Dddnn}{bb}$ *; nam $a, c :: m, \frac{mc}{a}$ = Velocitati Corporis C; & $b, d, :: n, \frac{dn}{b}$ = Velocitati Corporis D. *757.

Ponamus nunc Velocitatem m augeri quantitate e, & eâdem quantitate minui Velocitatem n, ut Velocitas respectiva maneat; videbimus summam esse majorem.

Velo-

Velocitas Corporis A nunc est $m+e$; Corporis C est $\frac{mc+ec}{a}$; Corporis B est $n-e$; & tandem celeritas Corporis D est $\frac{nd-ed}{b}$. Summa Virium nunc erit $Amm+2Ame+Aee+\frac{Cccmm+2Cccmc+Cccee}{aa}+Bnn-2Bne+Bee+\frac{Dddnn-2Dddne+Dddee}{bb}$. Sed $\overline{Aaa+Ccc}\times bbm = \overline{Bbb+Ddd}\times aan$; ponimus enim de hoc casu agi. Dividendo hanc æquationem per $aabb$, habemus $Am+\frac{Cccm}{aa}=Bn+\frac{Dddn}{bb}$; idcircò in ultimâ summâ Virium sese mutuò destruunt $+2Ame+\frac{2Cccme}{aa}$ & $-2Bne-\frac{2Dddne}{bb}$, & summa ad hanc reducitur $Amm+Aee+\frac{Cccmm+Cccee}{aa}+Bnn+Bee+\frac{Dddnn+Dddee}{bb}$ quæ primâ memoratâ summâ major est. Q. D. E.

Nec diversa est demonstratio si augeatur n, imminutâ Velocitate m.

Ipsam hanc Propositionem, Corpora quiescere, si Velocitates indicatam rationem * habeant, & brevius demonstramus, & magis directè; ex ante dictis * enim generaliter deducimus, Corpora in contrarias partes lata, & concurrentia, æqualibus Temporibus Vires amittere, ideoque Ictu quiescere, si Velocitates in punctis, in quibus Actiones exserunt, id est, in punctis in quibus concurrunt, fuerint inter se ut Vires destruendæ. Ergò in hoc casu est 1061. * 1058. * 966.

$$m, n :: Amm+\frac{Cccmm}{aa}, Bnn+\frac{Dddnn}{bb}.$$

Unde sequitur $\overline{Aaa+Ccc}\times bbm=\overline{Bbb+Ddd}\times aan$, Q. D. E *. * 1058.

Vis in Collisione quacunque, datâ Velocitate respectivâ, destructa determinari potest, nam valet summam Virium in casu in quo hæc minima est *. Sit nunc $m+n=r$. 1062. * 1056.

Datur ratio inter m & n *, & componendo * 1058.

$\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa$, $\overline{Aaa+Ccc}\times bb :: m+n=r, n$;

ergo $n=\frac{\overline{Aaa+Ccc}\times bbr}{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}$. Eodem modo detegimus $m=\frac{\overline{Bbb+Ddd}\times aar}{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}$; Summa Virium est

* 1060. $\frac{\overline{Aaa+Ccc}\times mm}{aa}+\frac{\overline{Bbb+Ddd}\times nn}{bb}$ *, substituendo pro m, & n, valores, summa hæc erit

$$\frac{\overline{Aaa+Ccc}\times\overline{Bbb+Ddd}^{q}\times aarr+\overline{Bbb+Ddd}\times\overline{Aaa+Ccc}^{q}\times bbrr.}{\overline{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}^{q}}$$

Dividendo Numeratorem & Denominatorem per $\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}$
1063. $\times aa$; *habemus* $\frac{\overline{Aaa+Ccc}\times\overline{Bbb+Ddd}\times rr}{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}$ *Vim amissam datâ Velocitate respectivâ* r.

1064. Ut nunc Regulam in N. 1045. traditam demonstremus, concipimus dari Punctum, quod eâdem Velocitate movetur, quâ Corpora post Ictum, ante separationem, feruntur, & juxta eandem directionem.

Respectu hujus Puncti Corpora post Impactionem quiescunt; ideò respectu ipsius, ante Ictum, contrariis Velocitatibus movebantur in ratione $\overline{Bbb+Ddd}$
*1058. $\times aa$ ad $\overline{Aaa+Ccc}\times bb$ *, hasque Velocitates amittunt, cum respectu hujus Puncti post Ictum quiescant; quare hæ ipsæ Velocitates sunt mutationes, quæ ex Ictu in Velocitâtibus contingunt, quæ ergo mutationes sunt in memoratâ ratione, & componendo $\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa$ ad $\overline{Aaa+Ccc}\times bb$ ut summa mutationum, id est, ut Velocitas respectiva, ad mutationem in Velocitate Corporis B.

Si nunc Velocitas Corporis A dicatur p; & q Velocitas Corporis B, positâ hac minori; Velocitas respectiva erit $p-q$, si Motus eandem partem versùs dirigantur; & mutatio, Velocitatis Corporis B, detegitur

$\frac{\overline{Aaa+Ccc}\times bbp-\overline{Aaa+Ccc}\times bbq}{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}$, quæ mutatio est Velocitas acquisita; quia minor Velocitas in Motibus conspirantibus augetur: quare si addatur ipsi Velocitati q habemus Velocitatem amborum Corporum post Ictum; quæ
1065. ergò *est* $\frac{\overline{Aaa+Ccc}\times bbp+\overline{Bbb+Ddd}\times aaq}{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}$.

1066. Si Motus in contrariam partem dirigantur, Velocitas respectiva est $p+q$, & Velocitas post Ictum simili ratiocinio detegitur

$\frac{\overline{Aaa+Ccc}\times bbp-\overline{Bbb+Ddd}\times aaq}{\overline{Aaa+Ccc}\times bb+\overline{Bbb+Ddd}\times aa}$, subtracto nempe in Numeratore producto minore ex majore

1067. Clarè patet non interesse utrum in hac Collisione Corpora, quæ eidem Lineæ junguntur, ad eandem partem dentur Centri, circa quod Linea movetur, an ad partes diversas; nam eodem modo Corpus movetur, à quacunque parte Centri detur, si modò distantia ab hoc sit eadem, Vim etiam centrifugam, quâ Corpora à Centro recedere conantur, & Actiones quas, dum concurrunt, in

Reti-

Retinacula exserunt, non hîc considerari debere, satis manifestum est *. * 1007.

Demonstrata hæc ad numerum quemcunque Corporum possunt applicari, 1068.
& universales Regulæ ex demonstratis quàm facillimè illiciuntur.

Videmus etiam quid obtineat, *si Corpus, in Lineâ rectâ motum, directè* 1069.
in aliud incurrat, quod cum aliis Lineæ rectæ, circa Centrum mobili, cohæret; Corpus enim illud, in Lineâ rectâ motum, agit quasi Lineæ rectæ, circa Punctum quodcunque mobili, adhæreret.

Quiescant Corpora A & C in a & c, dum ut ante mobilia sunt circa H. Ponamus B, aut b, in Lineâ rectâ motum, Velocitate *q*, directè, & perpendiculariter ad aH, incurrere in a; *Velocitatem post Ictum detegimus* ipsâ formulâ præcedenti Pono enim B cum Lineâ cohærere, & agitari circa Centrum ad distantiam quamcunque *b*; in hac Collisione *p*, & D, æquales sunt nihilo; ideò evanescunt quantitates, quæ *per* has multiplicantur, quare memorata formula * in hanc mutatur $\frac{Bbbaaq}{Aaa + Ccc \times bb + Bbbaa} = \frac{Baaq}{Aaa + Ccc + Baa}$: *1065.
ex quâ *hanc* deducimus *Regulam. Corpus, quod impingitur, per Quadratum distantiæ Puncti, in quod incurrit, à Centro, & per Velocitatem suam, multiplicatur; productumque hoc dividitur per summam omnium Corporum, singulorum multiplicatorum per quadrata suarum distantiarum à Centro.*

Propositiones N. 962. 985. 987. 988. 990. sunt casus peculiares Propo- 1070.
sitionum, in hoc Scholio in N. 1058. 1063. 1064. 1065. 1066. demonstratarum; ut patet, si ponamus duo Corpora, quæ cum Lineis, circa Centra quæcunque mobilibus, cohærent.

SCHOLIUM II.

Examen Experimenti circa Corpora in Lancem, aut Brachium, Libræ impacta.

Mersennus, de Lanis, & alii, Experimentum dedere circa Corpora caden- 1071.
tia institutum; & notarunt Corpus, in Lancem Libræ impactum, aliud Corpus, cujus pondus majus est, Lanci oppositæ impositum, paululum elevare; & Pondera sic elevari ad exiguam, sed æqualem (quam tamen circumstantiam non notat Mersennus) altitudinem, si Corpus, quod Motu cadendo acquisito in Libram impingitur, cadat ab altitudinibus, quæ sunt ut Quadrata Ponderum quæ elevantur.

Mersennus tamen notat, in quibusdam circumstantiis Experimentum non processisse; quod & mihi contigit, Experimentum paululum aliter instituenti; hoc defectui Machinæ tribuebam, & in illis solis altitudinibus, in quibus Regulam satis exactè observari videbam, defectus, qui in Machinâ me non latebant, minus noxios credebam. Cùm autem attentius rem examinarem, me toto Cælo erasse percepi; & ipsis illis principiis Mechanices, de quibus inter omnes convenit, adversari, memoratam dari inter Quadrata Ponderum eleva-

torum proportionem, quæ datur inter altitudines, à quibus cadit Corpus; quod in Lancem, aut Brachium oppositum, impingitur; & in dubium vocare non potui, ipsi defectui Machinæ tribuendum esse, si aliquando inter certos limites hæc detegatur proportio, ut mihi semper contigerat. Non sensibilis fateor daretur error, si pondus Corporis cadentis, & pondus totius Libræ, id est, Jugi & Lancium, admodum exigua essent respectu Ponderum elevatorum: sed in hoc casu Experimentum institui non posset; majus enim Pondus subtiliori Libræ imponi non potest.

Ut autem, quæ hoc Experimentum spectant, clarius paterent, Machinam construi curavi, quâ, quantum potest exactè, & omninò sine sensibili errore, Experimentum instituitur; & post Experimentum institutum circa hoc computationem inivi.

BILANX.

Quâ Altitudines conferuntur, à quibus Corpus cadens, Pondera paululum elevat.

1072. TAB. XXXV. Fig. 4. Libræ Jugum est AB; pede sustinetur, dum circa Centrum, ut in aliis Libris, volubile est: Lanx L ferrea est; opposita M est lignea, & orbicularis, excavata ad profunditatem unius Pollicis. Hæc, ubi Experimenta instituenda sunt, Argillâ molli repletur, quæ Cultro ligneo abraditur, ut inæqualitatibus exemptam, & horizontalem, habeat superficiem; quâ de causâ Lanx hæc facilè tolli potest, iterumque in loco suo suspendi. Distantia BM excedit pedes tres, quare in Mensæ extremitate ponenda Machina est.

Globus G filo suspenditur, & unco Laminæ D cohærenti alligatur.

Pondus Q Lanci L imponitur, ut detur æquilibrium. Quibus positis, additur Pondus Ictu elevandum P; & ut Jugum in situ maneat horizontali, brachium A, quod nunc, magis gravatur, Gnomone ferreo, cum Pede cohærenti, sustinetur. Facilè videmus alio Pede, Gnomone destituto, sustineri debere Machinam ante impositum Pondus P, ut de æquilibrio constet.

Gnomoni in *f* annectitur Lamina elastica tenuis *fg*, quæ extensa ad *i*, pertingit, ubi extremitas *g* retinetur, ope Laminæ minimæ *i*, quæ cum Brachio A cohæret; paululum elevato Brachio laxatur *g*; unde constare potest in variis tentaminibus æqualiter illud elevari; si nempe, paululum tantum imminuto Ictu, quo agitatur Libra, Elasterium non relaxetur.

EXPERIMENTUM.

1073. Omnibus, ut dictum, dispositis, adhibito Pondere P Unciarum quatuor, Globum G ita suspendi, ut ipsius altitudo, distantia nempe inter inferiorem partem Globi & Argillæ superficiem, foret Pollicum $6\frac{7}{8}$; abscisso Filo, Impactione Globi, laxata est Lamina *fg*: repetitoque variis vicibus Experimento, eodem modo processit hoc; imminutâ autem altitudine, quartâ parte Pollicis, aut etiam minus, nunquam Elasterium fuit relaxatum, quâ eâdem Methodo sequentes altitudines fuere determinatæ.

Dupli-

Duplicato Pondere P, altitudo Globi fuit Pollicum $14\frac{1}{8}$.

Tandem triplicato Pondere P, id eſt, poſito hoc duodecim Unciarum, altitudo fuit $23\frac{1}{2}$ Pollicum.

His omnibus altitudinibus Cavitatum, Ictibus in Argillâ formatarum, profunditates addendæ ſunt, & altitudines neglectis exiguis fractionibus fuere

7. $14\frac{5}{16}$. $23\frac{3}{4}$.

Si, hac eâdem Machinâ, eadem inſtituantur Experimenta, aliâ adhibitâ Argillâ, altitudines paululum variari poſſunt. Si Argilla minus mollis ſit Cavitates minores erunt, & altitudines ſupra Argillæ ſuperficiem planam majores, integræ autem altitudines eædem. Sed ſi magis aut minus ponderet Argilla, diſcrimen dabitur, nam, licet eo non mutetur Materia elevanda, Materia tamen movenda mutatur, unde diſcrimen neceſſariò ſequitur, ut hoc computatione ſequenti clarius patebit.

Jugum Bilancis Figuram habet quæ in AB exhibetur, in ipſis locis A & B excavatur, ut hoc in Fig. 4. videri poteſt; de cætero ubique eſt ejuſdem craſſitiei. 1074. TAB. XXXV. Fig. 5.

Propter Figuram irregularem, admodum difficilis foret computatio; ideo, ſervato Jugi Pondere, mutatam concipimus Figuram, remotis partibus quibuſdam à Centro, & admotis aliis: ponimus Figuram illam eſſe, quæ repræſentatur in Fig. 6., cujus tota longitudo illam repræſentat, quæ in Bilance inter Puncta ſuſpenſionis datur; ex quâ mutatione exiguus tantum error in computatione dari poteſt.

Hujus Figuræ ſuperficies, cùm Jugum ejuſdem ſit craſſitudinis ubique, repræſentare poteſt Jugi pondus, in omnibus partibus. Figura hæc AB conſtat ex Parallelogrammo, & duobus Triangulis: junctis Triangulis, Figura reducitur ad illam, quæ in Fig. 7. exhibetur, quâ adſumtâ computationem inibo.

Hunc uſum computatio hæc habere poterit, quod inde patebit, cum demonſtratis circa Percuſſionem Experimenta noſtra congruere. Fundamentum autem ipſius computationis habetur in N. 1069.

Ante omnia, ſingula puncta ſuperficiei ADFEB, Pondus Jugi repræſentantis, per Quadrata diſtantiarum ſuarum à Centro Motûs reſpectivè multiplicari debent. Hoc ſine errore ſenſibili fiet, ſi loco diſtantiarum à Centro, diſtantiæ à Lineâ CF uſurpentur, quo computatio facilior evadit. TAB. XXXV. Fig. 7.

Si nunc operatio pro Parallelogrammo inſtituatur, ſingulæ Lineæ parallelæ, & æquales, Lineæ DA, per Quadrata ſuarum diſtantiarum à CF multiplicandæ ſunt; id eſt, ſingula hæc Quadrata per eandem quantitatem AD, aut CG, multiplicari debent; id eſt, ſumma Quadratorum per CG multiplicanda eſt: ſumma autem Quadratorum eſt Pyramis, cujus Baſis eſt Quadratum Lineæ AC, & altitudo eadem AC; quæ Pyramis valet $\frac{1}{3}$ AC^c*. Multiplicatâ hac per CG, habemus $\frac{1}{3}$ $CG \times AC \times AC^q$, ſummam productorum *7. El. XII.

ſingulorum punctorum Parallelogrammi DC, multiplicatorum per Quadrata diſtantiarum ſuarum à CG.

Similis ſumma, pro ſingulis punctis Trianguli DFG, æqualis eſt $\frac{1}{12}$ GF $\times AC \times AC^q$. Hoc facilè detegent ſubtilioris Geometriæ gnari, & aliis illud explicare inutiliter laborarem. Duplicando producta hæc, habebimus ſimilem ſummam pro integrâ Figurâ ADFEB; & eſt hæc $\frac{2}{3}$ $CG \times AC \times AC^q + \frac{1}{6} GF \times AC \times AC^q = b \times AC^q$; ponendo $b = \frac{2}{3} CG \times AC + \frac{1}{6} GF \times AC$.

1075. His poſitis, dicatur a altitudo, à quâ Globus demittitur; & Velocitas, cadendo acquiſita, quâ Globus in Lancem M incurrit, & quæ Radici quadratæ hujus altitudinis proportionalis eſt *, poterit $\sqrt{a}$ deſignari.

*374.

Multiplicando hanc Velocitatem per Globum G (Fig. 4.) & per Quadratum diſtantiæ AC, & dividendo hoc productum per ſummam omnium Corporum, in Experimento motorum, reſpectivè multiplicatorum per Quadrata diſtantiarum ſuarum à Centro motûs, habemus Velocitatem puncti A poſt Ictum *.

* 1069.

Partem hujus ſummæ jam determinavimus, quoad Jugum nempe, quod ſupereſt habemus multiplicando Pondera Lancium L, & M, ut & P, Q, & G (Fig. 4.) per Quadratum diſtantiæ AC; nam omnia hæc Corpora conſiderari poſſunt quaſi darentur in ipſis punctis ſuspenſionis A & B *. Summam Ponderum Lancium, ut & P, Q, & G, dicimus c, & Velocitas puncti A poſt Ictum erit $\frac{AC^q \times G\sqrt{a}}{b \times AC^q + c \times AC^q} = \frac{G\sqrt{a}}{b+c}$ *.

*183

* 1069

Ut, datâ hac Velocitate, altitudinem ad quam elevatur punctum A cum altitudine a conferamus, determinandum eſt Centrum Oſcillationis, quod movetur, ut Corpus in quod gravitas tantum agit *; diſtantia autem Centri Oſcillationis à Centro Motûs eſt $\frac{b \times AC^q + c \times AC^q}{P \times AC}$ * $= \frac{b \times AC + c \times AC}{P}$.

*425.

* 474

Diſtantia verò AC ſe habet ad diſtantiam hanc Centri Oſcillationis, id eſt, (multiplicando utramque diſtantiam per P, & ipſam dividendo per AC), P ad $b+c$, ut Velocitas Puncti A ad Velocitatem Centri Oſcillationis; & in eâdem ratione altitudo ad quam adſcendit A, quam dicimus d, ad altitudinem ad quam adſcendit Centrum Oſcillationis; ergò

$P, b+c :: \frac{G\sqrt{a}}{b+c}, \frac{G\sqrt{a}}{P}$ = Velocitati Centri Oſcillationis. Et

$P, b+c :: d, \frac{db+dc}{P}$ = altitudini, ad quam Centrum Oſcillationis adſcendit.

Altitudo hæc etiam Quadrato Velocitatis hujus Centri exprimitur, cum a exprimat altitudinem, ad quam Corpus Velocitate $\sqrt{a}$ pertingit *. Ha-

*374. 380.

bemus

bemus ergo hanc æquationem $\frac{G^q \times a}{P^q} = \frac{db+dc}{P}$ id eſt $G^q \times a = db \times P + dc \times P$: & $a = \frac{\overline{b+c} \times d \times P}{G^q}$.

Pro Litteris ut Numeri ſubſtituantur, conſiderandum, b æquale eſſe $\frac{2}{3}$ GC 1076.
$\times$AC$+\frac{1}{6}$GF$\times$AC, dum ipſa Figura ADFEB, id eſt, 2GC$\times$AC$+$GF$\times$AC *, Jugi pondus repræſentat; quare hoc pondus Jugi ad b, ut * 34. El. I.
2GC$+$GF ad $\frac{2}{3}$GC$+\frac{1}{6}$GF.

In noſtrâ machinâ eſt GC ad GF, ut 3 ad 4; id eſt, 2GC$+$GF ad $\frac{2}{3}$GC$+\frac{1}{6}$GF, ut 15 ad 4. Jugi pondus eſt novemdecim Unciarum cum Dragmis duabus & Scrupulo uno, id eſt Scrupulorum 463. Ergò

$$15, 4 :: 463, b = 123\tfrac{1}{2}. \text{ Scrup.}$$

Pondera Lancium, additis Q & G, nempe $c-P$ valent 1320 Scrupula, id eſt, $c=1320+P$; Globus G, ponderat Scrupula 67; altitudo d æqualis eſt 0,21. Poll. id eſt, excedit paululum quintam Pollicis partem.

Et præcedens æquatio mutatur in hanc

$$a = \frac{\overline{b+c} \times d \times P}{G^q} = \frac{\overline{123\frac{1}{2}+1320+P} \times 21\,P}{67^q \times 100} = \frac{\overline{1443\frac{1}{2}+P} \times 21\,P}{448900}.$$

Subſtituendo ſucceſſivè, pro P quatuor, octo, & duodecim Uncias, id eſt, Scrupula 96, 192, 288 detegimus $a=6,91$. $a=14,68$; & $a=23,32$. * 1074.

Quæ altitudines parum admodum differunt cum altitudinibus Experimento detectis; differentia autem tribuenda eſt mutationi Figuræ Jugi in computatione *.

In hac computatione neglecimus conſiderationem diſtantiæ inter Centrum Libræ & Centrum Gravitatis Jugi; quia error inde oriundus nullo modo percipi poteſt.

SCHOLIUM III.

De Centro Oſcillationis, & Percuſſionis.

SUperius *, ex demonſtratis circa Preſſionem, deduximus Methodum determinandi Centrum Oſcillationis; eandem ibi traditam Regulam quàm 1077. * 474. 475.
facillimè deducimus ex demonſtratis circa Vires.

Corpus eandem acquirit Velocitatem, ideoque Vim, à certâ altitudine cadendo, quamcunque viam in deſcenſu ſequatur *; & Vis acquiſita huic altitudini proportionalis eſt *. Dum Corpora, Pendulo compoſito juncta, deſcendunt, nulla Actione Vis deſcendendo acquiſita deſtruitur; nihil etiam datur quo augeri poſſet; ergò ſumma Virium æqualis eſt ſummæ Virium, quas Corpora, ſeparatim à ſuis altitudinibus cadendo, potuiſſent acquirere. * 393. * 754.

Sint

Sint Corpora A, B, C, D; distantiæ à Puncto suspensionis a, b, c, & d. Altitudines, à quibus Corpora hæc descendunt, sunt ut a, b, c, & d, & in eâdem ratione Velocitates. Dicatur distantia Centri Oscillationis à Puncto suspensionis x, & Velocitas acquisita descendendo ab altitudine, à quâ Centrum hoc descendit, $\sqrt{x}$; ideò Velocitas Corporis A, si liberè ceci-
* 374. disset $\sqrt{a}$ *; & ipsius Vis Aa *; summaque Virium, si singula Corpora li-
* 757. berè cecidissent, $Aa+Bb+Cc+Dd$. Si quædam Corpora dentur ad partem oppositam Puncti suspensionis, adscendunt hæc, & horum Vires negativæ sunt.

In Corporibus Pendulo junctis, Velocitas Corporis A detegitur hac Regulâ, $x, a :: \sqrt{x}, \frac{a}{\sqrt{x}}$ Cæterorumque Corporum Velocitates sunt $\frac{b}{\sqrt{x}}$, $\frac{c}{\sqrt{x}}$, & $\frac{d}{\sqrt{x}}$;
* 757. summaque Virium est $\frac{Aaa}{x}+\frac{Bbb}{x}+\frac{Ccc}{x}+\frac{Ddd}{x}$ *; quæ cum memoratæ summæ æqualis sit, detegimus $x=\frac{Aaa+Bbb+Ccc+Ddd}{Aa+Bb+Cc+Dd}$ juxta Regulam N. 474.

Centrum Percussionis cum Centro Oscillationis coincidere superius obser-
* 1033. vavimus *; hoc nunc demonstrabimus.

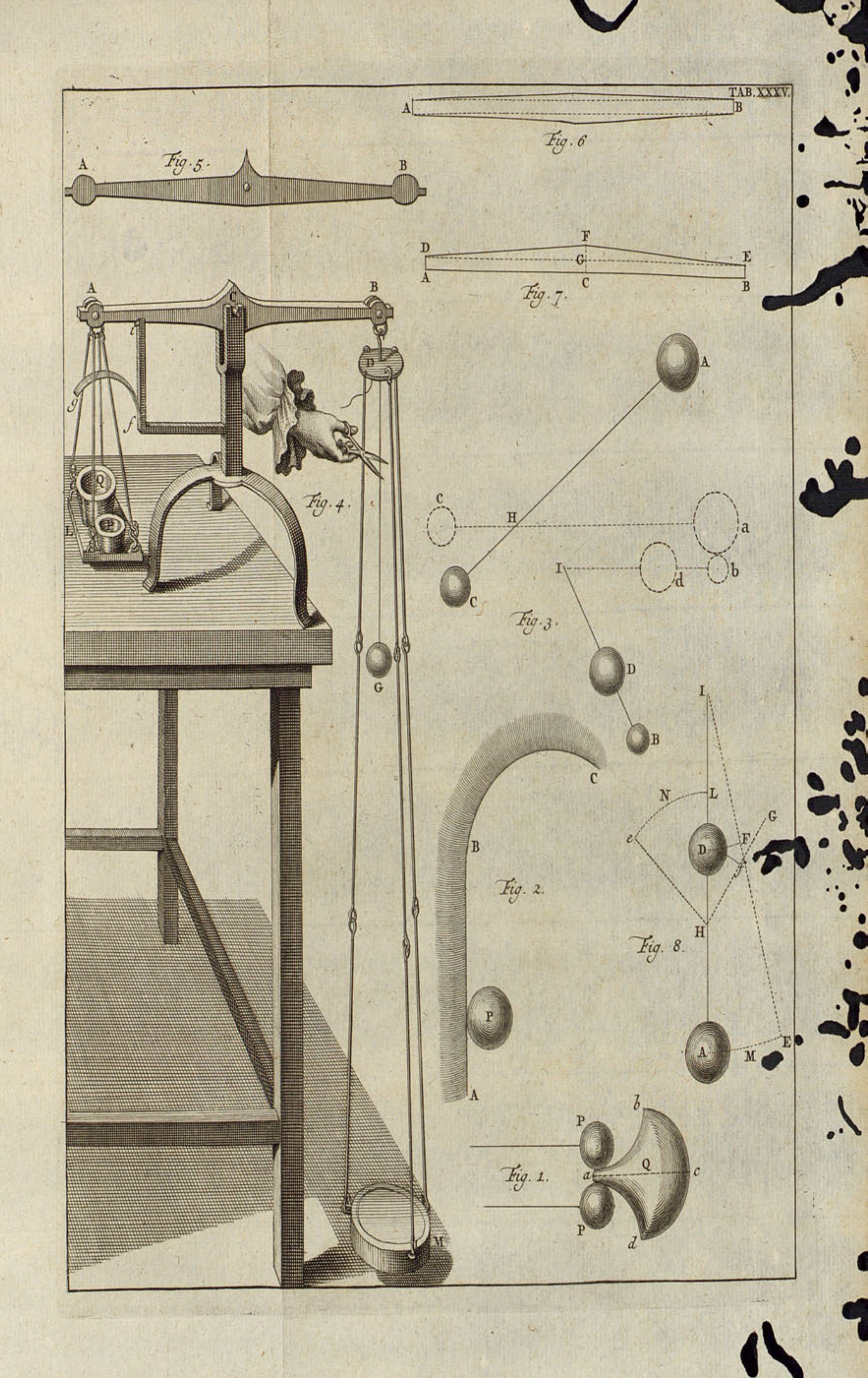
1078. *Centri Percussionis* hæc *est proprietas*, *dari æquilibrium inter Actiones*, *quibus Corpora ab utraque parte hujus Centri*, *in Pendulum agunt.*

Possumus ergò considerare Pendulum quasi Vectem, cujus Sustentaculum est Obex, in quem incurrit, positus in ipso Centro Percussionis, & æquilibrium dari, dum in hunc Vectem Corpora incurrunt, Velocitatibus, quibus in Pendulo moventur.

1079. TAB. XXXV. Fig. 8. Penduli AI, cui applicata sunt Corpora A & D, juncta Lineâ inflexili, suspensâ in I, Centrum percussionis erit H, si, positis, Vecte, cujus Sustentaculum est H, & in hunc incurrentibus Corporibus A & D, in ipsis punctis A & D, Velocitatibus, quas in Pendulo habent, detur inter hasce Actiones æquilibrium; tunc enim punctum I Penduli ullo motu affici non potest, aut, si retineatur, ullam exserere Pressionem in Retinaculum

Ut hunc casum æquilibrii determinemus, positis variis Corporibus, singulorum Actiones determinari debent; id est, sunt hæ Actiones conferendæ inter se.

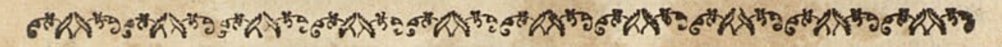
1080. Relictâ nunc Penduli consideratione, ad solum Vectem attendendo, sit *Corporis* A Velocitas m, & a distantia AH; Corporis D Velocitas n, & d distantia HD. Eodem modo in Vectem agit Corpus A, utrum in A ad partem M, aut in L ad partem N, eâdem Velocitate in hunc incurrat, positis HA & HL æqualibus. Actio etiam erit eadem, si, servatis Corporum Velocitatibus, concipiamus hæc rotari circa Centrum H, & ita agitata *in Vectem* incurrere per e L & f D. Continuetur Hf in G, ut HG & He, aut HA, sint æquales; æquilibrium dabitur, si Velocitas puncti e se
* 1058. habeat ad Velocitatem puncti G, ut Ddd ad Aaa *, id est Ddd, Aaa :: m,


TAB. XXXV.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.



:: m, $\frac{an}{d}$, hæc enim est Velocitas Puncti G; ergo $Aam = Ddn$; unde patet *Actionem sequi rationem producti Massæ Corporis per Velocitatem, & per distantiam à Fulcro.*

In Pendulo Velocitas sequitur rationem distantiæ à Puncto suspensionis; & distantia à Fulcro, est distantia à Centro Percussionis; ergo Actio Corporis sequitur rationem producti Corporis per suas distantias à Centris Suspensionis & Percussionis; daturque æquilibrium inter Actiones ab utraque parte Centri Percussionis, quando producta hæc ab utraque parte hujus Centri sunt æqualia; quam eandem cùm *Centrum Oscillationis* habeat proprietatem *, sequitur, hoc *cum Centro Percussionis coincidere.* 1081. * 472.



CAPUT VI.

De Congressu Corporum Elasticorum.

Corpora elastica concurrentia, post Ictum, ut jam notavimus, separantur *, sed Vi diversâ in circumstantiis similibus; nam in variis Corporibus Elasticitas differt. 1082. * 93.

Definitio

1083. *Elasticitas dicitur perfecta, quando partes introcedentes ad pristinum situm redeunt Vi æquali illi, cum quâ fuere ictæ.*

De perfectâ agimus Elasticitate, quamvis nulla Corpora, tali Elasticitate prædita, nobis nota sint; Regulæ enim generales nisi quoad perfectam Elasticitatem tradi non possunt; quo magis ad hanc Corpora accedunt, eo magis exactè Motus horum cum Regulis congruunt.

1084. Imperfecta Elasticitas innumeros gradus habere potest; & Experimentis detegere debemus, quantum in Corporibus peculiaribus à perfectâ Elasticitate deficiat hæc; ut, quantum à Regulis recedunt horum Corporum Motus, determinemus.

Nulla Vis in Collisione Corporum perit, præter il-
*934. lam, quæ intropremendo partes consumitur *; ideò, si Corpora sint Elastica, tota Vis hæc impenditur in inflexione partium Elasticarum; hæ autem æquali Vi ad pristinam figuram redeunt; ergo Vis destructa ite-
1085. rum instauratur; & *summa Virium Corporibus insitarum post Ictum æqualis est summæ Virium ante Collisionem*; quæ demonstratio universalis maximè est, & Collisionibus quibuscunque applicari potest.

1086. Hinc sequitur *Corpus Elasticum, in Obicem firmum Elasticum impactum, eâdem celeritate redire, quâ accessit. Si directio perpendicularis sit ad Obicem, etiam in eâdem Lineâ redibit*; cùm non magis unam quàm aliam partem versùs possit deflecti.

In reliquis de directâ Impactione tantum in hoc Capite ago. Ipsa autem partium Elasticarum Actio accuratè magis perpendenda est.

1087. *Elasterium flexum, positum inter duo Corpora quiescentia, dum sese expandit, ambo movet Corpora.* Si Pressio, quâ partes Corporis cohærent, superet Pressiones quas Elasterium in Corpora hæc exserit, tota Elasterii Actio, cùm nulla detur partium introcessio, in movendis Corporibus consumitur, *& summa Virium, Corporibus communicatarum, valet Vim, quâ Elasterium fuit flexum.*

1088. Elasterium hocce, durante toto Tempore, quo sese expandit, continuò æqualiter premit ad utramque par-
*361. tem *; id est, exserit Pressiones, quarum Intensitates sunt æquales; translationes Obstaculorum, singulis minimis momentis, sunt inversè ut Corpora, quæ hisce
*138. Pressionibus moventur *; & in eâdem ratione sunt Ve-
*119. locitates, hisce momentis communicatæ *; in eâdem etiam

etiam ratione sunt Actiones Elasterii ad utramque partem *; ut & Vires Corporibus impressæ *. Cùm autem hæc ratio singulis momentis minimis obtineat, quamdiu durant Actiones Elasterii, *integræ Velocitates communicatæ, Viresque integræ impressæ*, in hac ipsâ *sunt ratione inversâ Massarum* *; quæ duo conveniunt inter se, ut antea demonstravimus *. * 723. * 700. 1089. * 12. El. V. * 791.

Machina,

Quâ Elasterium, inter Corpora suspensa flexum relaxatur.

Machina hæc conjuncta est cum Rectangulo, omnino simili illi, de quo supra egimus *; huic etiam eodem modo Cylindri cuprei, & Pondera plumbea, inseruntur *; & ipsum Rectangulum, cum adjunctâ Machinâ, exactissimè æqualiter ponderat, cum memorato Rectangulo, quando ipsi conjunctum est quoddam ex Corporibus, in explicatione Rectanguli memoratis *. 1090. Tab. XXVI. Fig 6. * 769. * 774. * 771.

Machina, de quâ nunc agitur, constat ex Elasterio involuto E, illis simili, quibus Horologiis portatilibus Motus communicatur; eodem modo ut in his, illud cum Axe cohæret, cui circumvolvitur, & cum quo conjuncta est Rota dentata; hæc dum relaxatur Elasterium circumagitur, & Motu suo secundam agitat Rotam, ut, additis Rotis minoribus, Motus prioris temperetur, methodo vulgò usitatâ in similibus circumstantiis. 1091.

Motus autem Elasterii, ubi hoc ipsum involutum est, sistitur auxilio Lamellæ, quæ ultimam minorum Rotarum retinet, quæ facillimè relaxatur, quo Motus Rotarum instauratur; hæc autem omnia in Figurâ repræsentari non potuêre, sed difficultatem non habent. 1092.

1093. Elasterium memoratum, cum omnibus Rotis, continentur inter duas Lamellas, in quibus Rotarum axium extrema inseruntur; hæc Machinæ pars non dimidium anterioris superficiei Rectanguli tegit, unumque hujus superficiei latus occupat, & ad interiorem partem terminatur Laminâ VV.

Axis Rotæ majoris *t*, cum quo Elasterium E cohæret, trajicit Laminam VV, extremitatique prominenti, jungitur Lamina *i*; quam separatam, & juxta veram magnitudinem delineatam, in I exhibemus.

Lamina chalibea FG, quæ integram Machinam ab anteriori parte tegit, illa eadem est, quam suprà explicavimus *, & quæ in Fig. 3. & 4. hujus Tabulæ exhibetur.

740.

Retinacula, quæ in Experimentis separanda sunt *, & hic etiam Malleo separantur *m*, qui, ut ille de quo in N. 741. egimus, etiam caudâ instructus est, quæ ad Angulos Rectos in *o* conjungitur cum Axe versatili; separatio quoque Retinaculorum eodem modo ut ibi habetur, deprimendo Malleum; quod quomodo in hoc casu fiat, dicam.

* 740. 741.

1094. Cum Mallei caudâ, in medio circiter, cohæret Uncus *n*, qui applicatur circumferentiæ Laminæ *i*, aut I, cujus circumvolutione Malleus elevatur, dum circumferentia *plq* juxta Uncum transit; ubi autem extremitas *q* Uncum *n* relinquit, subitò Malleus deprimitur. Ut hoc autem impetu sufficienti fiat, & Retinacula, in Experimentis separentur, utimur cuspide tenui, chalibeâ, elasticâ, *sr*, quæ in Laminâ laterali Machinæ, in *s* firmatur, ope Cochleæ Cuspidem, juxta caput *s*, circumdantis; extremitas altera Cuspidis libera est, & applicatur

ſatur caudæ Mallei, quem deprimit; ſed dum hic elevatur, Cuſpis flectitur, & Preſſio ex Elaſticitate augetur; hacque de cauſâ cum impetu deſcendit Malleus ubi liberatur.

EXPERIMENTUM I.

Elaſterium ſuprà deſcriptum * Rectangulo applica- 1095.
tur, ut in Experimento ſecundo Capitis ſecundi hujus *739.
Libri *. Eandem, quâ in illo ipſo Experimento uſi fui- *778.
mus, adhibemus Machinam, & eodem modo ſuſpendi-
mus Rectangulum *. Suſpendimus quoque & aliud Re- *778.
ctangulum; illud nempe cui Machina cohæret, quam
ultimùm explicavimus *. *1090.

Habemus nunc duo Corpora ſuſpenſa, ut in pleriſque
Experimentis Capitis præcedentis. Eodem modo illa
diſponuntur; & tunc Lingula Elaſterii reſpondet fora-
mini in medio Laminæ Retinaculis inſtructæ, ut in Ex-
perimento indicato *. Eodem etiam modo, ut ibi, & *778.
alibi diſtinctius, jam explicatum eſt *, Lingula in fo- *743.
ramen intruditur; ſed ita, ut primi Lingulæ dentes
& hic, ut in aliis Experimentis *, uſu veniant. *745 778.

Ut autem Fila reſpondentia parallela ſint, flexo jam
Elaſterio, utimur methodo, alibi in peculiari caſu, ad-
hibitâ *. *942.

Elaſterium, quo Motus Rotis communicatur, involvi-
tur *; & impeditur ipſius Motus *. *1091. *1092.

Relaxatur hoc, ubi Corpora ſuſpenſa quieſcunt, quo
quies paululum aliquando turbatur; ſed durat Motus
per aliquot momenta, ut interea Corpora ad quietem
redeant; tandem Malleus ſponte cadit *, & Corpora *1094.
ſeparantur Actione Elaſterii inter hæc inflexi. Variaturque hoc Experimentum mutatis Corporum ſuſpenſorum Maſſis.

1096. TAB. XXXVI. Fig. 1. * 774. In primo tentamine Cylindros * Corporibus inſerimus, ut utraque Maſſa, R & S, valeat duo. Corpora, æqualibus Velocitatibus ſeparantur, & valent hæ 8,4.

1097. TAB. XXXVI. Fig. 2. In ſecundo tentamine, una ex his Maſſis ſervatur, nempe Corporis S; mutatur alia, ut ſit ſedecim; &, relaxato Elaſterio, hujus Corporis Velocitas valet 1,4; dum S movetur Velocitate 11,2.

1098. TAB. XXXVI. Fig. 3. Tertiâ vice ſi repetatur Experimentum, poſitis Maſſis, R tribus, S quatuor; Velocitates erunt, hujus 5,5; illius 7,3.

1099. In hiſce tribus occaſionibus ſumma Virium eſt eadem, & Velocitates ſunt inverſè ut Maſſæ.

In primo Caſu Maſſæ ſunt æquales, tales quoque Velocitates. Corporis Vis unius cujuſque eſt $2 \times 8,4 \times 8,4 = 141,12$. & ſumma valet 282.

In ſecundo, Maſſa Corporis R octies ſuperat Maſſam S, & illius Velocitas eodem modo ab hujus Velocitate ſuperatur. Vires ſunt $16 \times 1,4 \times 1,4 = 31,36$, & $2 \times 11,2 \times 11,2 = 250,88$; & ſumma; iterum valet 282. Tandem in ultimo caſu Maſſæ ſunt ut 3 ad 4. Velocitates in eâdem ratione, ſed inverſâ, ut 7,3. ad 5,5: Vires ſunt $3 \times 7,3 \times 7,3 = 159,87$, & $4 \times 5,5 \times 5,5 = 121$, & ſumma quæ vix differt à 281, nullum ſcrupulum circa æqualitatem Virium relinquere poteſt.

Caſum hunc ipſum quem examinavimus habemus,
1100. *quando duo Corpora Elaſtica, Motibus contrariis, in ſe mutuò directè incurrunt, Velocitatibus quæ ſunt inverſè ut Maſſæ*; nam poſitis his non Elaſticis, poſt Ictum quieſ-
* 962. cunt *; ergò in ipſo momento concurſûs, ante Figuram inſtauratam, datur Elaſterium flexum inter duo Corpora quieſcentia. Separantur ideo hæc Velocitatibus

bus quæ ſunt inverſè ut Maſſæ *, id eſt, Velocitates *1089.
poſt Ictum in eâdem ſunt ratione in quâ ante Ictum erant; unde ſequitur *Corpus utrumque redire eâdem Velocitate quam ante Ictum habuit*; nam ſi minuatur in uno, non ſervabitur ratio, niſi & in altero minuatur; quare ſumma Virium minor erit, quod impoſſibile *. Demonſtratio eadem eſt, ſi quis unius Corporis auctam Velocitatem dicat. *1085.

1101. Experimentum, quo hanc confirmamus Propoſitionem, ut & reliqua, quæ ſequuntur de Corporum Elaſticorum Colliſione, inſtituuntur auxilio ejuſdem Machinæ, quâ Experimenta demonſtrantur de Colliſione Corporum non Elaſticorum *. *760.

1102. TAB. XXVI. Fig. 7. Quando de illis agitur, eburnea adhibemus Corpora. Primum eſt Globus G, cujus diameter eſt Seſquipollicis; ſex tales adhibemus. Reliqua Corpora ſunt Cylindrica ut B & C; in extremitate unâ hemiſphærio terminantur, Baſis autem altera plana eſt; ſed Diameter parum tantum excedit Pollicem unum. In formandis hiſce Cylindris obſervandum, dentis Axem debere cum Axe Cylindri coincidere. Pondera Corporum G, B, & C, ſunt inter ſe ut unum duo & tria.

1103. Globi duobus uncis *v*, *v*, ſuſpenduntur; ſingula alia quatuor Filis ſuſtinentur, ut Rectangula, quæ in Experimentis de Colliſione Corporum non Elaſticorum uſu veniunt *. Corpora, ut dixi, dantur ſex ut G, unum ut B, & duo ut C. *769.

TAB. XXVII. Fig. 1. Ut Corpora hæc ſuſpendantur, firmamus Uncos medios *g*, *f*, & *h*, *i* *, attendendo ad illa quæ in N. 765, fuere dicta; tunc diſtantia datur Seſquipollicis inter *g* & *f*, ut & inter *h* & *i*. Si tunc duos Globos ſuſpendamus, *764.

mus, reductis Filis respondentibus ad eandem altitudinem, hi sese mutuò tangent.

1104. TAB. XXVI. Fig. 7. Si agatur de Cylindris B & C, Unci sequentes usu veniunt; qui ab Uncis mediis jam firmatis ponuntur ad distantiam æqualem distantiæ *v* V in Corpore suspendendo; quæ distantia immediatè, admoto Corpore ipso, determinatur.

Corpora hæc, reductis Filis ad disideratam longitudinem, eodem modo, ut de Globis dictum, sese mutuò tangunt, quando liberè pendent, sive duo sint Cylindri ut C, aut ut B, sive unus ut C alter ut B, sive tandem alteruter cum Globo Machinæ applicetur; distantia enim Uncorum *v*, *v*, aut V, V, ab extremitatibus Corporum est trium partium quartarum unius Pollicis.

In reliquis circumstantiis, Experimenta cum Corporibus Elasticis ab Experimentis, in Capite IV. explicatis, non differunt; eodem modo, ac in his, Velocitates desideratæ Corporibus communicantur, & Velocitates post Percussionem mensurantur; cum autem in ipsâ Percussione Parallelismus nunquam turbetur ad illa non attendimus quæ in N. 942. fuêre indicata.

EXPERIMENTUM 2.

1105. TAB. XXXVI. Fig. 4. Corpora duo P & Q, quorum Massæ sunt ut unum ad tria, in se mutuò incurrunt, in P, Q, hoc Velocitate quinque, illud Velocitate quindecim; post Ictum utrumque ad eandem ferè à quâ cecidit altitudinem redit, in *p* & *q*.

Defectus Elasticitatis in causâ est quare non exactè ad easdem, à quibus cecidêre Corpora, redeant altitudines.

In

In hoc Experimento, ut & in sequentibus, Velocitas, instauratione Figuræ generata, duodecimâ parte deficit ab illâ, quæ produceretur, si ipsa perfecta esset; si autem magna sit Corporum Velocitas respectiva, major est, servatâ proportione, defectus Velocitatis. 1106.

Quæ de Elasterio, inter Corpora quiescentia sese expandente, demonstrata sunt, ad Elasterium inter Corpora, eâdem cum his Velocitate translatum, & respectu Corporum quiscens, referri debent; *si* ergo *in Nave duo Corpora Elastica, Velocitatibus, quæ sunt inversè ut Massæ, in se mutuò impingantur, Velocitatibus iisdem in Nave redibunt* *. 1107. * 1100.

Positis quæ in N. 987. dicta sunt; in Nave, quæ Velocitate BI fertur, Corpora non Elastica post Ictum quiescunt, & mutationes Velocitatum sunt inversè ut Massæ, destructis Velocitatibus, quibus in Nave ad se invicem accessere: si nunc sint Elastica, in Nave à se mutuò recedunt iisdem hisce Velocitatibus, quibus in Nave ad se mutuò accessere *; id est, secunda in Velocitatibus datur mutatio æqualis primæ; quare utrumque Corpus duplam patitur in Velocitate mutationem, & *Velocitas respectiva post Ictum æqualis est Velocitati respectivæ ante Ictum.* In Fig. 1. Corpus motum Velocitate BN, in Nave ante Ictum habebat Velocitatem IN, hanc amisit, & huic æqualem in contrariam partem acquisivit IG; habet ideo Velocitatem BG. Corpus aliud, cujus Velocitas erat BE, in Nave ante Ictum redibat, id est, lentius ipsâ Nave movebatur, quantitate IE; post Ictum, æquali Velocitate IP in contrariam partem, id est, celerius ipsâ Nave, fertur, Velocitasque est BP. 1108. TAB. XXXVII. Fig. 1. 2. * 1107. 1109.

Eodem modo in Fig. 2. Corpus quod habebat Velocitatem BN, amisit Velocitatem IN, quam in Nave habebat; & Velocitate, huic æquali IG, nunc in Nave redit; id est, Velocitate BG post Ictum fertur: Corpus aliud cujus Velocitas erat BE, in Nave redibat Velocitate IE; nunc, mutato Motu, Velocitate huic æquali IP, in Nave à Puppi ad Proram fertur; & ipsius Velocitas absoluta est BP.

Ex hisce deducimus Regulas duas, quibus Corporum Elasticorum Velocitates post Ictum determinamus.

REGULA I.

1110. *Si Corporis Velocitas, positis Corporibus non Elasticis in se mutuò impactis, Ictu augeatur, augmentum duplicatum priori Velocitati est addendum, ut Celeritas post Impactionem determinetur, si Corpora fuerint Elastica.*

REGULA II.

1111. *Duobus Corporibus non Elasticis in se mutuò incurrentibus, si Corpus ex Velocitate amittat, pars amissa duplicanda est, quando Elastica sunt Corpora, & à priori Velocitate subtrahenda, ad determinandam Celeritatem post Percussionem.*

1112. Circa secundam Regulam observandum, Corpus quod redit, non modo amittere pristinam Velocitatem, sed præterea pro Velocitate amissâ etiam haberi Velocitatem, in contrariam partem acquisitam; & in hoc casu, summa ambarum harum Velocitatum duplicanda est, & ex priori Celeritate subtrahenda. Quando autem major Velocitas ex minori subducitur, excessus in contrariam partem sumendus est.

EXPERIMENTUM 3.

1113. Corpus P, cujus Massa est duo, & Celeritas novem,
TAB. XXXVI. Fig. 5. impingitur in Corpus quiescens Q, cujus Massa est unum;

num; si perfecta esset Elasticitas, post Impactum Q ferreretur Celeritate duodecim, & P motum continuaret Velocitate tria; quod computatione juxta has Regulas detegitur; nam si Corpora non essent Elastica; Celeritas amborum post Occursum esset sex *; Corpus ergò Q acquireret sex gradus Velocitatis; ideo per Reg. I. * acquirit nunc duodecim gradus. Corpus P, quod sepositâ Elasticitate, amittit tres gradus Velocitatis, per Reg. II. * amittit sex, qui si subtrahantur à novem, Velocitate priori, restant tres gradus Velocitatis. Imperfecta autem est Elasticitas; & in ipso Experimento Velocitas Corporis Q, est undecim cum semisse; & P in Motu perseverat tribus gradibus Velocitatis cum quartâ parte; quod congruit cum iis quæ monuimus *; mutationem ex Elasticitate oriundam duodecimâ parte esse minuendam.

*992. *1110. *1111. *1106.

EXPERIMENTUM 4.

Corpus P in aliud Q, quiescens, & triplum, Velocitate duodecim impingitur, & Velocitate sex, si perfectè essent Elastica, rediret. In hoc casu Corpora non elastica moverentur Celeritate tria; Corpus ergo P amisisset novem gradus Velocitatis, amittit ergò per Reg. II. * octodecim gradus; qui si subtrahantur à priori Velocitate duodecim, dantur sex grad. in contrariam partem *. Corpus Q, quod acquirit tres gradus Velocitatis, quando Corpora non sunt Elastica, nunc deberet acquirere sex. Secunda autem hæc mutatio duodecimâ suâ parte minuenda est, & Velocitas est quinque cum tribus partibus quartis. Propter defectum Elasticitatis, secunda mutatio Velocitatis Corporis P est tantum octo cum quartâ parte; & Velocitas, subtrahenda

1114. TAB. XXXVI. Fig. 6. *1112. *1112.

da ex duodecim, valet ſeptemdecim cum quartâ parte, Corpusque redit Velocitate quinque cum quartâ parte; & hæc Experimento detegimus. Eodem modo, ſequentibus Experimentis, confirmatur quod per Regulas detegitur; ſi ad defectum Elaſticitatis attendamus.

EXPERIMENTUM 5.

1115. TAB. XXXVI. Fig. 7. Corpus P, cujus Maſſa eſt duo, & Velocitas octo, incurrit in Corpus Q, cujus Maſſa eſt unum, & quod Velocitate quinque eandem partem versùs fertur; ſi perfecta eſſet Elaſticitas, poſt Occurſum Corpus Q moveretur Velocitate novem, & P Velocitate ſex gauderet, ut per Regulas præcedentes determinatur. Si enim Corpora non eſſent Elaſtica, ambo Celeritate ſeptem poſt Impactum moverentur *: Corpus Q acquireret duos gradus Celeritatis, qui per Reg. I. duplicari debent, & priori Celeritati quinque addi, unde habemus novem: Corpus P amitteret unum gradum Velocitatis, per Reg. II. amittit duos, ei ergò reſtant ſex. Attendendo ad defectum Elaſticitatis, P habet Velocitatem ſex cum unâ parte duodecimâ, & Q movetur Velocitate octo cum quinque partibus ſextis. Experimentum hoc quoque demonſtrat.

* 938.

EXPERIMENTUM 6.

1116. TAB. XXXVI. Fig. 8. Corpus P, Velocitate novendecim, fertur eandem partem versùs cum Corpore triplo Q, moto Celeritate tria; poſt Impactum Corpus P regreditur Velocitate quatuor, Q motum continuat Velocitate decem cum duabus partibus tertiis.

EXPERIMENTUM 7.

1117. TAB. XXXVI. Fig. 9. Corpus P Celeritate quinque, & Corpus Q triplum

Ce-

Celeritate undecim, in partes contrarias feruntur; post Occursum, Q motum continuat Celeritate, quæ valet tria cum parte tertiâ, & P regreditur Velocitate octodecim.

EXPERIMENTUM 8.

Eadem Corpora, P & Q, in contrarias partes feruntur, P Celeritate sedecim, & Q Velocitate octo; ambo post Impactum regrediuntur; Velocitas ipsius P est octodecim cum semisse, & Q habet Velocitatem, quæ valet tria cum semisse. 1118. TAB. XXXVI. Fig. 10.

EXPERIMENTUM 9.

Si in ultimo Experimento mutetur Velocitas Corporis P, & hæc sit octo, positis Corporibus perfectè Elasticis, Q amitteret integrum suum Motum, & P rediret Velocitate sedecim; in ipso autem Experimento Q servat tertiam partem unius Gradûs Velocitatis, & Corporis P Velocitas est quindecim. 1119.

Omnes casus Percussionum Corporum Elasticorum Regulis memoratis determinantur; sequentem etiam ex illis deducimus Propositionem.

Quando Corpora sunt æqualia, & eandem partem versùs feruntur, permutatis Velocitatibus motum continuant; si in contrarias partes ferantur, permutatis Velocitatibus regrediuntur. 1120.

Cas. 1. Tendant Corpora eandem plagam versùs, & sit AB Velocitas unius Corporis, AC Velocitas alterius Corporis; propter Massas æquales, sunt Velocitatum mutationes æquales *. Dividatur BC in duas partes æquales in D, & AD exprimet Celeritatem utriusque Corporis post Occursum, si non sint Elastica; Celeritas AB augetur quantitate BD, duplici quan- 1121. TAB. XXXVII. Fig. 5. * 987.

 titate

*1110. titate tali augeri debet propter Elasticitatem *; in quo casu Velocitas AB mutatur in AC. Eodem modo Celeritas AC, in Corporibus non Elasticis, minuitur
*1111. quantitate DB; duplicatâ hac quantitate minui debet *, & fit AB.

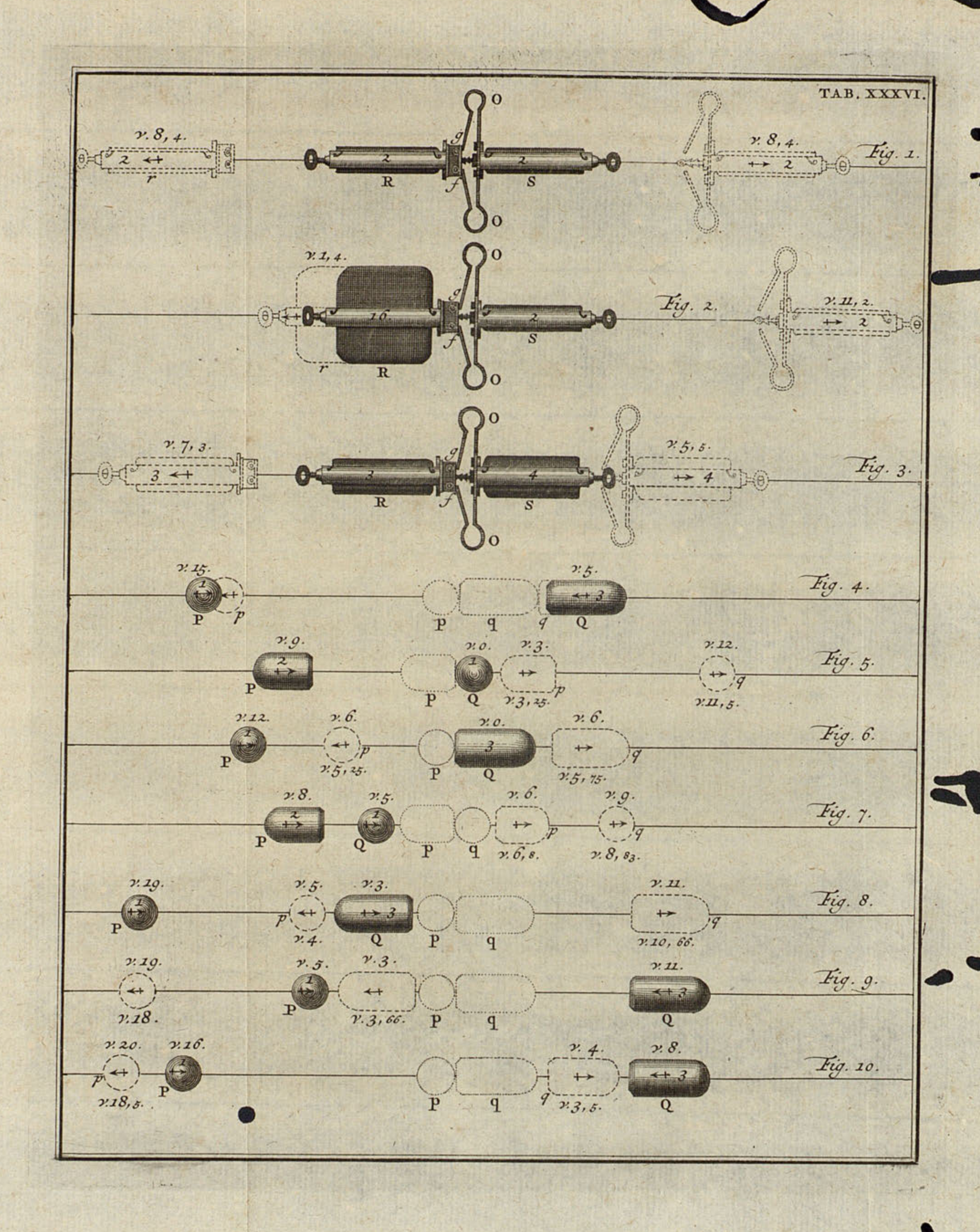
Experimentum 10.

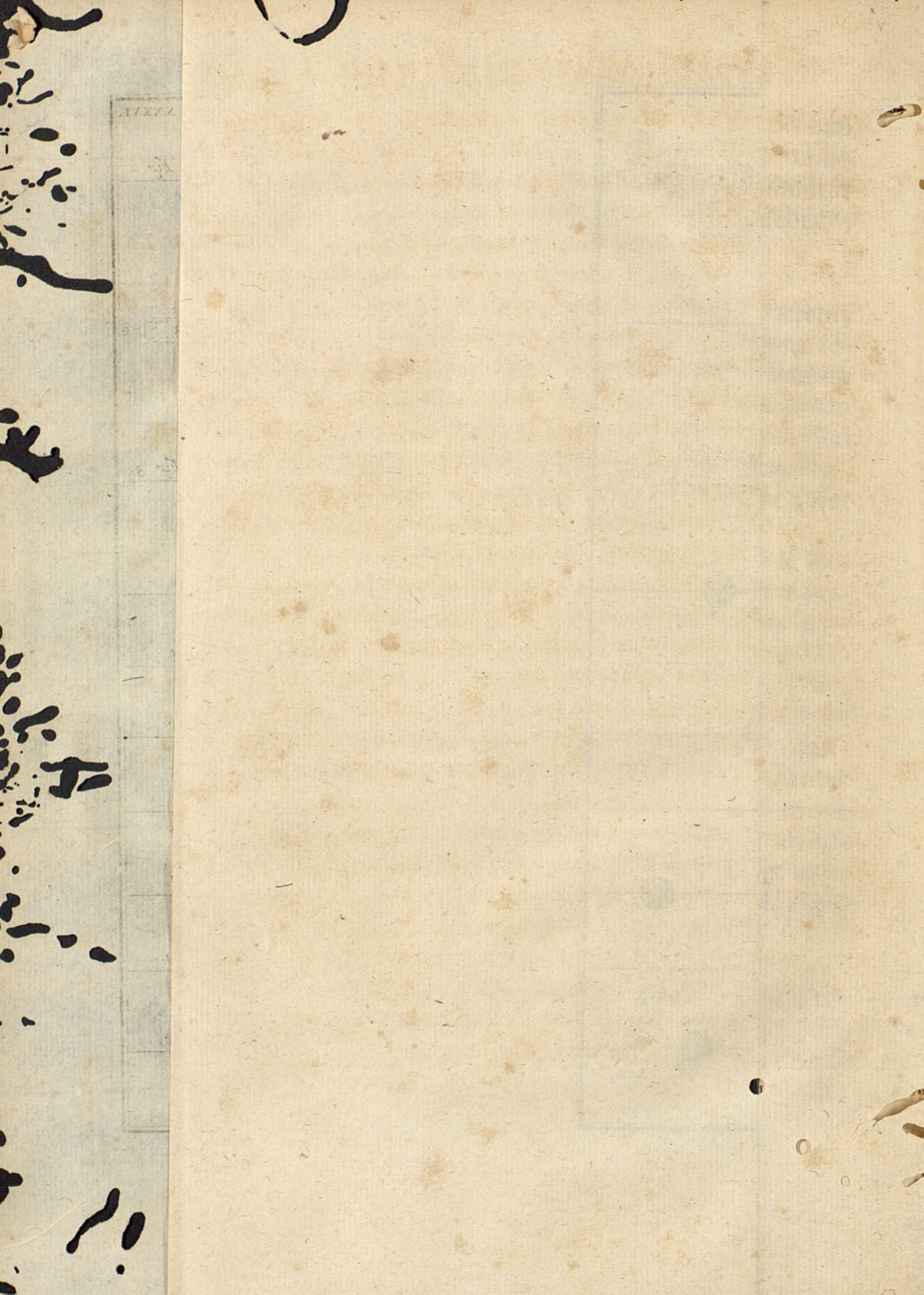
1122. Corpora duo æqualia, primum Velocitate decem, alterum Velocitate quatuor, eandem partem versùs feruntur; mutatis Velocitatibus post Impactum motum continuarent, si perfecta esset Elasticitas; quod etiam detegitur computatione ex præcedentibus Regulis. Sed in Experimento Corpus antecedens minus acquirit, consequens minus amittit & utraque differentia valet quartam partem unius gradûs Velocitatis.

1123. Cas. 2. Sit AC Celeritas unius Corporis, AB Ce-
TAB. XXXVII. leritas alterius; si BC dividatur in duas partes æqua-
Fig. 6. les, Velocitas utriusque post Occursum, eandem par-
*990. tem versùs est AD *, quando Corpora non sunt Elastica. Corpus ergò primum amisit Velocitatem DC, Corpus alterum amisit totam Velocitatem AB, & in contrariam partem acquisivit AD; tota ergò quanti-
*1112. tas amissa est DB *, æqualis ipsi DC; hæc quantitas si duplicetur, erit BC quantitas Celeritatis ab utroque
*1111. Corpore amissa *; quæ subtracta ex Velocitate utriusque Corporis, dat in utroque casu Velocitatem in con-
*1112. trariam partem *, æqualem illi, quam alterum Corpus habuit.

Experimentum 11.

1124. Si Corpora æqualia, unum Celeritate duodecim, alterum Velocitate sex, in contrarias partes ferantur, permutatis Velocitatibus ambo regrediuntur post percussionem,


TAB. XXXVI.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.



ſionem, deficiente utraque Velocitate, ab illâ, quam Corpus alterum habuit, tribus partibus quartis unius gradûs; quod computatione quoque detegitur, ſi ad defectum Elaſticitatis attendamus.

Corpus impingitur in aliud æquale quieſcens, ſi Velocita- 1125.
tes permutentur, *Corpus primum poſt Impactum quieſcet*, *alterum verò cum Velocitate prioris movebitur.*

EXPERIMENTUM. 12.

Si Corpus Velocitate duodecim impingatur in Corpus 1126.
æquale quietum; primum dimidiato gradu Velocitatis movetur, ſecundum acquirit Velocitatem undecim cum ſemiſſe, ſi Elaſticitas eſſet perfecta primum poſt Occurſum quieſceret, & aliud Celeritate duodecim moveretur.

In Corporibus Elaſticis ſubita admodum eſt Elaſterii actio. 1127.
Ideo ſi varia Corpora Elaſtica ſint contigua, & extremum percutiatur, omnia ſequentia agitantur, quaſi eſſent ſeparata; etiam ſi ex variis contiguis, eâdem Velocitate motis, antecedens in Corpus quodcumque incurrat, agit ut à reliquis ſeparatum ageret. Unde ſequitur *Corpus* 1128.
moveri ſolâ Actione Corporis vicini, & in vicinum Corpus tantum agere, partibus Elaſticis ad Figuram redeuntibus, antequam Actio Corpori ſequenti communicari poſſit.

EXPERIMENTUM 13.

1. Sint Corpora plurima, æqualia, Q, R, S, T, V, 1129.
in eâdem Lineâ diſpoſita, & ſeſe mutuò tangentia; TAB. XXXVII. Fig. 7.
Corpus P, reliquis æquale, impingatur in Q, quacunque Velocitate; poſt Occurſum P, Q, R, S, & T, quieta manent; aut potius parum agitantur, quod ex defectu Elaſticitatis ſequitur; & V ſolum movetur.

2. Moveantur æqualibus Velocitatibus Corpora duo TAB. XXXVII. Fig. 8.
contigua P & Q, ita ut Q impingatur in R, poſt Impactum

pactum P, Q, R, & S, quiescunt, T & V verò simul moventur.

TAB. XXXVII. Fig. 9. 3. Eodem modo si tria moveantur, post Occursum tria etiam moventur.

TAB. XXXVII. Fig. 10. 4. Si quatuor moveantur, etiam quatuor post Percussionem à reliquis separantur.

TAB. XXXVII. Fig. 11. 5. Tandem si, P, Q, R, S, & T, simul moveantur, & T percutiat V, post Percussionem P solum quiescit, Q, R, S, T, & V, simul moventur. Generaliter, quicunque sit Globorum numerus, quot moventur ante Occursum, tot etiam post illum moventur.

1130. TAB. XXXVII. Fig. 7. * 1128. * 1125. Agunt hæc Corpora quasi essent separata *. In primo casu P impingitur in Q, & quiescit *; Q, Ictu agitatum, impingitur in R, & etiam quiescit; & sic de cæteris; donec tandem T percutiat V, quod, cùm nullo Obstaculo retineatur, solum in motu continuat.

TAB. XXXVII. Fig. 8. In secundo casu, Corpus Q eodem modo Corpus V propellit; insequitur immediatè P, incurrens in Q, quod jam ex priori Impactu quiescit; Motus etiam eodem modo communicatur Corpori T, quod non potest percutere V jam in motu; & cum Motus Corporum P, & Q, æquè veloces sint, & illa Corpora quàm proximè sese mutuò insequantur, sensibile Tempus inter illas duas Motûs communicationes non datur; unde etiam Corpora V, & T, æquè Velociter moventur & non separantur.

1131. Alio Experimento constat, ita subitam esse Elasterii actionem ut vix concipiatur.

EXPERIMENTUM 14.

1132. TAB. XXXVII. Fig. 12. Globus eburneus cavus, diametri circiter duorum Pollicum, ex duobus constat Hemisphæriis A & B,

quæ

quæ Cochleâ quàm arctissimè inter se conjungi possunt.

Hemisphærium B demittitur ita, ab altitudine quacunque, ex. gr. octodecim Pollicum, ut Plano marmoreo cœruleo, paululum madefacto, impingatur; & quidem ut punctum medium superficiei in Planum incurrat. Hoc haud difficulter obtineri potest, si in eo loco majorem habeat crassitiem Hemisphærium quàm extrema versùs. Mensuretur Macula, quam in Marmore Corpus Impactu imprimit.

Conjungatur Hemisphærium A, & demittatur ab eâdem altitudine Globus ita, ut idem Punctum, superficiei Hemisphærii B, in Planum marmoreum incurrat; quod facile fiet, si Hemisphærium A alio levius fuerit: Macula priori quàm exactissimè æqualis erit, & Globus multo minus resiliet.

Tandem in Globi cavitatem inseratur Plumbi frustum P, ejusdem ponderis cum ipso Globo; ibique firmetur; demisso eodem modo Globo, etiam in hoc tertio casu Macula eadem erit, & Globus vix resiliet.

Demisso autem ab eâdem altitudine Globo solido ex Ebore, Globo memorato æquali, Macula major est, & fere ad illam à quâ cecidit altitudinem Globus redit.

In hoc Experimento videmus, partes ictas Hemisphærii B ad Figuram rediisse, antequam huic Hemisphærio Actio Hemisphærii A, aut Plumbi inclusi, communicari potuerit, licet satis arctè hæc Corpora cohæreant.

In Capite ultimo hujus Libri agam de Temporibus ipsis determinandis, in quibus inflexiones Corporum Elasticorum fiunt; & videbimus in hoc Experimento Tempus, quo partes intropremuntur, esse novem Minutorum quintorum; aut $\frac{1}{23593}$ unius Minuti secundi. 1133.

SCHOLIUM I.

In quo ad Corpora Elastica, demonstrata in Scholio 3. Cap. IV. hujus Libri, extenduntur.

IN Scholio 3. Cap. IV. hujus Libri demonstravimus quomodo Geometricè, quæ, durante mutuâ Actione Corporum, in Collisione contingunt, quando hæc non sunt Elastica, determinantur; quæ ibi de diminutionibus Velocitatum, & Virium, demonstrata sunt, ad Corpora Elastica possunt referri *; & facile erit determinare, quæ in instauratione Figuræ obtinent.

*929. 1134. TAB. XXXVII. Fig. 3. 4. *967. Positis quæ in dicto Scholio sunt explicata, est Ee Velocitas quâ ambo Corpora moventur, in ipso momento integræ inflexionis partium. Dum partes ad pristinam Figuram redeunt, mutationes Velocitatum continuantur, & quidem juxta easdem Leges quàm in intropressione *; quare continuatis CE & DE, ductâque HR Parallelâ ipsi DA, Lineæ RS, RH, Corporum Velocitates indicabunt; & Triangulum ESH repræsentabit Vim instauratam. Vis hæc, si agatur de integrâ Actione partium Elasticarum, æqualis est illi, quæ Collisione destructa fuit*; sunt ergo æqualia Triangula DEC, EHS. Ideò si *e*R sit æqualis *e*A, Corporum Velocitates post separationem erunt RS, RH. In Casu Fig. 3. Corpus, quod habebat Velocitatem AD, redit Velocitate RS, alterum directionem servat; In Fig. 4. Corpus, cujus Velocitas erat AD, in Motu perseverat Velocitate RS, alterum regreditur Velocitate RH. *1085.

Hæc ita se habent, positâ perfectâ Elasticitate; si defectus detur, ducenda erit *rh*, parallela ipsi RH, ita, ut *er* se habeat ad *e*R, ut Velocitas, quæ revera, instauratione partium, generatur, ad illam, quæ, datâ perfectâ Elasticitate, produceretur. Tunc *rs*, *rh*, sunt Velocitates quæsitæ.

In figuris, quæ Experimentis hujus Capitis inservirent, *er* se haberet ad *e*R, aut *e*A, ut undecim ad duodecim.

SCHOLIUM II.

Uberior demonstratio N. 1085.

1135. TAB. XXXVII. Fig. 1. 2. *1085. DEmonstravimus in Congressu Corporum Elasticorum summam Virium ante & post Ictum esse eandem *; unde sequitur, positis explicatis in N. 1108. 1109. $AB \times BN^q + BC \times BE^q = AB \times BG^q + BC \times BP^q$ *, cujus & hîc geometricam dabimus Demonstrationem.

*757. TAB. XXXVIII. Fig. 1. 13. Primò tendant Corpora eandem partem versùs. Formentur Quadrata Linearum BE, BG, BN, & BP; ducatur omnium Diagonalis BV. Ducatur IS parallela ad PV; & per S, Punctum in quo Diagonalem secat, ducatur XSK, parallela PB: continuentur GR & EQ in Z & K. Quia

IN

IN & IG sunt æquales, ut & IP & IE, Triangula YST, RSZ, sunt æqualia; etiam Triangula SXV, SKQ. Idcircò Trapezium GRTN æquale est Rectangulo GZYN; & Trapezium EQVP æquale Rectangulo EKXP.

Semidifferentia Quadratorum Linearum BN, BG, est Trapezium GRTN, aut Rectangulum GZYN. Eodem modo semidifferentia Quadratorum Linearum BP, BE, est Rectangulum EKXP; sed Rectangula hæc, propter communem altitudinem IS, sunt ut Bases *; aut ut Basium semisses * 1. El. VI.
IN, IE; etiam, ut sunt semidifferentiæ Quadratotum, ita integræ differentiæ: Ergò $BN^q - BG^q$, $BP^q - BE^q$ :: IN, IE; id est, ut BC ad AB, ex constructione.

Idcircò $AB \times BN^q - AB \times BG^q = BC \times BP^q - BC \times BE^q$; ideò $AB \times BN^q + BC \times BE^q = AB \times BG^q + BC \times BP^q$. Quod demonstrandum erat.

Tendant nunc Corpora in partes contrarias. Formentur iterum Quadrata 1136.
Linearum BP, BN, BE aut Be, & BG aut Bg. Propter æquales IN, TAB.
IG, & IP, IE, æquales sunt NP, EG aut eg; addamus utrimque eN, XXXVII.
erunt æquales eP, gN. Differentia Quadratorum BV & BQ, id est, Qua- Fig. 2. 14.
dratorum Linearum BP, BE, est Rectangulum, cujus Basis est PV & eQ, id est, PE, & altitudo eP; differentia Quadratorum BT, BR, id est, Quadratorum Linearum BN, Bg aut BG, est Rectangulum, cujus Basis est NT & gR, id est, NG, & altitudo gN; propter æquales altitudines Rectangula hæc sunt ut Bases PE, NG, aut ut harum semisses IE, IN, quæ sunt ut AB, BC; ergò

$$BP^q - BE^q,\ BN^q - BG^q :: AB,\ BC.$$

Idcircò $AB \times BN^q - AB \times BG^q = BC \times BP^q - BC \times BE^q$; unde deducimus $AB \times BN^q + BC \times BE^q = AB \times BG^q + BC \times BP^q$. Quod demonstrandum erat.

SCHOLIUM III.

Illustratio circa mutuam Corporum Elasticorum Actionem.

Licet circa summæ Virium æqualitatem, ante & post Ictum, dubium super- 1137.
esse nullum possit, cum hæc ex ipsâ perfectâ Elasticitate sequatur *; & * 1083.
etiam, ut in præcedenti Scholio fecimus, ex Regulis computationis deducatur, obscurum quid nihilominus in hisce dari, non diffiteor; cum ex demonstratis non pateat, quomodo Elasterium, quod dum se inter Corpora expandit, & ad partes oppositas Vires, quæ sunt inversè ut Massæ, communicat *, possit * 1089.
sæpe unico Corpori integram non modò, quà se expandit, imprimere Vim, sed præterea quantum ex Vi aliûs Corporis tollit. Si Ex. Gr. Corpus A, duobus gradibus Velocitatis, id est, cum quatuor grad. Vis *, incurrat in * 757.
Corpus B, ipsi æquale & quiescens, post Ictum, sepositâ Elasticitate, ambo unico gradu Velocitatis gaudent *; & singula unicum gradum Vis habent *; * 992.

id eſt, amborum Vis valet duo, & duobus reliquis gradibus Vis partes fuere
*924. compreſſæ *; &, ſi Corpora ſint Elaſtica, hac ipsâ Vi Elaſterium fuit flexum, &
*1083. eâdem Vi ſeſe expandit *: Poſt Ictum verò Corpus B duos habet gradus Velo-
*1120. citatis *, id eſt, Vim quatuor *; & quieſcit A: Elaſterium ergo ipſi B tres
*757. gradus Vis communicavit, & gradum unum ex A ſuſtulit; quamvis duobus tantùm gradibus Vis fuerit flexum; & licet propter Corpora æqualia, æquales impreſſiones ab utrâque parte exeruerit.

1138. Ut hæc tollatur difficultas, inter Vim abſolutam & relativam diſtinguendum. Elaſterium, inter Corpora poſitum, Vires ipſis communicat, quæ
*1089. ſunt inversè ut Maſſæ, ſi inter Corpora quieſcat *; id eſt, ſi, tranſlatis Corporibus, eodem Motu cum hiſce feratur; quales ideò Motus Corporibus communicantur in Nave, quæ eâdem Velocitate cum Corporibus fertur, & in quâ
*1107. idcircò hæc cum Elaſterio quieſcunt *; ſed Propoſitio hæc ad Motus abſolutos referri non debet, quorum unus acceleratur, alter retardatur, tranſlato jam ipſo Elaſterio, ante hujus Actionem.

Circa Vires abſolutas notandum, has Corpori ſæpè communicari, causâ
1139. moventi quæ ipſa transfertur, in quo caſu *non ſola Cauſa movens in Corpus agit*, *ſed & in Corpus datur Actio illa*, *quæ ipſam transfert Cauſam moventem*;
*706. *Corporique communicatur Vis*, *quæ valet ſummam harum Actionum* *; nam Vis hæc eſt Effectus ambarum Actionum conjunctarum; agitur enim de caſu in quo hæ alium nullum Effectum edunt.

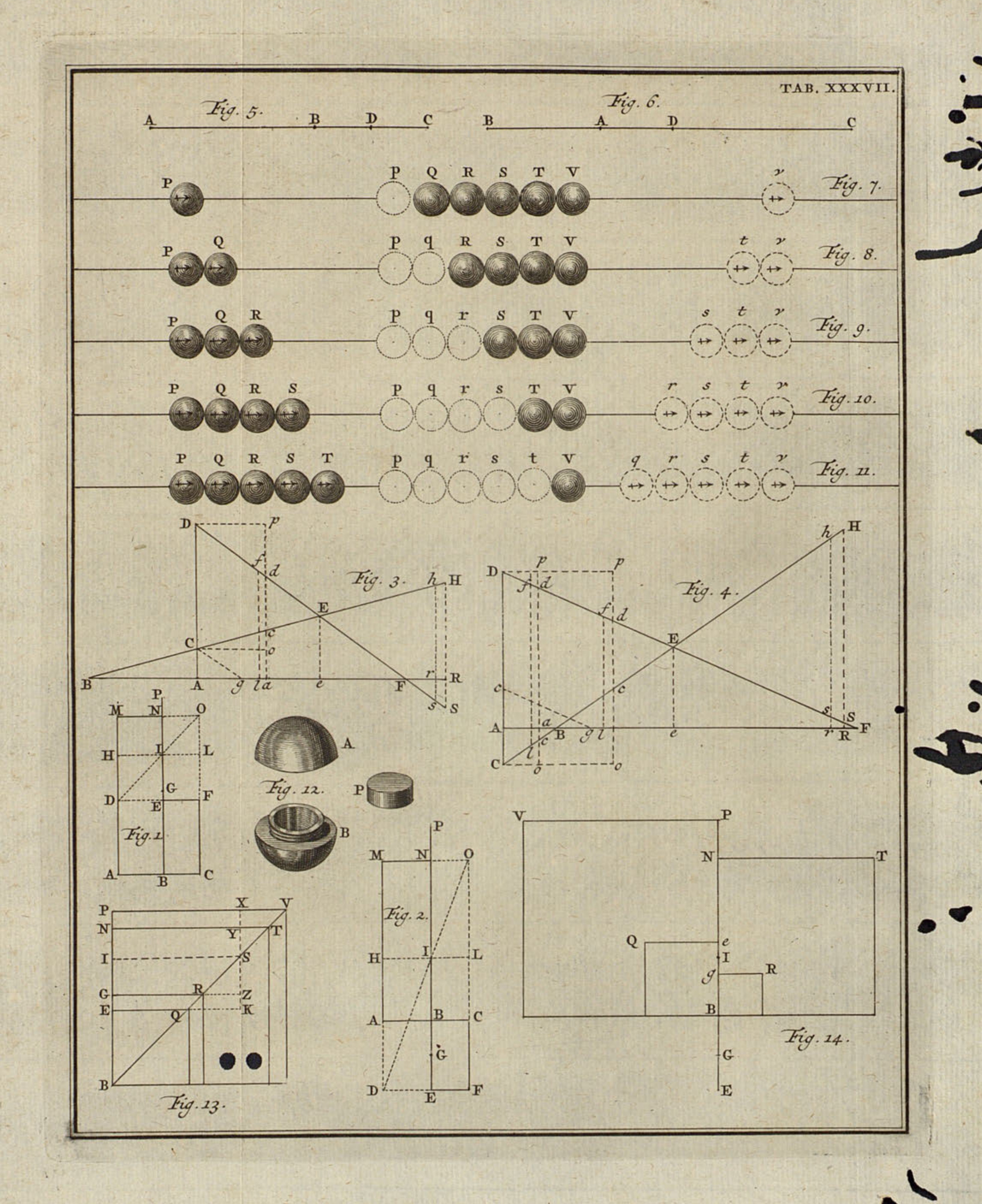
Quando Elaſterium Obſtaculo inſiſtit, quod ad partem oppoſitam non cedit, totam Vim, quâ fuit inflexum, Corpori quod ab Obſtaculo repellit communicat, ut hoc ſequitur ex Demonſtratione N. 1089. & confirmatur Experimento 2. Cap. 2. hujus Libri, collato cum Experimento 1. hujus Capitis.

Si autem Elaſterium quod ab unâ parte inſiſtit Obſtaculo, quod non cedit,
1140. totam ſuam ad oppoſitam partem Vim exerat, multo magis *Elaſterium*, *quod ad illam transfertur partem*, *ad quam agit*, *integram Vim*, *quâ relaxatur*, *Corpori communicabit*, *cui etiam imprimet Vim*, *quæ valet Actionem*, *quæ ipſum*
*1139. *transfert Elaſterium*, *dum relaxatur* *.

1141. Ex quibus quoque ſequitur, *quando Obſtaculo*, *non omninò immobili*, *inſiſtit Elaſterium*, *hoc ad partem oppoſitam exerere Vim ſuam totam*, *demtâ illâ*, *quâ Obſtaculum poteſt movere.*

1142. Si hæc applicemus ad caſum memoratum, facile videmus, Corpori B communicari duos gradus Vis, quibus partes Elaſticæ fuere flexæ; & præterea
*1140. Impreſſionem, quâ Elaſterium fuit translatum durante Expanſione *, quæ impreſſio eſt Actio Corporis A in Elaſterium, & valet Vim à Corpore A
*709. in hac Actione amiſſam *. Amiſit autem A unum gradum Vis, qui ergò ipſi B, præter duos memoratos, fuit communicatus; accepit ergò B tres gradus Vis, qui additi uni gradui, quem ante Elaſterii Actionem habebat, dant quatuor gradus Vis. Quod explicandum erat.

1143. Ratiocinium omninò ſimile eſt in aliis caſibus, in quibus poſt ſeparationem ad eandem partem Corpora tendunt, aut unum quieſcit; ſi autem ad partes oppoſitas poſt Ictum moveantur, ex iiſdem principiis difficultas tollitur, ut hoc patebit exemplo.


TAB. XXXVII.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 12.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 13.
Fig. 14.



Sit Corpus A cujus Massa est 1. quod Velocitate 6., id est, cum Vi 36. *, incurrit in Corpus duplum quiescens B; ponimus Corpora perfectè Elastica. Post Ictum B habebit Velocitatem 4, id est, Vim 32, & A redibit Velocitate 2, habebitque Vim 4. *. Hoc, jam ante demonstratum, nunc est illustrandum. 1144. * 757. *992.1110. 1111.

Ante instauratam Figuram, Corpora ambo cum duobus gradibus Velocitatis moventur *, & Elasterium fuit flexum Vi 24. *. Si Navem concipiamus in quâ Corpora post Ictum, ante separationem, quiescunt; id est, cujus Velocitas etiam est duo; Corpora in hac separantur Viribus, & Velocitatibus, quæ sunt inversè ut Massæ *; B Velocitate 2, & A Celeritate 4; Si Elasterium minus fuisset flexum, etiam Vires fuissent inversè ut Massæ *; ergo, pro parte relaxato Elasterio, in hac ratione sunt Vires, ideoque Velocitates *; idcircò ubi B habet unum gradum Velocitatis in Nave, A duos habet, & Actio Elasterii valet 6. gradus Vis; hæc enim est summa Virium hucusque communicatarum. * 992. * 985. 934. 933. * 1089. * 1088. * 791.

Tum, Motus absolutos considerando, B habet Velocitatem 3, & A quiescit; Elasterium verò Vim 18. superstitem exserit, dum in Nave Corpori B secundum gradum Velocitatis, & Corpori A tertium & quartum communicat. Habet nunc B, sepositâ Nave, Velocitatem 4 & redit A Velocitate 2.

Corpus B, ante Elasterium relaxatum, Vim habet 8 *; dum Elasterium primos 6. gradus Vis exserit, nondum redit A, versamurque in casu N. 1142. ideo sex hi gradus Corpori B communicantur, & præterea quantum amittit A, ut hoc in N. 1140. explicavimus, id est, 4; habetque B, in hoc instanti, Vim 18, quæ respondet Velocitati 3 *; Massa enim est duo. * 757. * 757.

Elasterium nunc ab unâ parte insistit Corpori quiescenti, ad alteram Corpori agitato, ipsumque Elasterium, huc usque, totum fuit translatum; nunc autem pro parte tantùm transfertur, & potest repellere Corpus A, Vi 4; ideoque reliquam tantùm Vim 14 poterit ipsi B imprimere *; hi additi gradibus 18, jam communicatis, dant gradus 32, quos, ut ex ante demonstratis liquet, revera habet. * 1141.

Eodem modo illustramus casum Analogum. Homo Corpus projiciens ipsi imprimit duos gradus Velocitatis; ergo Vim quatuor. Si hoc in Nave Velocitate octo translatâ præstaret, Corporis Velocitas fieret decem, & Vis Corporis, quæ valebat sexaginta quatuor, quamdiu Corpus eandem Velocitatem cum Nave habuit, nunc valet centum, & eadem Actio, quæ in Nave Corpori communicavit quatuor gradus Vis, si ad Navem non attendamus Corpori dedit Vim, quæ valet triginta sex. Si pro Hominis Actione, ut hæc magis regularis sit, ponamus Elasterium, quod, Corpori duos gradus Velocitatis communicat dum ipsi Navi insistit, computatio iniri poterit, simili methodo cum præcedentibus, determinatis ad libitum Massis Corporis & Navis; sed facilius difficultatem tollimus, si consideremus, Corpus in Nave quiescere, &, si ad hanc non attendamus, moveri; effectumque ejusdem Pressionis, cujus Intensitas determinata est, sequi rationem Velocitatis puncti cui applicatur *. Actionemque, non attendendo ad Navem, eo esse majorem, quo Elasterium majori Velocitate cum Nave transfertur. 1145. *723.

SCHOLIUM IV.

Paradoxi explicatio.

1146. EX Corporum Elasticorum proprietate in N. 1128. memoratâ, deducitur Paradoxi, quod non minus notabile est quàm vulgare, explicatio.

Fabri argentarii, qui Domûs cujuscunque partem superiorem occupant, Incudem Pulvino superimponunt, quo magis Ictibus mallei Incus resistit, & minus tremit Domus.

Ponamus, sublato Pulvino, Trabi Incudem imponi, Incus Corpus est Elasticum; & Trabs, quæ in extremitatibus fixa est; etiam Corpus est Elasticum. Ponamus Malleo Incudem percuti.

Dicatur Mallei Massa M; Incudis Massa I; & Massa Trabis cum Corporibus cohærentibus, & quæ cum ipsâ agitantur, T; sit etiam Velocitas Mallei v. Multiplicando M per v, & dividendo productum per summam Massarum
*992. 1110. Mallei & Incudis, habemus dimidium Velocitatis Incudi communicatæ *; nam,
* 1128. licet Trabi imposita sit Incus, agitatur quasi sola esset *; & ipsius Velocitas est $\frac{2M\times v}{M+I}$; quâ Velocitate Incus percutit Trabem & Corpora cum hac conjuncta; multiplicando Velocitatem Incudis per Massam habemus $\frac{2M\times I\times v}{M+I}$; dividendo duplum hujus producti per summam Massarum habemus $\frac{4M\times I\times v}{\overline{M+I}\times\overline{I+T}}$,
*992. 1128. Trabis Velocitatem *. Denominator hujus fractionis $M\times I+I\times I+T\times M+T\times I$, propter M exiguum respectu I & T, vix ab hoc alio differt $M\times I+I\times I+T\times I$; quo posito, Velocitas detecta mutatur in hanc $\frac{4M\times v}{M+I+T}$.

Interposito Corpore molli, Pulvino nempe, inter Trabem & Incudem, Corpora hæc unicam quasi formant Massam; ideòque, cùm nunc Malleus majus percutiat Corpus majorem patitur Resistentiam, & Velocitas Trabi communicata habetur dividendo $2M\times v$ per summam Massarum $M+I$
*992. 1110. $+T$ *; & Velocitas est $\frac{2M\times v}{M+I+T}$, dimidium Velocitatis sublato Pulvino;
*753. 712. quare agitatio, sublato hoc ipso, quadruplum potest edere Effectum *.

C A-

CAPUT VII.

De Motu composito.

SI Corpus moveatur, & hujus Celeritas augenda, aut minuenda, sit, manente directione, evidens est, *Impressionem requiri, quæ proportionalis sit differentiæ Quadratorum Velocitatis, quam Corpus ante Actionem habuit, & illius, quam post Actionem habet*; huic enim differentiæ Vis communicata, aut sublata, proportionalis est *. 1147.

* 753.

Ponamus duas Actiones, eodem Tempore, in Corpus, juxta eandem directionem agere. Dum augetur Velocitas, crescit in hujus ratione duplicatâ Vis Corpori insita *; id est, augmentum ipsius Vis sequitur proportionem augmenti Trianguli, quod, dum augetur, eosdem servat angulos, & cujus latus unum Velocitatem repræsentat *; Vis dum Velocitas est A*g*, est ad Vim, ubi Velocitas est A*l*, ut arëa A*gr* ad A*ls*. 1148.

* 753.

TAB. XXXVIII. Fig 1.

* 19. El. VI.

Concipiamus Actiones alternatim in Corpus agere, per intervalla Temporis æqualia; Actione primâ communicari Vim A*do*, secundâ Vim *dope*; iterum Actione primâ communicari Vim *pefq*, & secundâ *fqrg*, & sic ulterius: summa Arearum albarum repræsentat Vim integram, primâ Actione communicatam; & summa nigrarum designat Vim integram, secundâ Actione Corpori impressam. Cum per Tempora æqualia Actiones egerint, Vires hæ, nempe summæ Arearum, sunt ut ipsæ Actiones; in quâ etiam ratione est Area quæcunque alba ad suam vicinam nigram. Si momenta Temporum fuerint infinitè exigua, ut sunt, quando

quando Actiones ſimul agunt, Areæ hæ pro Parallelogrammis haberi poſſunt, & Parallelogramma vicina eandem habebunt altitudinem; ideoque erunt inter ſe
*1. El. VI. ut Baſes *: ergo Baſis albi ad Baſim vicini nigri, *ut Actio prima ad ſecundam*; & in eâdem ratione ſumma Baſium Parallelogrammorum alborum ad ſummam Baſium nigrorum; id eſt, *ita ſe habet Velocitas*, *quam communicavit Actio prima*, *ad Velocitatem*, *ex ſecundâ oriundam.* Quæ eadem demonſtratio in Acceleratione quacunque Corporis, quando plures Actiones ſimul hoc propellunt, locum habet.

1149. Si in Corpus motum, Actio detur juxta directionem diverſam à directione Motûs primi, mutationem
*357. in directione dari ſuperius vidimus *; &, quæ Veloci-
*360. tates in hiſce caſibus ſpectant, examinavimus *; de Vi-
TAB. XXXVIII. ribus nunc agendum. Moveatur Corpus per AD,
Fig. 2. 3. 4. Celeritate quam hac Lineâ deſignamus; & Vis nova hoc pellat per AE, Celeritate quam hac aliâ Lineâ deſignamus; Corpus duabus Celeritatibus latum, mo-
1151. vetur per AB *. *Non* tamen *in omnibus caſibus*, *Impreſ-*
*360. *ſione æquali*, *æqualis communicatur Velocitas lateralis.* Ponimus AB & AE, in tribus hiſce Figuris, reſpectivè æquales: in Fig. 3. Motus ſecundus, pro parte cum Motu primo conſpirat; ita ut in hoc Motu contineatur acceleratio Motûs per AD. Eodem modo retardatio Velocitatis per AD continetur in Motu per AE in Fig. 4. Idcircò Impreſſiones, quibus Corpora per AE pelluntur, ut Velocitatem hac Lineâ deſignatam Corporibus ſingulis communicent, non ſunt æquales inter
*714. ſe *, neque Impreſſioni, quâ Corpori quieſcenti hæc
*707. poſſet communicari Velocitas *.

In

In ſolo caſu Fig. 2., in quo Angulus EAD eſt rectus, Motus lateralis neque conſpirat, neque contrariè agit, cum Motu per AD; & Impreſſio, quâ Corpus movetur, in Corpus agit, quaſi quieſceret: idcircò, in hoc caſu, Vis Corpori communicata proportionalis eſt Quadrato ſuæ Velocitatis *; & cùm Impreſſio, quâ Motus, in hoc caſu, mutatur, nihil commune habeat cum Motu primo, non poteſt hæc Vim primam, in directione AD agentem, minuere: ergo Vis integra, quâ Corpus nunc gaudet, proportionalis eſt ambobus Quadratis Linearum AD & AE, quod congruit cum demonſtratis, nam fertur Corpus Celeritate AB *, cujus Quadratum valet memorata duo Quadrata *. 1151. * 753. * 360. * 47. El. I.

Ex his Virium menſura, ſi hæc ignota eſſet, detegi poſſet. Corpori, quod habet Vim, quæ reſpondet Celeritati AD, communicatur Vis, quæ Velocitati AE reſpondet; quæ cùm Corpori communicetur, quaſi quieſceret, Vim primam mutare non poteſt; valet ideò Corporis Vis integra ſummam harum Virium, dum ipſius Velocitas eſt AB; ergò Vis quæ huic reſpondet Velocitati, memoratæ ſummæ æqualis eſt. Quod fieri non poterit in omni caſu, niſi Quadratis Velocitatum Vires proportionales ſint *. 1152. * 47. El. VI.

Deducimus ex his non intereſſe; neque reſpectu Impreſſionum, quibus Corpus agitatur, neque reſpectu Virium, neque Velocitatum, utrum Corpus per AB feratur Celeritate AB, an per AD & AE Celeritatibus hiſce Lineis proportionalibus, quæ inter ſe Angulum rectum continent. Quare *Motus per AB, juxta directionem ut AD, nil continet præter Motum Velocitate AD.* 1153. TAB. XXXVIII. Fig. 2. 1154.

1155. Deducimus etiam *Motum Corporis resolvi* posse *in duos alios*, innumeris modis; quod fiet, *si Linea, in directione Motûs dati posita, & longitudine Celeritatem designans, sit Hypotenusa Trianguli Rectanguli*; nam *hujus reliqua duo Latera situ Motuum quæsitorum directiones dabunt, & longitudinibus suis respectivè Velocitates horum expriment: eruntque Vires, juxta has directiones, Quadratis Velocitatum proportionales.*

1156. TAB. XXXVIII. Fig. 3. Ut nunc determinemus, quâ Vi Corpus per AE sit agitandum, ut ei communicetur Celeritas AE, in casu in quo Motus hic cum primo Motu pro parte conspirat; Motum per AE in duos resolvo * per A*f* & A*g*, Angulum rectum continentes, & ducitur E*g* parallela A*f*. Per A*f* tantum Corpori Vis communicanda est, quâ Corpus, si quievisset, hac Celeritate potuisset ferri, & quæ proportionalis est Quadrato A*f* *; per A*g* autem Vis communicanda est, quâ Celeritas AD quantitate A*g* augeatur, id est, fiat A*h*; quæ Vis proportionalis est differentiæ Quadratorum A*h*, AD *. Hæ Vires simul communicandæ erunt juxta AE, ut Corpus hac Celeritate possit ferri; & Vis integra Corporis proportionalis erit Quadrato Lineæ AD, differentiæ Quadratorum Linearum A*h* & AD, & Quadrato A*f*; primis duobus ex hisce tribus quantitatibus in unam summam collectis, habemus Quadratum Lineæ A*h*; cui si addatur Quadratum Lineæ A*f*, aut *h*B, habemus Quadratum Lineæ AB; cui proportionalem esse Vim Corpori insitam, ex ante demonstratis sequitur *; cùm constet, Corpus Celeritate AB ferri *.

* 360. * 1151. 753. * 1147. * 753. * 360.

1157. TAB. XXXVIII. Fig. 4. Si Motum per AE, eodem modo, in duos resolvamus

vamus per *Af* & *Ag* *; Motu hoc ſecundo retardatur Mo- * 360.
tus per AD; unde ſequitur, ut Corpus per AE, Ce-
leritate hac Lineâ deſignatâ, feratur, illi communican-
dam eſſe Vim, quæ proportionalis ſit Quadrato *Af*,
& Impreſſionem, quâ agitatur, ulterius tantum valere
debere, ut quantitate *Ag* poſſit minuere Velocitatem
AD: in hoc caſu, Corpus juxta directionem AD tan-
tum ſuperſtitem habebit Vim proportionalem Quadra-
to A*h* *, cui ſi addatur Vis proportionalis Quadrato * 1147.
Af *, habemus Vim proportionalem Quadrato AB; * 1151.
quod iterum cum ante demonſtratis congruit *. * 360. 753.

1158. Propoſitionem hanc, Vim ſequi proportionem Qua-
drati Velocitatis, non poſſe referri ad illam, cum quâ
alia in eâdem Lineâ agit, facile ex ante demonſtratis
ſequitur *; hac de causâ, ubi Vim in duas reſolvimus, * 1147. 1148.
hæ Quadratis Velocitatum proportionales non erunt,
niſi ambarum directiones Angulum rectum contineant,
ne aliter pro parte conſpirent, aut contrariè agant *. * 1151.

1159. Ex quibus deducimus; *Vim reſolutam non iterum poſſe
ita reſolvi, ut ſingulæ Quadratis Velocitatum proportionales* TAB. XXXVIII.
ſint. Motus per AB reſolvitur in duos Motus ejuſ- Fig. 2.
dem Corporis per AD & AE, & Vires quadratis Ve-
locitatum ſunt proportionales; ſed ſi Motus per AE
iterum in duos, per AF & AG, Angulum rectum
continentes, ſeparetur, non erunt hæ ultimæ Vires
quadratis Velocitatum proportionales; & non poterit
hîc applicari N. 1155., in quo agitur de Viribus, quæ
non modo inter ſe non conſpirant, neque contrariè
agunt, ſed quæ cum tertiâ nil commune habent. Hîc
autem ipſe Motus Corporis per AB in tres Motus re-
ſolvitur, per AD, AF, & AG; in quibus AF &

AD pro parte conſpirant, AD & AG partim contrariè agunt; & Reſolutionem, quæ ad Velocitates poteſt applicari, cùm demonſtratio N. 360. eadem ſit, ſive Motus in Reſolutione conſpirent, ſive contrariè agant, ad Vires non poſſe referri, ex ante demonſtratis clarum eſt *.

* 707. 714.

1160. TAB. XXXVIII. Fig. 3. 4. In N. 1156. 1157. Motum per AB compoſitum habemus ex duobus, quorum unum in alios reſolvimus, ſed ita, ut poſt Reſolutionem omnes Motus darentur in duabus Lineis, Angulum rectum continentibus: quare Motus in ſingulis Lineis, ſeparatim conſiderari potuere; quod nunquam fieri poteſt, ubi Motus varii in pluribus quàm duabus Lineis dantur; tunc enim quidam Motus neceſſariò pro parte conſpirant, aut contrariè agunt; de his nihil demonſtravimus, ex eâdem tamen theoriâ Virium deduci poſſunt. Sed hæc non ſunt hujus loci; non enim datur unius Vis ſolutio in tres alias, niſi dentur tres Actiones, quæ ſeparatim determinari non poſſunt, ſed ſemper ſimul conſiderari debent; in Capite autem ſequenti videbimus, ſæpiſſimè unicam tantum dari Actionem, ubi Vis reſolvitur in duas; quæ ergo ſeparatim conſiderari, & determinari, poſſunt.

CAPUT VIII.

De Percuſſione obliquâ.

DEFINITIO I.

1161. *Angulus dicitur incidentiæ, quem directio Motûs Corporis, ad aliud accedentis, efficit cum perpendiculari ad ſuperficiem hujus in puncto, in quo percutitur.*

De-

DEFINITIO 2.

Angulus reflexionis est, quem, cum eâdem perpendiculari, efficit directio Motûs Corporis post Percussionem. 1162.

Si Corpus Elasticum P *in Obicem firmum Elasticum* F G *incurrat obliquè*, juxta directionem P *a*, *redibit* per *a p* *ita, ut Angulus incidentiæ* P *a* B *æqualis sit Angulo reflexionis* B *a p*. Motus per P *a*, quam longitudine Celeritatem Corporis designare ponimus, potest resolvi in duos, quorum unius directio parallela sit Lineæ B *a*, alterius huic perpendicularis; & Corpus in Obicem incurret in *a*, quasi Celeritatibus C *a*, B *a*, & juxta hasce directiones, ad hunc accederet *. Motus per C *a* Ictu non mutatur, & Celeritate *a* E Corpus Motum continuat, positis C *a* & *a* E æqualibus; Motu per B *a* directè in Obstaculum incurrit, & per eandem Lineam, eâ quâ accessit Celeritate, redit *, id est per *a* B; hisce autem duobus Motibus agitatum Corpus redit per *a p*, diagonalem Rectanguli Lineis *a* E, *a* B, formati *: Triangula verò B P *a*, B *a p* esse æqualia liquet; unde constat propositum. Simili methodo detegimus Motus Corporum obliquè in se mutuò impactorum. 1163. TAB. XXXVIII. Fig. 5. * 1155. * 1086. * 360.

Corpus Q quiescit; Corpus P, directione & Celeritate P A, in illud impingitur. Per centra amborum Corporum, cùm P in A pervenerit, ducatur Linea D B, & ad illam perpendicularis P B, & absolvatur Parallelogrammum A B P C; Motus per P A resolvitur in duos alios, per P B & P C, aut B A, C A *. Motu per C A Corpus P non agit in Corpus Q; Actio ergo oritur ex solo Motu per B A, id est, *Corpus P, Impactu obliquo per P A, Celeritate P A, in Corpus Q agit, eodem modo ac si directè in illud incurreret per B A,* 1164. TAB. XXXVIII. Fig. 6 7. * 1155. 1165.

Celeritate B A. Quare Motus Corporis Q ex illâ Actione, sive Corpora sint Elastica, sive non, determinatur ex iis, quæ de Impactu directo dicta sunt.

1166. Motus Corporis P post Impactum ex iisdem principiis deducitur. Motus per CA non mutatur; ergò Motu illo, æquali Celeritate, Corpus P fertur, directione AE; sit ideò AE æqualis CA. Mutatio in Motu B A determinatur respectu Corporis P, eodem modo ac Motus Corporis Q, ex iis, quæ de Collisione directâ explicata sunt. Sit Celeritas post Impactum AD, in Fig. 6., quando Corpus progreditur, & in Fig. 7., quando regreditur. Ex hoc Motu, & Motu per AE, oritur Motus compositus per diagonalem A*p*, quæ situ, & longitudine, directionem, & Celeritatem,
*360. Corporis P post Impactum denotat *.

1167. *Quando Corpora sunt æqualia, & Elastica*, totus Motus
* 1125. per BA Percussione destruitur *, & solus Motus per CA superest; quâ directione tunc etiam fertur Corpus P. In hoc casu semper, post Impulsum, Corpora ambo, *quocumque modo Corpus P ad aliud accedat, separantur directionibus, Angulum rectum continentibus.*

MACHINA,

Quâ Experimenta quædam de Collisione obliquâ, & compositâ, instituuntur.

1168. Duo Plana lignea CDE, CDE, quorum latera
TAB. XXXIX. Fig. 1. CD, CD, sunt longitudinis circiter trium pedum cum semisse, & latera DE, DE, unius pedis cum semisse, verticaliter posita, Verticulis A & B juncta, disponuntur ita, ut Angulum quemcumque efficiant.

Experimenta in hac Machinâ, Globis eburneis diametri unius Pollicis cum semisse, instituuntur.

Plana

Plana ita conjunguntur, ut si hisce alia parallela, ad distantiam, quæ paululum semidiametrum Globorum excedit, concipiantur, horum intersectio sit ipse Axis circumvolutionis: quod præstatur si Verticuli adhibeantur ut G (Fig. 2.), quorum partes *b*, *b*, ad majorem firmitatem, ligno inseruntur.

In Centro Verticuli superioris A, huic conjungitur Cylindrus parvus *a*, (Fig. 2.), in cujus basi foramen datur, quod cum alio laterali conjungitur ita, ut per ambo transeat Filum *ih*, quo Globus P suspenditur, & quod Paxillo annectitur.

Ope Cochlearum F, F, F, F, F, Machina in situ verticali disponitur ita, ut Filum *hi* cum Axe Machinæ coincidat.

In *m*, *m*, Clavi duo Planis memoratis inseruntur; his Globi Q, Q, suspenduntur, ad talem distantiam à Planis, ut unumquodque illud, cui applicatur, ferè tangat; id est, ut Linea, quæ concipitur per Centra Globorum P & Q, huic Plano sit Parallela; requiritur ulterius, ut hi Globi, ad eandem altitudinem positi, sese mutuò tangant.

Fila, quibus Globi Q & Q suspenduntur, trajiciunt foramina in prædictis Clavis, & Paxillis *l* & *l* annectuntur, ut commodè elevari, deprimique, & omnium Globorum Centra in eodem Plano, ad Horizontem Parallelo, disponi possint. Regula ænea R, ita inflexa, ut juxta illam Globus P in suo Motu adscendat, convertitur circa extremitatum alteram, & Centrum Motûs cum Axe Machinæ coincidit. Inservit ad notandam viam Globi P, & altitudinem ad quam adscendit.

Globus

Globus uterque Q juxta Planum, cui applicatur, demittitur; & altitudo, à quâ demittitur, notatur Indice Plano infixo; ad quod in utroque Plano foramina quatuor dantur, quæ Angulos æquales, respectu Motûs filorum, indicant.

Quando Globus Q à certâ altitudine demittitur, in Globum P impingitur; illumque secundùm eandem directionem propellit.

EXPERIMENTUM I.

1169. TAB. XXXIX. Fig. 3. Exhibetur hìc Horizontalis sectio hujus Machinæ, cui suspenduntur Globus P, & unus ex Globis Q; Planis ad Angulum rectum dispositis, quâcunque directione, & à quâcunque altitudine cadendo, Corpus P impingatur in Corpus Q, post Impactum Corpora directiones Planorum sequuntur.

1170. Ex iisdem Principiis, ex quibus Motus Corporum deducimus, quando unum quiescit, quoque determinamus Motus duorum Corporum post Percussionem, quando ambo moventur, quomodocumque in se mutuò ferantur. Casus præcipui repræsentantur in Tab. XXXVIII, & omnes eodem modo resolvuntur.

1171. TAB. XXXVIII. Fig. 8 9. 10 11. 12. & 13. Corpus P moveatur directione, & Celeritate, PA; Corpus Q directione & Celeritate Q*a*; ducatur Linea B*b*, transiens per amborum Corporum Centra, ubi sese mutuò tangunt; ad hanc sint CA & *ca* perpendiculares, & absolvantur Parallelogramma PBAC & Q*bac*. Motus Corporis P resolvitur in duos alios, quorum Celeritates, & directiones, designant CA, BA. Motus, in quos resolvitur Motus Corporis Q, designantur per *ca*, *ba* *. Motibus, per CA & *ca*, Corpora non agunt in se mutuò; non mutantur ergò hi

hi Motus, & post Occursum designantur per AE & *ae*, ipsis CA & *ca* æquales. Percussio ex Motibus per Lineas BA, *ba*, est directa, & determinatur in Capitibus IV, & VI. Sit Corporis P Motus D versus, & ejus Celeritas AD; Corporis Q Motus *d* versùs, & ejus Celeritas *ad*; post Occursum ergo Motus Corporis P componitur ex Motibus per AE & AD, & movetur per diagonalem A*p*. Corporis Q Motus post Impactum componitur ex Motibus per *ae* & *ad*, & Corpus hoc fertur per diagonalem *aq*; & longitudines illarum diagonalium Celeritates Corporum post Occursum denotant *. In Fig. 8, 9, & 10, Corpora non Elastica ponuntur. Fig. 11, 12, & 13, eosdem casus, datis Corporibus Elasticis, repræsentant. In Fig. 8. litteræ quædam deficiunt; quia puncta, ipsis designata, cum aliis coincidunt. * 360.

1172. Hac Methodo obliquas Impactiones ad directas reducimus *in Lineâ, in quâ si Corpora agitata forent*, revera *directè concurrerent*; in hac Lineâ *Velocitatum mutationes sunt inversè ut Massæ* *, *non mutatis Velocitatibus lateralibus*. Hoc nunc demonstravimus in casu peculiari, in quo directiones motuum lateralium cum dictâ Lineâ angulum efficiunt rectum. * 987.

Estque Universalis hæc Propositio, quomodocunque Resolutio Motuum fiat, si modò ambo ad dictam Lineam reducantur.

1173. Sint duorum Corporum in C concurrentium directiones AC, BC; F*f* Linea in quâ Percussio directa est; AL, BM ad hanc perpendiculares; habemus nunc Motuum Resolutionem Rectangulam; primi in AL & LC, secundi in BM, & MC, ut in N. 1171. TAB. XL. Fig 1.

 Moti-

Motibus L C, M C, Corpora directè concurrunt, & positis L C, C *l*, æqualibus, ut & M C, C *m*, si dividatur *m l* in O ita, ut *m* O se habeat ad O *l*, ut Massa A ad Massam B, erit C O Velocitas communis
*987. ambobus Corporibus post Ictum *. In O erectâ ad F *f* perpendiculari, fiant, O *b* æqualis B M, & O *a* æqualis L A; habemus C *a*, directionem, & Velocitatem, Corporis A, post percussionem, designantem; & C *b*
*1171. eadem pro Corpore B exhibentem *.

1174. *Quando Corpora non sunt Elastica*, de quibus hic agitur, hæc non separantur *post Percussionem*, relatis Motibus ad Lineam in quâ Percussio est directa; id est, *versantur continuò*, *dum in Motu perseverant*, *in eâdem perpendiculari*, *ad* hanc ipsam *Lineam*, *in quâ Percussio directa est.*

1175. Redeamus nunc ad primos Motus per A C, B C, quorum Velocitates hæ Lineæ exprimunt; resolvimus hos ad libitum, in Motus per A F, F C, & B G, G C, ita ut, pro utroque Corpore, unus ex Motibus detur in Lineâ F *f*, in quâ Percussio directa est. Hoc nobis nunc demonstrandum est; Laterales Velocitates AF, BG, servari, mutatis directis F C, G C, in ratione inversâ Massarum Corporum A & B. Fiat Motuum Resolutio post Percussionem; Motus per C *a*, ductâ A I parallelâ ad A F, resolvitur in Motus per C I & I *a*; & ductâ *b* H, parallelâ ipsi B G, Motus per C *b* resolvitur in duos per C H & H *b*. Triangula *a* I O & A L F sunt æquiangula, quia latera sunt respectivè parallela; latera autem *a* O, AL, feci-
*34. El. I. mus æqualia *; ergò quoque æqualia sunt I *a*, A F *. Eo-
*26. El. I. dem modo demonstramus æquales esse Velocitates, quæ Lineis BG, H *b*, repræsentantur; & utrumque Corpus suam

servare

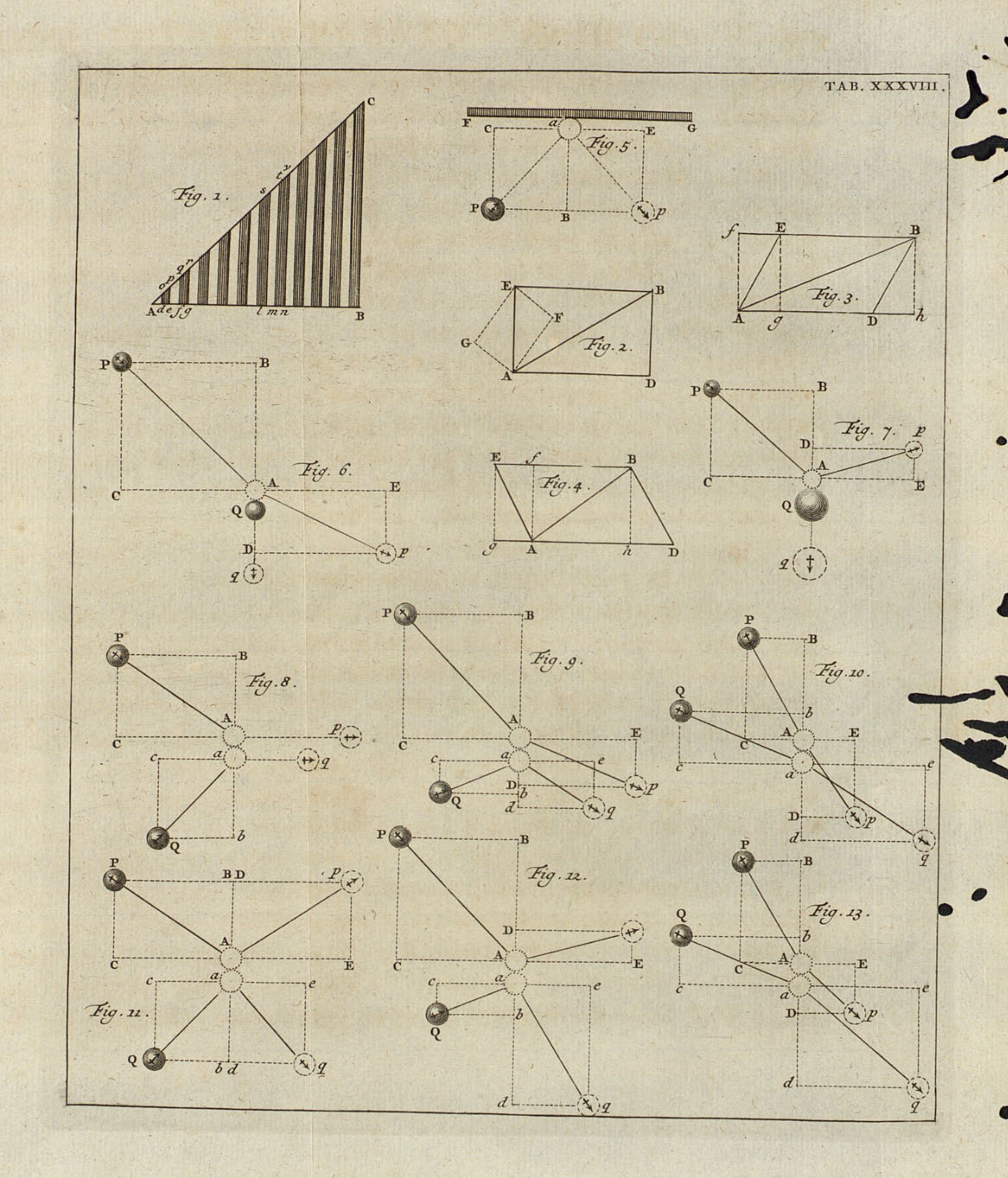


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.

servare lateralem Velocitatem manifestum est.

Ponamus Cf æqualem FC; & Cg æqualem GC: Velocitates in Lineâ Ff, ante Percussionem erant Cg, Cf; post Percussionem sunt CH, CI; mutationes ergò sunt gH, If, quas dicimus esse inversè ut Massas, id est, directè ut A ad B. Propter æquales FC, Cf, ut & LC, Cl, sunt æquales FL, lf. In Triangulis AFL, aOI, æquiangulis & æqualibus, sunt æqualia latera FL, OI; ergò sunt æquales lf, OI; sublatâ (aut additâ si Figura exigat) communi lI, æquales supersunt Ol, If. Eodem modo demonstramus æquales esse mO, gH. Sed mO ad Ol, ut A ad B; ergò quoque gH ad If in eâdem ratione A ad B. Quod demonstrandum erat.

LIBER II.

Pars III. De Collisione Compositâ.

CAPUT IX.

De Collisione duplici.

DEFINITIO.

Compositam dicimus Collisionem quando plures Ictus, respectu ejusdem Corporis, eodem Tempore, locum habent. 1176.

Contingit hæc, ubi plura dantur quàm duo Corpora concurrentia; aut ubi Corpus unum in plura plana, eodem Tempore, incurrit.

In hoc Capite quædam examinabo circa Impactionem Corporis in duo Plana, & circa Collisionem trium Corporum, in casibus in quibus duæ tantum dantur Impactiones; de tribus Collisionibus postea dicam.

1177. TAB XLI. Fig. 1. 2. Corpus P, Velocitate A P, incurrit in Angulum G C F, juxta directionem A P; determinandum quâ Actione in utrumque Planum G C & F C incurrit.

Notandum Corpus, integram suam amittere Vim; ponimus enim Obstaculum fixum.

Ductis A B & A D, quæ cum C G & C F Angulos efficiunt rectos; sint P E & P H ad has respectivè parallelæ.

Si nunc concipiamus Corpus P, eodem Tempore ferri per A E & A H, Velocitatibus hisce Lineis proportionalibus, revera movebitur per A P, Velocitate A P *; ideò possumus considerare Corpus, dum pertingit ad P, agitari Velocitatibus H P & E P, & juxta hasce directiones in Plana C G, C F, incurrere directè; ita ut quæstio eò reducatur, quibus Viribus Corpus, eodem Tempore, per A E & A H agere possit?

* 360.

Si Angulus F C G esset rectus, & rectus esset Angulus E A H; idcircò Motus hi neque contrariè agerent, neque ad eandem partem tenderent; & Quadratis Velocitatum A E, & A H, Actiones proportionales essent *.

* 1155.

Ubi autem Angulus, quem Plana continent, est acutus, aut obtusus; ut in hisce Figuris, ducendæ sunt ad A P perpendiculares E L, H I. In Motu per A E continetur Motus per A P, Velocitate A L; in Motu per A H continetur Motus per A P, Velocitate A I; & nil præterea, ex Motu per A P, in his Motibus contine-

tinetur, propter Angulos rectos ALE, & AIH *; ita * 1154.
ut non intersit, quantum ad Motum Corporis, utrum, eodem Tempore, moveatur per AH & AE, Velocitatibus hisce Lineis proportionalibus; an in Lineâ AP moveatur, Velocitatibus AI & AL. In utroque casu revera movetur Corpus per AP, Velocitate AP; quæ ergo valet ambas Velocitates AL, AI, quod & aliunde constat: Nam AL & IP sunt æquales propter Triangula similia & æqualia AEL, HIP habentia latera respectivè parallela, quorum AE & HP sunt æqualia *. * 34. E. I.

Jam cùm Motus per AL contineatur in Motu per AE, quo agit in Planum GC; & Motus per AI contineatur in Motu per AH, quo in aliud Planum Corpus agit; sequitur Actiones in Plana esse Vires, quibus Corpus, eodem Tempore, fertur Velocitatibus AL & AI: Vires verò hæ sunt ut ipsæ Velocitates *; & in- * 1148.
tegra Vis Corporis, quæ Quadrato Velocitatis AP proportionalis est *, secari debet in duas partes, quæ * 753.
sint inter se ut AL & AI; partes hæ sunt Rectangula AP per AL, & AP per AI.

1178. Si, posito Angulo GCF obtuso, directio Motûs AP cum Crure uno, ut CF, Angulum etiam efficiat TAB. XLI. Fig. 3.
obtusum in hoc ultimum Planum tantùm Actionem exserit Corpus, proportionalem Quadrato Lineæ AD, perpendiculari, ad FC, & Ictu non integram amittit Vim; sed per CF Motum post impactionem continuat, Velocitate Lineæ DC proportionali.

Hæc ex Resolutione Motûs * sequuntur; nam aliun- * 1155.
de demonstramus in Planum GC nullam dari Actionem.

In casu Fig. 2. ubi Angulus, quem AP cum CF

efficit, est acutus, Actio in Planum G C minuitur, aucto Angulo hoc; si hic rectus sit, ut in Fig. 3. datâ Corporis directione *a* P, Parallelogrammi A E P H diagonalis A P coincidit cum latere A H, & latera A E & A L evanescunt, & cum hisce Actio in Planum
* 1177. G C etiam tollitur *; quæ ergò, auctâ inclinatione viæ Corporis respectu hujus Plani, etiam nulla erit.

In determinandis quæ spectant directam Collisionem trium Corporum, in eâdem Lineâ motorum, illi simili utimur methodo, quam circa duorum Corporum Col-
1179. lisionem in Cap. IV. adhibuimus. *Ubi tria dantur Corpora*, *duæ dantur Velocitates respectivæ*, à *quibus* pen-
* 948. dent Actiones Corporum in se mutuò *, & partium introcessiones, quæ, *manentibus* Corporibus, & hisce duabus Velocitatibus, *eadem semper est*; ideoque & *Vis*
* 934. 956. *Ictu destructa* *.

1180. *Quando Corpora post Ictum quiescunt*, *summa Virium est*, *datis Velocitatibus respectivis*, *omnium minima*; si enim summa minor daretur, minor Vis Ictu destrueretur, quod
* 960. fieri non potest *.

1181. Demonstramus autem in Scholio I. hujus Cap. *Vim*, *datis Velocitatibus respectivis*, *esse omnium minimam*, *si motis duobus Corporibus unam partem versùs*, *aliud in contrariam partem ita feratur*, *ut hujus Massæ productum per suam Velocitatem valeat summam productorum Massarum reliquorum duorum*, *singularum multiplicatarum per suas Velocitates.*

In hoc autem casu Corpora post Ictum quiescere, & ideo summam Virium esse omnium minimam, etiam deducimus ex demonstratis circa Collisionem Corporum duorum, ad quam trium Corporum Collisionem referimus.

Sint

Sint Corpora tria A, B, C; Velocitas primi *fh*; 1182.
secundi *gi*; tertii *li*. Ponimus producta A per *fh*, & TAB.XLI. Fig. 4.
B per *gi*, simul sumta, valere productum C per *li*.

Concipiamus Corpus C in duas partes resolvi D & TAB.XLI. Fig. 5.
E ita, ut D per *li* valeat A per *fh*, & E per *li* æquale sit B per *gi*; id est, sit D ad E, ut A per *fh* ad B per *gi*. In hoc casu A ad D, ut *li* ad *fh* *; & *16.El.VI.
Corpora hæc concurrentia post Ictum quiescunt *: *962.
quiescunt etiam B & E *; quia B ad E, ut *li* ad *gi*. *962.
Hæc autem quatuor Corpora à tribus datis, memoratis Velocitatibus agitatis, non differunt.

Vis in Ictu quocumque amissa, datis Velocitatibus respectivis, valet summam Virium, in casu in quo Corpora quiescunt *; hæc autem summa, solis datis Velo- *1179.
citatibus respectivis exprimi potest; &, ut in Scholio 1.
demonstramus, *in omni Concursu directo trium Corporum,* 1183.
Vis amissa proportionem sequitur summæ trium productorum, quæ efficiuntur, multiplicatis duabus Massis in se mutuò, & per Quadratum Velocitatis respectivæ harum ipsarum, divisâ summâ hac per summam trium Massarum.

Datis Corporibus A, B, & C; 1. multiplicari debet Massa A per Massam B, & productum hoc per Quadratum Velocitatis respectivæ A & B; 2. productum Massæ A per Massam C multiplicandum est per Quadratum Velocitatis respectivæ horum Corporum; 3. tandem ductis Massis B & C in se invicem, productum multiplicari debet per Quadratum Velocitatis respectivæ horum Corporum; summa verò trium horum productorum dividenda est per summam Massarum, & habebimus Vim Ictu amissam.

Si non fuerint Elastica tria Corpora, de talibus enim agi- 1184.
mus,

*939. mus, *post Ictum* eâdem Velocitate feruntur *, & hæc est, Velocitas, quam Navis haberet, in quâ Corpora juxta Legem in N. 1181. indicatam agitata forent; quia post Ictum in Nave Corpora quiescerent, translatis ipsis eâdem cum Nave Velocitate. Navis *Velocitatem* in Scholio 1. *detegimus*, & habetur, *multiplicando singulorum Corporum Massas per suas Velocitates*, & *dividendo per summam Massarum summam productorum*, *si tria Corpora ad eandem partem tendant*; *sin minus*, *Motuum contrariorum producta à se invicem subtrahi debent.*

1185. Videmus quæ spectant trium Corporum Collisionem, in multis cum iis, quæ de duobus Corporibus demonstrata sunt, convenire, quod etiam referri potest ad demonstrata de mutationibus Velocitatum in ratione
*987. inversâ massarum *. Nam ut in Scholio 1. demonstra-
1186. mus; *Mutationes Velocitatum duorum Corporum*, *oriundæ ex Actione mutuâ horum Corporum in Collisione*, *sunt inversè ut Corporum Massæ*, *licet & aliâ Actione*, *eodem Tempore*, *unius Motus mutetur.*

1187. Si nunc concipiamus Corpora perfectè Elastica, hæc in Nave memoratâ, solâ Elasterii Actione moventur, & à se invicem recedunt iisdem Celeritatibus, & Viribus, quibus ad se invicem accessere; in hoc enim casu singula Elasteria, quæ, dum relaxantur, Vires ge-
*1083. nerant æquales illis, quibus fuere flexa *, desideratam, ut hunc præstent Effectum, patiuntur Resistentiam, æqualem nempe illi, quam in inflexione passa sunt; nam eodem modo Corpus resistit, dum certam
*713. amittit Vim, & dum eandem acquirit *.

1188. Unde generalem hanc deducimus conclusionem, *mutationem Velocitatis*, *in Impactione Corporum Elasticorum quo-*

rum-

rumcumque, respectu singulorum duplam esse illius, quæ in eodem Incursu, datis Corporibus non Elasticis, locum haberet: ideò Regulae N. 1110. 1111. & hìc applicari possunt.

In demonstratione hac ponimus Actione mutuâ duorum Corporum, ut A & B, Elasticas horum Corporum partes tantùm intropremi; id est, illud tantùm flecti Elasterium, quod datur inter hæc Corpora, ubi in *a*, *b*, concurrunt; nullamque hujus Actionis partem transferri ad inflectendas partes Elasticas inter *b* & *c*. 1189. TAB XLI. Fig. 4.

Hæc sic sese revera habere, sequi videtur ex subitâ admodum partium Elasticarum inflexione, & instauratione, quam superius demonstravimus *. * 1127. 1128.

Si autem concipiamus partes lentius intropremi, ut intropremuntur partes Corporum mollium, non separantur Corpora Elastica, ut ad se mutuò accessere, & difficilior est Motûs determinatio.

In Concursu enim trium Corporum mollium A, B, & C, *eodem momento ad se mutuò accedentium, introcessiones sunt æquales* inter *a* & *b*, & inter *b* & *c*; *licet Actiones sint inæquales:* nam dum C agit in B, si hæc Actio Actionem superet, quam A in B, ad partem oppositam, exserit, non modo *c* intropremit partes inter *b* & *c*, sed & premit *b* ita, ut augeatur Actio inter *b* & *a*; quare, Actione mutuâ Corporum *c* & *b*, non modò partes inter hæc Corpora intropremuntur, sed & augetur introcessio partium inter *a* & *c*; & hæc Actio dispergitur ita, ut *b*, quod inter *a* & *c* quiescit, æqualiter ab utraque parte prematur; quare, ab utraque parte, introcessiones, si æquè facilè partes introcedant, æquales sunt; summa verò Cavitatum ambarum sequi- 1190.

 tur

*841. 934. tur proportionem Vis destructæ in his efficiendis *.

EXPERIMENTUM I.

1191. TAB. XXVIII. Fig. 11. Utimur in hoc Experimento Pyxide cylindricâ O, cujus longitudo est duorum Pollicum cum quartâ parte, quæ in utraque extremitate excavata est, ad profunditatem quæ Pollicem dimidiatum superat. Cava haec replentur Argillâ, ut in Experimentis aliis vi- *939. 969. dimus *. Uncis quatuor suspenditur Cylindrus hic, quorum v, v, ab unâ extremitate removentur, quantum V, V, ab aliâ distant; distantia autem inter v, & respondentem V, est Sesqui-pollicis.

TAB. XXVII. Fig. 1. *760. Adhibenda nunc est Machina, quâ saepius usi fuimus *, dictamque Pyxidem in medio suspendimus, junctis Uncis mediis, g, f, ut & h, i; ita ut distantia inter hos sit *764. 765. Sesqui-pollicis *.

Unci sequentes hisce admoventur ita, ut Lamellæ superiores conveniant; reliqui ab his removentur, ut distantia inter Uncos sit trium Pollicum; quod commodè præstari poterit, si longitudo Regularum *bb* & *dd* ita determinata sit, ut hæc inter Uncos detur distantia, quando ultimi Tubuli, quibus Unci adhærent, à medio Re- TAB. XL. Fig. 2. gulæ, quantum possunt, removentur; ut in Figurâ exhibemus.

TAB. XL. Fig. 3. *769. Suspendimus nunc ad latera Pyxidis Rectangula duo *, quibus saepius in Experimentis usi jam fuimus; & ipsis *738. 771. jungimus Conos similes h, h *, quorum unum in Experimentis, 2. 7. 8. &c. Cap. III. hujus Libri, adhibuimus. Talis autem est Uncorum in Machinâ dispositio, ut, reductis filis ad debitam longitudinem, Corpora, quando quiescunt, in eâdem Lineâ horizontali sint disposita, & Conorum vertices Argillam tangant,

gant, in centris basium Cylindri, ipsam continentis. Velocitates mensuramus, ut in aliis Experimentis similibus fecimus.

Sint nunc Massa R duo, Massa S novem; ambo Corpo- 1192.
ra eodem momento demittuntur ita, ut simul, hoc duobus gradibus Velocitatis, illud Velocitate novem, incurrant in Corpus quiescens O; post Ictum quiescent quoque, ut in Experimento 4^{to}. Cap. iv. hujus Libri *: Ca- * 969.
vitates autem erunt æquales inter se, & simul valebunt Cavitatem, quam in memorato Experimento habuimus, si eandem adhibeamus Argillam; ut mensuratis Cavitatibus detegitur, & ex Experimento sequenti facilè deducitur.

Vis, in dicto Experimento *, destructa est 198 *; * 969. * 979.
eadem & hìc destructa est; ergò singulæ Cavitates valent 99 *: quod & sequenti Experimento demonstra- * 841.
mus.

Experimentum 2.

Planis factis iterum Argillæ superficiebus in Corpo- 1193. TAB. XL. Fig. 4.
re O, sint Massæ singulæ R, & S, quatuor; demissis his, eodem momento, ut Velocitatibus æqualibus, quæ parum admodum deficiant à 5, in Corpus O incurrant, quiescent Corpora; & Cavitates, quæ singulæ effectæ sunt destructione Vîs, quæ paululum deficit à $4 \times 5 \times 5 = 100$ *, ideoque valet 99, sunt æquales inter * 757.
se, & illis, quas in præcedenti Experimento habuimus.

Si nunc *concipiamus partes Elasticas flecti*, *ut memora-* 1194. TAB. XLI. Fig. 4.
torum Corporum mollium partes introcedunt, inflexio inter *a* & *b* æqualis erit illi, quæ datur inter *b* & *c*; & *consideranda sunt Corpora quasi separatâ Actione Elasteriorum*

 duo-

duorum, æquè potentium, inter hæc positorum. Quomodo in hoc casu separatio determinetur in Scholio 2. videbimus.

1195. In Collisione directâ trium Corporum, datis omnibus Motibus in eâdem directione, casus dari potest diversus ab illo, quem hùc usque examinavimus; si enim unum Corpus sit perforatum, duo Corpora simul, quorum unum per alterum penetrat, eodem momento in tertium agere poterunt.

Ut determinemus quid in hoc casu contingere debeat, pro tribus quatuor Corpora ponam; sed ita determinata, & agitata, ut Motus omninò conveniat cum ipso proposito; casum quoque simplicem seligam.

1196. TAB. XLII. Fig. 1. Sit C Corpus in quod alia agunt; hoc quiescere ponimus; Corpus A in hoc incurrit directè, Velocitate quacunque; duo Corpora B, B, æqualia, æqualibus Velocitatibus, diversis à primâ, ita incurrunt, ut Actiones simul pro directâ haberi possint. Superficies Corporis C plana est; Corpora A, & B, B, Cylindricè terminantur, & extremitates sunt Cylindri recti, & juxta horum Axium directiones moventur Corpora.

Tria hæc Corpora eodem momento accedunt ad C in *a*, *b*, *b*; Actionesque eodem momento inchoantur. In casu autem hujus Figuræ, Velocitas Corporum B, B, quæ minuitur, dum ex omnibus Actionibus continuò augetur Velocitas Corporis C, ad æqualitatem reducitur cum hac ultimâ Velocitate, eo Tempore, quo Velocitas Corporis A hanc, communem Corporibus C, & B, B, Velocitatem, superat. Hoc momento cessat Actio Corporum B, B, & horum Velocitas non amplius minuitur; sed A continuat Actionem

nem in C, quo Velocitas hujus adhuc augetur; quare C separatur à B & B; & omnis Actio cessat, ubi Velocitates Corporum C, & A, ad æqualitatem pervenere, quæ hac eâdem Velocitate Motum continuant.

Computatio Velocitatum, in similibus casibus, est paulò intricatior; Constructio Geometrica, quâ easdem determinamus, magis plana est; ipsam hìc dabo, demonstratio in sequenti Scholio. 3. reperietur.

Ductis Lineis DX, DE, quæ Angulum rectum efficiant; pono, determinato puncto E ad libitum, Lineam DE Corporis A Velocitatem exhibere, & determinatur DF, ut repræsentet Velocitatem Corporum B, B. 1197. TAB. XLII. Fig. 2.

Ad distantiam ad libitum sumtam, ducitur GO parallela FD; & determinantur puncta O & M, Lineis, per E & F, parallelis ipsi DX.

Sumtâ GH ad libitum, sequentibus proportionibus alia puncta in Lineâ GO determinamus.

GH ad HI, ut Basis Cylindri *d*, quo terminatur Corpus A, ad summam Basium Cylindrorum *e*, *e* (*Fig.* 1).

GH ad ON, ut Massa Corporis A ad Massam Corporis C.

HI ad ML, ut summa Massarum Corporum B, B, ad Massam Corporis C.

Ductis nunc Lineis DH, DI, FLT, ENX, duæ mediæ sese mutuò intersecant in Q; & QP, perpendicularis ad DX, repræsentat Velocitatem communem Corporum B, B, & Corporis C, in momento in quo hæc separantur.

Si PQ sursum continuetur ut secet EX in R, Linea PR Corporis A Velocitatem exhibebit, eodem illo momento.

 Du-

Ducuntur tunc QS, parallela DH, & secans EX in S; ut & SV, parallela ED, aut QP; & SV indicat Corporum A & C Velocitatem communem, post cessatam omnem Actionem.

1198. Aliquando, Linea EX secat DI inter D & Q, & tunc hæc ipsa EX, intersectione hac suâ cum DI determinat punctum Q.

TAB. XLII. Fig. 3. Sumtâ G*i* æquali HI, ducitur D*i*, cui parallela ducitur QS; & determinatur punctum S in Lineâ FT. In hoc casu QP repræsentat Velocitatem Corporis A post Impactum, & SV Velocitatem, quâ Corpora B, B, & C, simul in Motu perseverant.

Quomodo duo Corpora, directionibus diversis mota, in tertium eodem momento directè incurrentia, hoc agitent, etiam explicabimus.

1199. TAB XLI. Fig. 6. 7. Dentur Corpora A, B, directè, eodem momento, Velocitatibus quibuscunque, incurrentia in Corpus quiescens C, directionibus AK, BK. Productis hisce directionibus, sint KD Velocitas Corporis A, & KE Corporis B Celeritas; erigantur DF ad KD normalis, & EG cum KE Angulum rectum efficiens; dividatur KD in H ita, ut KH se habeat ad HD, ut Massa Corporis A ad Massam C; eodem modo dividenda est KE in L, ut KL sit ad LE, ut Massa B ad Massam C. Ductis nunc FH, GL, sese mutuò intersecantibus in N, Linea KN situ directionem, & longitudine Velocitatem, demonstrabit Corporis C post Ictum.

1200. Corpora autem A, & B, in Lineis KD, KE, Motùm continuant, cùm nullâ Actione horum directio mutari possit. Velocitates verò determinantur demissis

ſis ex N, ad K D & K E, perpendicularibus N I, N M; eſtque K I Corporis A, & K M Corporis B, Velocitas poſt Ictum.

Nulla datur Actio, quâ Corpora A & C, in Ictu di- 1201.
recto, cùm non ſint Elaſtica, ſeparari poſſint *; & li- * 931.
cet Actione Corporis B moveatur Corpus C, eo quidem minuitur Actio Corporis A, ſed non C ab A, juxta directionem K D, ſeparatur; tunc enim C ab Actione ipſius A ſubduceret; ergò poſt Ictum A & C eâdem Velocitate moventur juxta directionem K D: idcircò ſi C percurrat A N Velocitate, quam hac Lineâ exprimimus, movebitur A Velocitate K I; Motus enim per K N, juxta directionem K D, nil continet præter Velocitatem K I *; & Corpus A amittet Velocita- * 1154.
tem D I.

Ulterius ad hoc debemus attendere, ductis Lineis N O, N P, parallelis K E & K D, Corpus C, Impactu Corporum A & B, eodem Tempore juxta directiones K O & K P propelli, & quidem Velocitatibus hiſce Lineis proportionalibus, ſi per K N, Velocitate K N, moveatur *; mutatio autem Velocitatis Corporis * 360.
quieſcentis C, ex Actione Corporis A, erit K O; ergò K O ad I D, ſi N ritè ſit determinatum, ut Maſſa A ad Maſſam C *; id eſt, ut K H ad H D; quod tan- * 1186.
tùm obtinet ſi punctum N detur in F H: productâ enim PN donec ſecet FD in Q, habemus PN ad NQ, ut K H ad H D; ſed P N æqualis eſt K O, & N Q ipſi I D *. Eodem modo demonſtramus quæſitum pun- * 34. El. I.
ctum N dari in Lineâ G L; ideoque in interſectione hujus Lineæ cum Lineâ F H. Quod demonſtrandum erat.

Si

1202. Si Corpora sint Elastica, mutationes Velocitatum duplæ sunt * : ergò si producatur, & duplicetur KN, habebimus Motum Corporis C per Kn, Velocitate Kn; & sumtis, Ii ipsi ID, & Mm Lineæ ME, æqualibus, habebimus Ki & Km Corporum A & B Velocitates. *In hoc casu summæ Virium ante & post Ictum sunt æquales* *; quod etiam ex hac Velocitatum determinatione sequi, in Scholio 4. demonstrabimus.

* 1188.

* 1085.

1204. Quando Angulus EKG est obtusus, cùm Corporum A & B Motus pro parte contrarii sint, & hîc referri debent, quæ in N. 1189. notata fuere.

1205. In hisce, Velocitatum Mutationes in utraque Collisione æquali Tempore fieri, posuimus; id est, Actiones ambas eodem momento cessare: hoc ita se habet si superficies Corporis C plana sit in locis, in quibus impactio datur, & Corpora A & B terminentur figuris Paraboloïdeis, de quibus supra diximus *, positis Parabolarum Parametris directè ut A ad B, & inversè ut summa A & C ad summam B & C, ut in Scholio 5. demonstramus.

* 861.

1206. Si Actionum Tempora sint inæqualia, primum determinandæ sunt Velocitates singulorum Corporum, in momento in quo Actio una cessat, ut vidimus in N. 1196, detectâ quoque directione Corporis C, in hoc momento. Inquirendum tunc in secundam mutationem, ex solâ Actione superstiti oriundam. Determinatio autem momenti, in quo Actio una cessat, inter difficillima Problemata referri debet, si quosdam peculiares casus excipiamus.

1207. Difficile admodum foret demonstrata de duplici Collisione

lisione Experimentis confirmare. Experimenta circa Corpora mollia institui non possunt, quia omnia talia Corpora, quæ à nobis in his adhiberi possent, si omni Elasterio destituantur, quod in Experimentis desideratur, post Ictum cohærent inter se; & præterea, quod etiam in Corporibus Elasticis locum habet, nunquam an exactissimè eodem momento ambo Corpora ad tertium accesserint, nisi ex Viâ quam sequitur Corpus C, detegere possumus; quæ Via ergò Experimento determinari nequit. In eo solo casu, in quo Corpora A & B sunt æqualia, & æqualibus Velocitatibus mota, primo intuitu patet, Corpora hæc eodem momento in C impacta fuisse, si hujus Via Angulum D K E in duas partes æquales dividat: de hoc casu sequens institui potest Experimentum.

Experimentum 3.

Sectio horizontalis Machinæ, in N. 1168. descriptæ, hîc repræsentatur. Applicatis huic Machinæ tribus Globis Eburneis, in descriptione memoratis, si Corpora Q, Q, eodem momento demittantur ab æqualibus altitudinibus, & formetur Parallelogrammum *abcf*, cujus latera *ab*, *ac*, sunt directiones Corporum Q, Q, continuatæ, & æqualia subtensis Arcuum, per quos Corpora Q, Q, descendunt; Corpus P, si Angulus Q P Q sit acutus, minori adscendit Velocitate, quàm quâ adscendendo posset percurrere Arcum, cujus subtensa memorati Parallelogrammi foret diagonalis. 1208. TAB. XXXIX. Fig. 4. 5.

Posito autem Angulo obtuso, ad majorem adscendit altitudinem, quàm quæ Diagonali Parallelogrammi determinatur. 1209.

Quæ cum Explicatis in N. 1199. 1202. conveniunt.

1210. TAB.XLI. Fig. 6. 7. Posuimus in his omnibus, ambo Corpora, quæ in Corpus quiescens impinguntur, in hoc directè impingi; sed si obliquæ impactiones essent, hæ ad directas reducerentur, ut de duobus Corporibus demonstratum *, & sepositis Motibus lateralibus, mutationes ex impactionibus solis directis deducerentur, quasi hisce solis Corpora agitarentur; postea Velocitates laterales iterum considerandæ forent, ut in impactionibus duorum Corporum.

* 1165. 1171.

1211. Si Corpus C etiam agitatum foret, Problema eodem modo solveretur, considerando Navem, in quâ Corpus hoc quiesceret, & determinando Motus in Nave; quibus datis Motus extra Navem facilè habentur.

Non magis difficile foret, directam in hisce adhibere solutionem; sed Methodos multiplicare, non magnam haberet utilitatem.



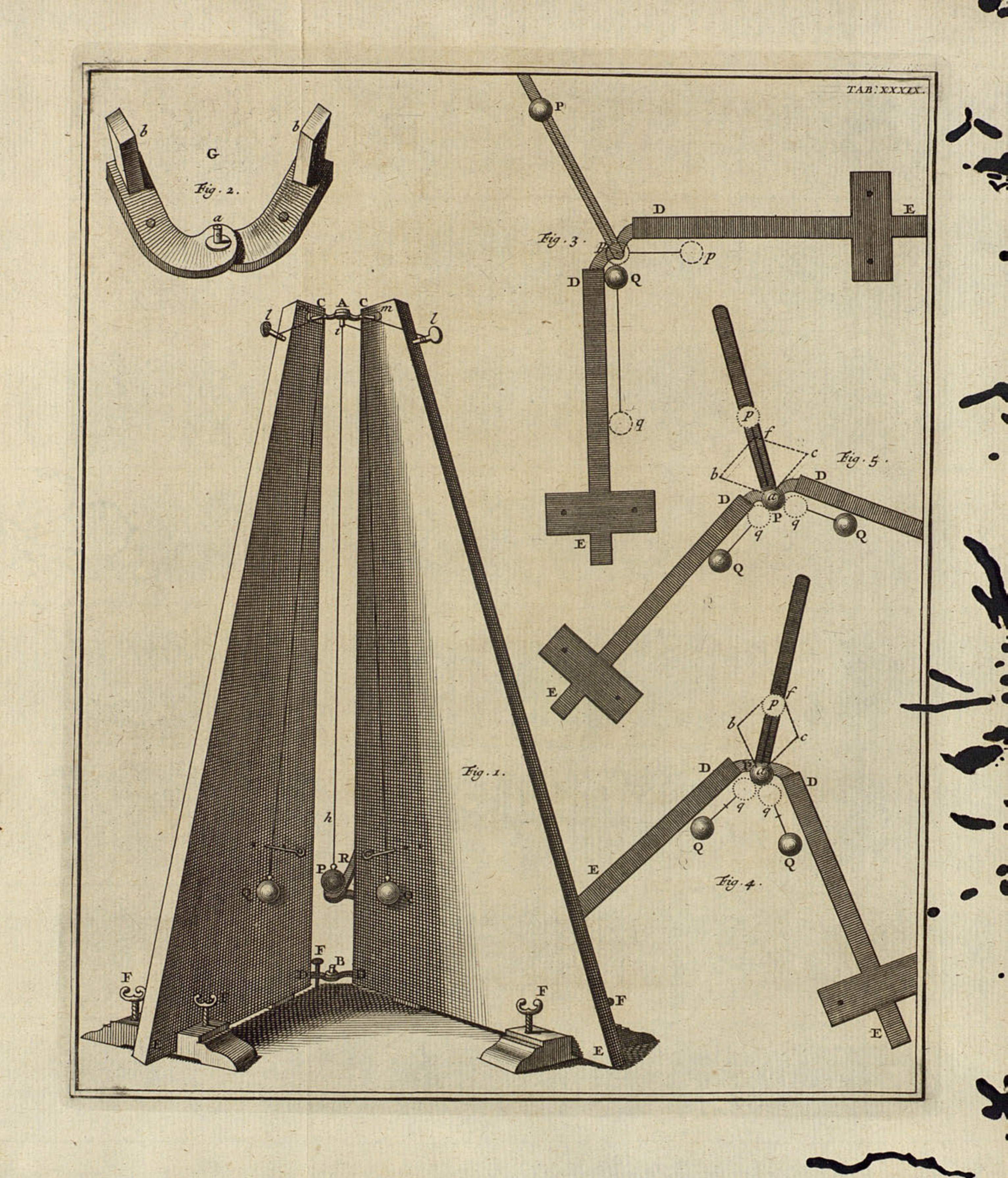
SCHOLIUM I.

Demonstrationes N. 1181. 1183. 1184. 1186.

1212. DEntur tria Corpora A, B, C, directè in se mutuò incurrentia; positâ primi Velocitate a, secundi b, tertii c: summa Virium est $Aaa+Bbb+Ccc$ *. Si A & B ad eandem partem, & C in contrariam, tendant, diximus in N. 1181. summam hanc fore, datis Velocitatibus respectivis, omnium minimam, si $Aa+Bb=Cc$; quod ex quiete Corporum post Ictum, in N. 1182. demonstratâ, quidem sequitur; sed directè etiam probatur, si Velocitatem quamcunque concipiamus auctam, aut imminutam, quantitate quacunque ut x, & computatio ineatur de summâ Virium.

* 757.

Sit Ex. Gr. Corporis A Velocitas $a+x$; ut serventur Velocitates respectivæ, movetur B Velocitate $b+x$; & Corporis C Velocitas erit $c-x$. Summa Virium est $Aaa+2Aax+Axx+Bbb+2Bbx+Bxx+Ccc-2Ccx+Cxx$, quæ excedit primam, quantitate $Axx+Bxx+Cxx$, sublatis $2Aax+2Bbx-2Ccx$, quæ sese mutuò destruunt; cum autem excessus detur quomodocunque


TAB. XXXIX.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.



cunque Velocitates mutatas, servatis Velocitatibus respectivis, concipiamus; sequitur summam in casu memorato fuisse minimam.

1213. Iisdem positis, Velocitas respectiva Corporum A & B est $a-b$ *; Corporum A & C est $a+c$ * (918); & tandem Velocitas respectiva Corporum B & C valet $b+c$ * (919). Vis amissa, datis hisce Velocitatibus respectivis, valet * (919) in omni casu summam Virium in hoc casu peculiari, in quo summa hæc est minima * (1179), & in quo $Aa+Bb=Cc$. Vim hanc amissam diximus æqualem esse

$$\frac{AB\times\overline{a-b}^2+AC\times\overline{a+c}^2+BC\times\overline{b+c}^2}{A+B+C}$$

* (1183). Quod ut demonstremus, probandum, quantitatem hanc æqualem esse $Aaa+Bbb+Ccc$; aut $AB\,\overline{a-b}^2+AC\times\overline{a+c}^2+BC\times\overline{b+c}^2=\overline{Aaa+Bbb+Ccc}\times\overline{A+B+C}$.

Quia $Aa+Bb=Cc$, etiam $AAaa+2ABab+BBbb=CCcc=ACac+BCbc$; unde deducimus $AAaa+BBbb+CCcc=2ACac+2BCbc-2ABab$. Sed multiplicatis $Aaa+Bbb+Ccc$ per $A+B+C$, habemus $AAaa+BAaa+CAaa+ABbb+BBbb+CBbb+ACcc+BCcc+CCcc$, & substituendo pro $AAaa+BBbb+CCcc$ valorem detectum, habemus $\overline{Aaa+Bbb+Ccc}\times\overline{A+B+C}=ABaa-2ABab+ABbb+ACaa+2ACac+ACcc+BCbb+2BCbc+BCcc=AB\times\overline{a-b}^2+AC\times\overline{a+c}^2+BC\overline{b+c}^2$. Quod demonstrandum erat.

1214. Sint iterum tria Corpora A, B, C; Velocitas primi m; secundi n; & tertii p. Ut Regulam N. 1184. demonstremus, dicimus x Velocitatem Navis ibi memoratæ; & Velocitates Corporum A & B in Nave, si concipiamus hæc ipsâ Nave celerius ferri, erunt $m-x$ & $n-x$; C verò, si hoc Nave lentius moveatur, in hac in contrariam partem fertur Velocitate $x-p$. Cum agatur de casu, in quo post Ictum Corpora quiescunt, habemus $Am-Ax+Bn-Bx=Cx-Cp$ * (1180).

Unde deducimus $x=\dfrac{Am+Bn+Cp}{A+B+C}$. Quod demonstrandum erat. (1181. 1212.)

1215. Si non omnia Corpora ad eandem partem tendant, illorum quæ in contrariam partem feruntur Velocitates sunt negativæ, & producta in Numeratore negativa.

1216. Ponamus, ut in præcedentibus Demonstrationibus, Corpora A, B, & C; & concipiamus hæc ad eandem partem ferri ita, ut in Nave, quæ movetur eâ Velocitate, quâ Corpora post Ictum agitantur, Velocitates Corporum A & B, à puppi ad proram, sint fh, gi, Corporis C Velocitas à prorâ ad puppim, li. (TAB. XLI. Fig. 4.) In hoc casu Corpus solum C lentius Nave movetur, & Actione amborum aliorum acceleratur. Cùm in Nave Corpora post Ictum quiescant, summa productorum A per fh, & B per gi, valet C per li * (1180).

Divisô C in duas partes D & E, ut supra * (1181. 1212.), quæ sint inter se, ut A per fh ad B per gi; si A agat in D, & B in E, etiam Corpora in Nave quiescunt * (TAB. XLI. Fig. 5.); id est, considerando Motus absolutos, non attendendo ad Navem, agitatis D * (1182.) & E, ante Ictum, æqualibus Velocitatibus, & æqualiter accelerantur hæc * (1182.)

 Actio-

Actionibus Corporum A & B, quantitate nempe il; & Vires iis communicantur, quæ sunt inter se, ut Massæ D & E *; id est, ut producta A per
* 748. TAB.XLI. Fig. 4. fh & B per gi. Unde sequitur, in Collisione trium horum Corporum, Actiones Corporum A & B in C, dum simul accelerant Motum hujus Corporis, esse inter se, ut A per fh & B per gi; in quâ ratione sunt etiam Veloci-
* 1145. tates, quæ hisce Actionibus Corpori C communicantur *.

Divisâ integrâ Velocitate communicatâ il in duas partes im, ml, quæ sint inter se, ut A per fh ad B per gi, erit im Velocitas communicata Actione Corporis A.

Multiplicando im & ml per C, quo ratio non mutatur, habemus im per C ad ml per C, ut A per fh ad B per gi; unde deducimus im per C plus ml per C, id est, C per il, ad im per C, ut A per fh plus B per gi ad A per fh: antecedentia autem sunt æqualia, ergò & consequentia.

Idcircò A ad C, ut im, mutatio Velocitatis Corporis C ex Actione Corporis A, ad fh, mutationem Velocitatis Corporis A. Id est, mutationes in Velocitatibus horum Corporum, oriundæ ex Actione mutuâ in Collisione, sunt inversè ut Massæ, ut hoc notavimus in Num. 1186.

SCHOLIUM II.

Investigatio Motûs memorati in N. 1194.

1217 Concipiamus tria Corpora A, B, C, perfectè Elastica; sit primi Velocitas m; secundi n; tertii p; tendant hæc ad eandem partem: Post Ictum,
* 1184. 1214. ante instauratam Figuram, Velocitas est $\frac{Am+Bn+Cp}{A+B+C}$ *; dicatur hæc v.

* 1183. 1213. Vis Ictu destructa est $\frac{AB\times\overline{m-n}^2+AC\times\overline{m-p}^2+BC\times\overline{n-p}^2}{A+B+C}$ *. Sit hæc æqualis $2Aff+2Bff+2Cff$.

Si non omnia Corpora ad eandem partem tenderent, Velocitas post Ictum, & Vis destructa, iisdem Regulis determinari possent.

Sepositis Elasteriis, post Ictum Corpora in Nave, Velocitate v motâ, quiescerent; solis ergò Elasteriis in hac post Ictum moventur, & iisdem Velocitatibus in Nave moventur, quibus iisdem Elasteriis Corpora, si revera quiescerent, agitarentur; determinatis ergò Motibus in hoc ultimo casu, habebimus Motus in Nave, unde Motus absoluti facilè deducuntur.

1218. Ponimus igitur Corpora quiescentia A, B, C, & inter hæc Elasteria flexa, Viribus, quibus in Ictu partes fuere compressæ, quæ valent $2Aff+2Bff+2Cff$. Cùm agatur de casu, in quo inter A & B, & inter B & C, partes æqualiter inflectuntur, Vis, quâ Elasterium utrumque comprimitur, est $Aff+Bff+Cff$; talemque Vim Elasterium, dum sese expandit, Corporibus com-
* 1087. municat *.

Elasterium, inter A & B sese expandens, Corpori A communicat Vim
* 1089. $Bff+Cff$, & in Corpus B Actionem exserit, quæ valet Vim Aff *. Eodem modo

modo Elasterium aliud Corpori C communicat Vim $Aff+Bff$, & in B exserit Actionem quæ valet Vim Cff *. * 1059.

Corpus B premitur ergò duabus Actionibus in partes oppositas; si A superet C, magis hoc Corpus versùs premitur Corpus B, Actione quæ valet differentiam Actionum Aff & Cff; de cætero Actiones in utramque partem sunt æquales inter se, & valent Cff.

Dum Elasteria Actionibus æqualibus in se mutuò premunt, utrumque agit quasi Obstaculo immobili insisteret; & integram suam Vim in partem oppositam exserit *; id est, Elasteria agunt in Corpora A & C ita, ut singulis, * 1089. præter memoratas Vires, communicent Vim Cff; quare Vis Corpori A communicata valet $Bff+2Cff$, & C movetur Vi $Aff+Bff+Cff$, dum B ad partem C pellitur Actione quæ valet $Aff-Cff$.

Sed B non potest moveri, quin eâdem Velocitate propellatur Elasterium inter B & C; & ab Elasterio, ita agitato, accipit Corpus C Vim statim memoratam; eodem modo ac in Nave, in quâ Elasterium Obstaculo, quod cedere non posset, insisteret, Actione Elasterii moveretur; id est, Velocitas, quâ Corpus C à B recedit, aut B celerius movetur, illa est, quæ competit Impressioni statim memoratæ; quæ Velocitas est $f\sqrt{\frac{A+B+C}{C}}$ *. Si Corporis * 757. B Velocitas dicatur x, erit $x+f\sqrt{\frac{A+B+C}{C}}$ Velocitas Corporis C. Summa Virium Corporum A & B, est $Aff+Bff+Cff$ & præterea $Aff-Cff$, id est, valet summa hæc $2Aff+Bff$; Unde deducimus $Bxx+Cxx+2fx\sqrt{AC+BC+CC}+Aff+Bff+Cff=2Aff+Bff$ *; aut * 757.

$$xx+\frac{2fx\sqrt{AC+BC+CC}}{B+C}=\frac{Aff-Cff}{B+C};$$ &

$$x=\frac{f\sqrt{AB+2AC}-f\sqrt{AC+BC+CC}}{B+C}:$$ additâ Velocitate $f\sqrt{\frac{A+B+C}{C}}$,

quâ C recedit à B, habemus ipsius C Velocitatem

$$\frac{fC\sqrt{AB+2AC}+fB\sqrt{AC+BC+CC}}{BC+CC}.$$

Corporis autem A Velocitas, ex ipsius Vi ante determinata, detegitur; estque Velocitas hæc $\frac{f\sqrt{AB+2AC}}{A}$.

Velocitates hæ ex Velocitate v sunt subtrahendæ, aut ipsi sunt addendæ, 1219. prout cum Motu Navis conspirant, aut contrariè agunt.

Si in primo Motu A celerius B feratur, id est, m superet n, Velocitas Corporis A, post Ictum, erit $v-\frac{f\sqrt{AB+2AC}}{A}$; reliquæ Velocitates detectæ Corporum B & C ipsi v addendæ sunt.

In Scholio 2. Capitis sequentis demonstrabimus summam Virium post Ictum æqualem esse $Amm+Bnn+Cpp$; quod cum ante demonstratis congruit *. * 1085.

SCHOLIUM III.

Demonstratio N. 1197.

1220. TAB. XLII. Fig. 2. POsitis quæ in N. 1196. 1197. fuere explicata, cùm de Corporibus agatur Cylindricè terminatis, clarum est, singula Corpora, quæ simul in C agunt, hujus Velocitatem mutare, ut si sola agerent; nam mutatio eadem est, quomodocunque moveatur C *. Mutationes Velocitatum Corporis C, ex Actionibus Corporum A, & B, B, sunt inter se ut GH, ad HI *: ita ut GI exprimat integram Velocitatem quam C, certo Tempore, acquisivit. Mutatio Velocitatis Corporis ex Actione Corporis A, ad mutationem Velocitatis Corporis A, eodem Tempore, ut GH ad ON *; & mutatio Velocitatis Corporis C, ex Actionibus Corporum B, B, ad mutationem Velocitatis horum Corporum, eodem Tempore, ut HI ad ML. Ergo eo momento quo Corporis C Velocitas est GI, reliquorum Corporum diminutiones Velocitatum sunt ON, ML; & Corporis A Velocitas est GN; Corporum B, B, Velocitas est GL. Mutationes hæ Velocitatum constantem inter se rationem servant; ergò Lineæ DI, EN, FL, secando Lineam quamcumque parallelam ipsi ED, determinabunt Corporum singulorum Velocitates eodem momento. Unde patet Corporum C, & B, B, Velocitates ad æqualitatem reduci, ubi C acquisivit Velocitatem PQ; tumque inter hæc Corpora omnem Actionem cessare. Corporis autem A, hoc ipso momento, Velocitas est PR, & Actio hujus in C continuatur, cujus Velocitas nunc tantùm augetur Actione ipsius A; hac de causâ QS, parallela DH, augmentum hoc Velocitatis indicat, & ubi Velocitas hæc est VS, eâdem Velocitate etiam movetur A, & nulla Corporum Actio ulterius datur; Motuque communi C, & A, separata à B, B, in Motu perseverant.

* 1034. * 1036. * 967. 1186. 1216.

SCHOLIUM IV.

Demonstratio N. 1203.

1221. TAB. XLI. Fig. 6. DIximus summam Virium post Ictum, æqualem esse summæ Virium, ante Ictum, in Collisione in N. 1203. explicatâ: Positâ igitur Velocitatum determinatione ibi traditâ, demonstrandum Corpus C tantum Virium acquirere, quantum amittunt A & B.

Quadratum Lineæ KN æquale est Quadratis Linearum KO & ON, aut
* 12. El. II. KP, & bis Rectangulo IOK *; etiam æquale est idem Quadratum Quadra-
12. El. II. tis KO & KP & bis Rectangulo MPK *: unde sequitur æqualia esse Rectangula hæc; & Quadratum KN valere Quadratum KO, & Rectangulum IOK, ut & Quadratum KP cum Rectangulo MPK; ergò Quadratum KN æquale est Rectangulis IKO & MKP; & Quadratum K*n*, duplæ ipsius KN, quod Quadruplum est Quadrati KN, valebit quater summam Rectangulorum IKO & MKP. Multiplicatis his per C, habemus
* 757. Vim Corporis C, Ictu acquisitam, æqualem $4C \times KO \times KI + 4C \times KP \times KM$ *.

Vis,



Vis, quam Ictu amisit Corpus A, habetur multiplicando A per differentiam Quadratorum KD, K*i*, Velocitatum ante & post Ictum *: Differentia autem hæc, propter æquales DI, I*i*, valet quater Rectangulum KID *; & Vis amissa est $4A \times ID \times KI$: Sed in N. 1201 vidimus A, C :: KO, ID; ergò $A \times ID = C \times KO$, & Vis quam amittit A est $4C \times KO \times KI$. * 1147. * 8. El. II.

Eodem modo demonstramus, Vim quam amittit B, æqualem esse $4C \times KP \times KM$; ideoque summam Virium amissarum valere Vim, quam C acquisivit. Q. D. E.

Vix differt demonstratio, quando agitur de casu Fig. 7.

SCHOLIUM V.

Demonstratio N. 1205.

IN N. 1205. casum indicavimus, in quo, datâ duplici Collisione, ambæ æqualiter durant. 1222.

Agitur de Corporibus, quæ terminantur figuris, revolutione Parabolarum, effectis; in quibus Tempus Actionis à Velocitate non pendet *; quare singulas Collisiones separatim considerare possumus; cùm mutatio Velocitatis ex unâ Actione non possit mutare durationem alîus, quæ à Velocitate non pendet. * 862. 915. 1027.

Collisio datur inter Corpora A & C; ut & inter B & C. Sit *a* Parameter Parabolæ, quæ determinavit Figuram Corporis A; *b* Parameter Figuræ Corporis B. Si Corpora in obstacula plana, & fixa, incurrerent, Tempora forent $\frac{A}{a}$, & $\frac{B}{b}$ * sed, propter Collisionem, nunc sunt $\frac{AC}{aA+aC}$, & $\frac{BC}{bB+bC}$ *. * 915. * 1027

In Casu in quo Tempora hæc sunt æqualia, est $a, b :: \frac{A}{A+C}, \frac{B}{B+C}$. Q. D. E.

CAPUT X.

De Motu Centri Gravitatis.

SInt A, & B, Centra Gravitatis duorum Corporum; *si ad* C, *Centrum Gravitatis commune, accedant ambo, Velocitatibus, quæ sunt* inter se ut distantiæ suæ ab hoc Centro, nempe ut AC ad BC, id est, *inversè ut Massæ ipsorum Corporum* *, *quiescit in hoc Motu Centrum Gra-* TAB. XLI. Fig. 8. 1223. * 192. 199.

Gravitatis; nam dum, eodem Tempore, percurrunt A*a*, B*b*, quæ ſunt ut AC, BC, reſtant *a*C, *b*C, in eâdem ratione inversâ Maſſarum; quare, & in hoc
* 192. ſitu, C eſt commune Gravitatis Centrum *, quod in Motu hoc non fuit tranſlatum.

1224. Eadem demonſtratio poteſt applicari ad Motum *Corporum à commune Gravitatis Centro recedentium, Velocitatibus, quæ ſunt inversè ut Maſſæ*; in quo caſu ergo etiam *Centrum* hoc *quieſcit*.

1225. Si juxta directiones diverſas, & non per Centrum Gravitatis tranſeuntes, Corpora moveantur; talibus poterunt transferri Velocitatibus, ut augmenta, aut diminutiones, diſtantiarum à Centro Gravitatis ſint in ratione inversâ Maſſarum, in quo caſu quoque quieſcet Centrum Gravitatis.

1226. *Si plura* dentur *Corpora*, ut A, B, D, & hæc *in eâ-*
TAB XLI. Fig. 9. *dem lineâ mota, accedant omnia ad* C *commune Gravitatis Centrum, aut recedant ab hoc*, Velocitatibus, quæ in ſingulis Corporibus ſunt ut diſtantiæ ab hoc Centro, *quieſcit* etiam *hoc ipſum*. Nam, *cùm* in ſitu A, B, D, ſumma Productorum Maſſarum per diſtantias à C, ad unam partem hujus Puncti, æqualis ſit ſimili ſummæ ad
* 199. 202. aliam partem *, & hoc locum habebit mutatis omnibus diſtantiis, ut hìc fit, in eâdem ratione; quare
* 199. C manet Centrum commune Gravitatis *; quod ergo quieſcit.

In hoc caſu, *multiplicatis ſingulis Maſſis per ſuas Velocitates, ſumma Productorum, ab unâ parte Centri Gravitatis, æqualis eſt ſimili ſummæ ad aliam partem*; ponimus e-
1227. nim Velocitates ut diſtantias à Centro hoc. *Quæ Productorum æqualitas, ut & indicata ratio inter Velocitates*, ex

ex *Quiete Centri Gravitatis*, si hanc dari ponamus, eodem modo *deducitur*.

Ex hisce sequitur, in Nave, Velocitate quacumque, uniformiter, motu rectilineo, translatâ, Corpora duo, per Lineas quascumque rectas, uniformiter ita posse moveri, ut horum commune Centrum Gravitatis in hac ipsâ Nave quiescat: & in hoc casu, *si* Corporis 1228.
unius, servatâ directione, mutetur Velocitas, non *in Nave Centrum commune Gravitatis duorum Corporum* quiescet: si verò *per momentum Temporis quiescat* hoc, *manentibus Velocitatibus*, *&* *directionibus Corporum*, *Centrum Gravitatis in quiete perseverabit*; quia uniformiter ab ipso hoc Centro recedunt, aut ad hoc accedunt, Corpora in Lineis, quæ situm servant respectu ejusdem Centri.

Tunc autem extra Navem habemus duo Corpora, 1229.
in Lineis rectis uniformiter mota, quorum Centrum Gravitatis commune quoque uniformiter progreditur in Lineâ rectâ.

Relictis nunc his, ponamus duo alia Corpora quæ- 1230.
cumque, utcumque uniformiter, in lineis rectis, ad libitum dispositis, mota, patet commune Centrum Gravitatis quoque uniformiter progredi, si moveatur. Concipiamus enim Navem, quæ per momentum Temporis, quantumvis exiguum, cum ipso Centro hocce moveatur, in hac Centrum quiescet, per hoc momentum; & in quiete continuabit, si Navis uniformiter, servatâ directione, in motu perseveret *; id est, cum * 1228.
Nave Centrum progredietur.

Si tertium Corpus concipiamus, quod etiam uni- 1231.
formiter, juxta directionem quamcunque, moveatur,

commune trium Corporum Centrum Gravitatis move-
bitur, quasi duo prima in horum commune Gravitatis
212. Centro darentur, & cum hoc Centro progrederentur;
ita ut Centrum Gravitatis trium Corporum moveatur
eodem modo, ac si de duobus ageretur, id est, unifor-
1230. miter: cùm verò demonstratio hæc ad quatuor, &
1232. plura Corpora, possit referri, sequitur *Corporum quo-
rumcunque, per Lineas rectas utcumque uniformiter moto-
rum, Centrum Gravitatis, aut quiescere, aut uniformiter per
Lineam rectam progredi.*

1233. In Collisione Corporum, Motus respectivos, à Mo-
tibus absolutis distingui, in variis occasionibus jam no-
tavimus; his nunc ulterius addendum, Corporum ipso-
rum Motus absolutos cum Motu absoluto omnium Cor-
porum, simul consideratorum, non debere confundi.

DEFINITIO.

1234. *Motum absolutum Corporum quorumcumque, simul conside-
ratorum, vocamus Motum Centri Gravitatis communis.*

In singulis Corporibus Motum determinamus ex Mo-
tu Centri Gravitatis, & hoc ad plura simul considera-
ta applicari posse clarum est.

Circa Motum hunc Centri Gravitatis observamus,
1235. quod in Scholio sequenti 1. demonstramus: *summam
Virium, Corporum quorumcunque, æqualem esse summæ Vis,
quam haberent omnia Corpora simul agitata eâ Velocitate,
quâ fertur commune Gravitatis Centrum, & omnium Virium,
quibus Corpora respectu Centri hujus moventur.* Id est, si
summa Massarum per Quadratum Velocitatis Centri
Gravitatis multiplicetur, & singulæ Massæ multiplicen-
tur per Quadrata Velocitatum, quibus, respectu Gra-
1236. vitatis Centri, moventur, aut quibus *in Nave*, *in*

quâ

quâ Centrum Gravitatis quiesceret, agitata forent, summa omnium Productorum æqualis erit summæ Productorum singularum Massarum ductarum in Quadrata Velocitatum suarum. Idcirco *si*, *mutatis Motibus*, *summa Virium in hac Nave non mutetur*, *neque mutabitur summa Virium absolutarum.*

Quædam alia quoque de hoc ipso Motu Centri communis Gravitatis demonstrabimus.

Dentur Corpora duo quæcumque mota, quorum 1237.
Centrum Gravitatis, aut quiescit, aut uniformiter progreditur; manifestum est in singulis momentis, Lineam, quæ transit per singulorum Centra Gravitatis, etiam transire per commune Gravitatis Centrum; & dictorum Centrorum distantias, ab hoc ultimo, esse in ratione inversâ Massarum Corporum *. * 192. 202.

In hoc quoque casu, *si Corporum mutentur Motus*, & 1238.
mutationes sint in eâdem directione, *sed oppositæ*, & *sint in hac directione Velocitatum mutationes in ratione inversâ Massarum*, *eo Motus Centri Gravitatis non mutabitur*. Sint TAB. XL. Fig. 5.
Corpora in H & I; commune Gravitatis Centrum G; moveantur hæc, primum per H D, secundum, eodem Tempore, per I E; communis Gravitatis Centri via erit G F. Concipiamus nunc mutari Motus in ipsis punctis D, & E; mutationesque fieri per D *d*, E *e*, quas parallelas concipimus, & in ratione inversâ Massarum; & illas ipsas indicare Spatia, quæ, novis his impressionibus, potuissent à Corporibus percurri, eo Tempore, quo primis Motibus D B, E A, percurrissent. Corporum Motus nunc sunt per D *b*, & E *a* *; * 360.
sed via Centri Gravitatis est eadem. Ductâ enim A B, transit hæc per Centrum Gravitatis C, posito

 hujus

*1232. hujus Motu non mutato *; hunc autem Motum non fuiſſe mutatum conſtabit, ubi demonſtratum erit idem hoc Punctum C, eſſe Centrum commune Gravitatis Corporum, poſitis his in *b* & *a*.

Ductis C*a*, C*b*, in Triangulis AC*a*, & BC*b*,
* 29. El. I. habemus angulos CA*a*, CB*b*, æquales *; & latera proportionalia AC, BC :: A*a*, B*b*; quia utraque ratio eſt inverſa Maſſarum. Alternando AC, A*a* :: BC,
* 6. El. VI. B*b*; & Triangula ſunt ſimilia *; ergo Anguli AC*a*, & BC*b*, æquales; & *a*C, C*b*, unicam efficiunt Li-
* 15. El. I. neam rectam *. Sunt quoque inter ſe AC, *a*C, ut
* 4. El. VI. BC, *b*C *; ideoque ut AC, CB, ita *a*C, C*b*; quæ ergo ſunt in ratione inverſâ Maſſarum; & eſt C quoque Centrum Gravitatis Corporum, ubi ad *a* & *b* pervenere. Quod demonſtrandum ſupererat.

1239. Si plura dentur Corpora, horum omnium non mutatur commune Gravitatis Centrum, quamvis duo Corpora ſitum mutent, ſi modò horum duorum commune
*212. Gravitatis Centrum maneat *. Ergo Motus Centri Gravitatis plurimorum Corporum, uniformiter agitatorum, non turbatur, mutatis motibus duorum quorumcunque
*1238. ex his, juxta conditiones ſupra memoratas *; neque repetitis ad libitum talibus mutationibus. Omnes autem Actiones Corporum mutuæ, ſunt in eâdem Li-
* 361. neâ, & oppoſitæ *, ſunt quoque Velocitatum mutatio-
*967. 1186. nes, inde oriundæ, in ratione inverſâ Maſſarum *; ergo
1240. *nunquam ex mutuis Corporum Actionibus communis Centri Gravitatis Motus turbari poteſt.*

1241. Conſtat ergo *Motum abſolutum plurimorum Corporum, ſimul conſideratorum, in Colliſione quacumque, non mutari*; ideoque
1242. *Centrum Gravitatis commune variorum Corporum in eâdem Lineâ,*

Lineâ, eâdem Velocitate, ante & post Ictum, moveri. Quod in singulis Collisionibus ante explicatis, ex iis quæ de his exposuimus, quoque deduci potest.

Hoc nunc demonstrabo, ut eo magis illustrentur quæ ad hanc materiam pertinent.

*Corporum duorum, aut trium, in se mutuò directè incurrentium ita, ut post Ictum, si non sint Elastica, quiescant, ante Ictum quiescit Centrum Gravitatis *. In hoc eodem Concursu, etiam post Ictum quiescit Centrum hoc, si Corpora sint Elastica *.* 1243. 1244. *962. 1223. 1180. 1181. 1226.

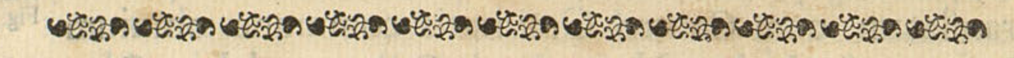
Si Corpora duo, aut tria, directè in se mutuò incurrant, & Navis concipiatur ita agitata, ut Corpora, positis his non Elasticis, in hac post Ictum quiescant, in hac ipsâ ante Ictum quiescit Centrum Gravitatis *: & in tali Conflictu post Ictum etiam quiescit idem hoc Centrum, si Corpora sint Elastica *. Unde sequitur Navem hanc moveri, eâ Velocitate, quâ ante, & post Ictum, commune Corporum *Gravitatis* Centrum fertur, cujus ergo *Centri Motus non mutatur.* * 1100. 1188. 1224. 1226. 1245. * 1243. * 1244.

Eodem modo, in casu explicato in N. 1196. & 1197., concipere debemus Navem, eâdem Velocitate translatam cum Centro Gravitatis commune omnium Corporum. In hac Nave omnia Corpora ad hoc Centrum Gravitatis tendunt Velocitatibus, quæ sunt ut distantiæ ab hoc Centro *; & productum Corporis C, per suam Velocitatem in Nave, valet producta aliorum Corporum, etiam multiplicatorum per Velocitates, quas in Nave habent *. In hac ipsâ Nave, durante Percussione, minuuntur Corporum omnium Velocitates, dum C amittit GI, A amittit ON, & Corporum B, B, Velocitas minuitur quantitate ML. Sed productum C per GI valet producta A per GN, & B, B, per ML; diminutiones ergo 1246. TAB. XLII. Fig. 1.2. * 1227. * 1227.

ſunt ut primæ Velocitates, & Velocitates ſuperſtites
*19. El. V. in eâdem ratione *; & in quiete perſeverat Centrum
Gravitatis, quamdiu mutuæ durant trium Corporum
*1226. Actiones *. Ceſſante unâ ex his, duo Corpora in ſe
mutuò tantùm agunt, quorum Centri Gravitatis non
*1245. mutatur Motus *; quare trium Corporum Centri Gravitatis quies in Nave non turbatur.

1247. Propoſitionem, de quâ agitur, quoque locum habere in Motibus memoratis in N[is]. 1194. 1199, 1202. demonſtrabimus in Scholio ſequenti ſecundo.

1248. *In Concurſu obliquo duorum Corporum* duos conſideravimus Motus, unum quo directè in ſe mutuò incurrunt,
*1171. alterum lateralem *, qui in Impactu non mutatur;
quare neque mutatur Centri Gravitatis Motus lateralis; ſed neque juxta aliam directionem Centri Gravitatis Motus mutari poteſt, quia Impactu directo non
*1245. mutatur *. Idcirco nullo reſpectu Motus hic variat, & *Velocitatem directionemque ſuam ſervat commune Corporum Gravitatis Centrum.*



SCHOLIUM I.

Demonſtratio N. 1235.

1249. QUamdiu Corpora moventur in eâdem Lineâ, Propoſitio, in N. 1235. memorata, ſimplici algebraicâ computatione patet.

Sint Corpora A, B, C; primi Velocitas m; ſecundi n; tertii p; Centri Gravitatis Velocitas d Tendant Corpora ad eandem partem; & ſint m & n majores ipſâ d; p verò minor: Ergo Velocitates, quibus Corpora ad Centrum Gravi-
*1227. tatis tendunt, ſunt $m-d$, $n-d$, $d-p$; & $A \times \overline{m-d} + B \times \overline{n-d} = C \times \overline{d-p}$ *; quare $2Amd - 2Add + 2Bnd - 2Bdd = 2Cdd - 2Cdp$, multiplicando integram æquationem per $2d$. Demonſtrandum autem $Amm + Bnn + Cpp = \overline{A+B+C} \times dd + A \times \overline{m-d}^2 + B \times \overline{n-d}^2 + C \times \overline{d-p}^2$. Ultima hæc quantitas

ſic

sic potest exprimi $Amm - 2Amd + 2Add + Bnn - 2Bnd + 2Bdd + Cpp - 2Cpd + 2Cdd$. Sed $- 2Amd + 2Add - 2Bnd + 2Bdd$ & $- 2Cpd + 2Cdd$ se se mutuò destruunt, & quantitas hæc tantùm valet $Amm + Bnn + Cpp$. Quod demonstrandum erat.

Sint iterum tria Corpora A, B, C, quorum tantùm Gravitatis Centra consideramus; sit commune Gravitatis Centrum D; ponamus Corpora ita moveri per AE, BE, CE, Velocitatibus, hisce Lineis proportionalibus, ut in unum punctum concurrant. Directio & Celeritas Centri Gravitatis D est DE. Velocitates, quibus Corpora ad Centrum commune Gravitatis tendunt, sunt AD, BD, CD; hæ enim essent Corporum Velocitates in Nave, in quâ Centrum Gravitatis quiesceret. Idcirco demonstrandum $A \times AE^q + B \times BE^q + C \times CE^q = \overline{A+B+C} \times DE^q + A \times AD^q + B \times BD^q + C \times CD^q$. 1250. TAB. XLI. Fig. 10.

Ad DE ducantur perpendiculares AF, BG, CH, LDL. Distantiæ Corporum A, B, C à Lineâ LDL sunt FD, GD, HD; ergo, quia D est Centrum commune Gravitatis, $A \times FD + B \times GD = C \times HD$ *; unde patet D eorum Corporum esse commune Gravitatis Centrum, positis his in F, G & H *. Si in hoc situ concipiamus Corpora moveri, A Velocitate FE, B Velocitate GE, & tandem C Velocitate HE; Centri Gravitatis Velocitas erit DE; Ergo $A \times FE^q + B \times GE^q + C \times HE^q = \overline{A+B+C} \times DE^q + A \times FD^q + B \times GD^q + C \times HD^q$ *; addendo utrimque $A \times AF^q + B \times BG^q + C \times CH^q$, & substituendo Triangulorum rectangulorum AFD, BGD, CHD, AFE, BGE, CHE, Quadrata Hypotenusarum pro Quadratis laterum *, habebimus propositum.

* 199. 217.
* 199.
* 1249.
* 47. El. I.

Demonstratio similis esset, si ex uno puncto exirent Corpora.

Ponamus tandem Corpora utcumque moveri; A per Aa, B per Bb, D per Dd; hæcque, eodem Tempore, percurrere hasce Lineas, dum Centrum Gravitatis percurrit Cc: demonstrabimus & in hoc casu Propositionem locum habere. 1251. TAB. XL. Fig. 6.

Ex C, Centro Gravitatis Corporum in A, B, & D, positorum, concipio Lineas ductas, CE parallelam & æqualem Bb; CF parallelam & æqualem Aa; tandem CG parallelam & æqualem Dd. Si Corpora agitata forent, A per CF, B per CE, & D per CG, eodem modo hæc recederent à Lineis, ad libitum ductis, HI & IL, aut ad has accederent, quàm in motibus per Aa, Bb, & Dd: Ergo, in utroque casu, eodem modo mutatur communis Centri Gravitatis distantia ab hisce Lineis *. Idcirco, cùm in primo casu Centrum hoc translatum sit à C in c, & in secundo casu eodem modo erit translatum; & c quoque est Centrum Gravitatis commune Corporum positorum in F, E, G.

Propositio, de quâ agitur, Corporibus his applicari poterit, si Motus dentur per CF, CE, CG *; ideo quoque his applicari poterit dum moventur per Aa, Bb, Dd; nam, in utroque casu, iidem sunt ipsi Motus Corporum, eadem translatio Centri Gravitatis, & iidem Motus respectu Centri Gravitatis; propter parallelas & æquales vias Corporum in utroque casu.

* 217.
* 1250.

SCHO-

SCHOLIUM II.

Demonstrationes N. 1247.

1252. Diximus * in casu N. 1194., quem in N. 1217. peculiarius explicavimus, etiam Motum Centri Gravitatis non mutari; quod ut demonstretur,
* 1247. probandum Corpora ita à se invicem separari, ut, consideratis solis Motibus, quibus separantur, quiescat Centrum Gravitatis; tunc enim, si concipiamus Corpora separari in Nave, eâ Velocitate motâ, quâ Corpora conjunctim ante separationem moventur, commune Gravitatis Centrum in Motu perseverabit, eâ Velocitate, quâ Navis fertur.

1253. Positis quæ in N. 1218. fuere explicata, demonstrandum A multiplicatum per Velocitatem ibi determinatam, quod productum est $f\sqrt{AB+2AC}$, valere summam productorum Corporum B & C, singulorum multiplicatorum per Velocitates ibi detectas. Producta hæc sunt

$$\frac{fB\sqrt{AB+2AC}-fB\sqrt{AC+BC+CC}}{B+C} \ \&$$

$$\frac{fC\sqrt{AB+2AC}+fB\sqrt{AC+BC+CC}}{B+C} \text{ quorum summa est}$$

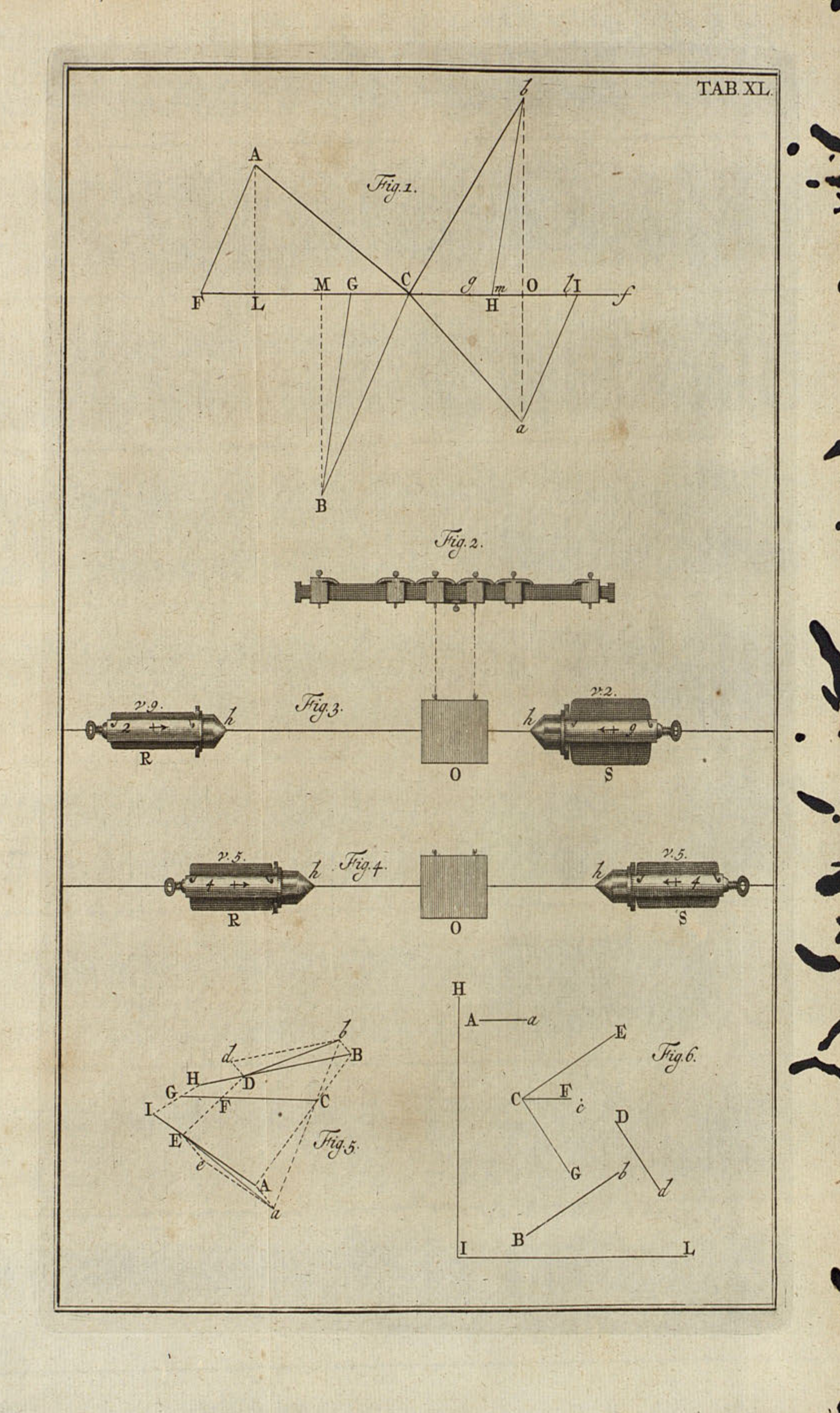
$$\frac{fB\sqrt{AB+2AC}+fC\sqrt{AB+2AC}}{B+C}, \text{ id est}, f\sqrt{AB+2AC}.$$ Quod demonstrandum erat.

1254. Hisce demonstratis facile patet, quod in fine N. 1219. indicavimus, summam Virium, ante & post Ictum, in Motu in N. 1217. & seq. memorato, esse eandem. Vires, quibus partes Elasticas inflexas posuimus, sunt Vires,
* 1213. quibus ad Centrum commune Gravitatis accessere Corpora *; servatâ eâdem
1226. Virium summâ à se invicem, uti ex computatione ipsâ sequitur, fuere separata: id est, illa ipsa fuit summa Virium quibus à Centro Gravitatis recessere,
* 1252. cùm hujus Centri Velocitas Ictu non fuerit mutata *: unde sequitur, sum-
1253. mam Virium absolutarum etiam eandem esse ante & post Ictum *.
* 1236.
1255. In N. 1247. diximus, etiam Centrum commune Gravitatis Corporum, in Collisionibus compositis in N. 1199. 1202. memoratis, eâdem Directione & Velocitate, Motum post Corporum Concursum continuare.

TAB. XLI. Si concipiamus Corpora A & B ultra K, eâdem Velocitate, quâ ante I-
Fig. 6. 7. ctum movebantur, Motum continuare, quiescente eodem modo Corpore C,
* 1245. neque directio neque Velocitas Centri Gravitatis communis mutata erit *. Constabit ergo propositum, si demonstremus, in eodem puncto versari Centrum Gravitatis, positis Corporibus, C in K, A in D, & B in E; aut positis his, C in N, A in I, & B in M; aut tandem positis, C in *n*, A in *i*, & B in *m*. Patebit autem, in hisce tribus occasionibus, idem esse Gravitatis Centrum, si demonstremus hujus distantias à Lineis KF & KG non mutari.

Respectu Lineæ utriusque demonstratio eadem est, quare de KF tantùm agam.

Di-


TAB. XL.
Fig. 1.
A
b
F
L
M
G
C
g
m
H
O
l
I
f
a
B
Fig. 2.
Fig. 3.
v. 9.
2
h
R
O
v. 2.
h
9
S
Fig. 4.
v. 5.
4
h
R
O
v. 5.
h
4
S
Fig. 5.
b
d
B
H
D
G
F
C
I
E
e
A
a
Fig. 6.
H
A
a
E
C
F
c
D
G
b
d
B
I
L



Distantia puncti N ab hac Lineâ est NM; puncti n est 2NM; punctorum D, I, & i, distantiæ ab eâdem KF deteguntur hisce proportionibus,

$$PN, NM :: \begin{cases} KD, & \frac{NM \times KD}{PN}. \\ KI, & \frac{NM \times KI}{PN}. \\ Ki, & \frac{NM \times Ki}{PN}. \end{cases}$$

Quibus detectis, distantiæ Centri Gravitatis communis Corporum, à memoratâ Lineâ KF, in tribus memoratis Corporum dispositionibus, deteguntur $\frac{NM \times KD \times A}{PN \times \overline{A+B+C}}$, $\frac{NM \times C}{A+B+C} + \frac{NM \times KI \times A}{PN \times \overline{A+B+C}}$, & $\frac{2NM \times C}{A+B+C} + \frac{NM \times Ki \times A}{PN \times \overline{A+B+C}}$ *; quas æquales demonstramus. * 217.

Ex constructione sequitur PN, NQ :: A, C; ergo $PN \times C = NQ \times A$. Sed NQ æqualis est ID, & valet KD — KI; ergo $PN \times C = KD \times A - KI \times A$; & $PN \times C + KI \times A = KD \times A$.

Eodem modo 2NQ valet 2ID, id est, iD, & æqualis est KD — Ki; unde deducimus $2PN \times C + Ki \times A = KD \times A$.

Multiplicatis hisce tribus quantitatibus æqualibus $KD \times A$, $PN \times C + KI \times A$, & $2PN \times C + Ki \times A$, per NM, & divisis productis per $PN \times \overline{A+B+C}$, habebimus quotientes æquales, à distantiis detectis non diversos, Q. D. E.

SCHOLIUM III.

Investigatio Motuum post Concursum in N. 1004. *memoratum.*

SI demonstratam in hoc Capite propositionem *, ante, & post mutuam Corporum Actionem, Centrum Gravitatis eâdem Velocitate ferri, applicemus ad Actionem in N. 1004. memoratam, Corporum post Concursum Velocitates determinare possumus. 1256. * 1240.

Tria Corpora, post Ictum, juxta directionem primi Motûs, feruntur Velocitate, quâ ante Ictum Centrum Gravitatis fertur *; nam nulla datur Actio, quâ directè separari possint; Velocitas hæc detegitur Regulâ in N. 992. traditâ. Itaque moventur ut Corpora mollia post Impactionem directam; sed, quæ in hac Corporum mollium Impactione destruitur, Corpora impacta Vim servant, in casu quem examinamus; & hac idcirco lateraliter feruntur *: hæc Vis datur *; quare lateralis Velocitas, quæ nempe cum primâ directione angulum efficit rectum, detegi potest: ideoque directiones & Velocitates absolutas, quibus Corpora impacta post Ictum moventur, facilè determinamus. * 1245 * 1151. *985 1010.

Dicatur Q massâ Corporis quiescentis; sint aliorum massæ P, P; & horum Velocitas v. TAB. XXXV. Fig. 1.

* 992. Post Ictum Corpus Q movetur Velocitate $\frac{2Pv}{2P+Q}$ *; eâdem Velocitate, juxta eandem directionem, feruntur Corpora P, P; sed hæc præterea late-
* 985. 1010. raliter feruntur Viribus quæ valent $\frac{2PQvv}{2P+Q}$ *; quare utriusque lateralis Ve-
* 757. * 1151. locitas est $\frac{v\sqrt{Q}}{\sqrt{2P+Q}}$ *, & Velocitas absoluta $\frac{v\sqrt{4PP+2PQ+QQ}}{2P+Q}$ *.

Exemp. Sit $Q=6$; $2P=10$; $v=8$; tunc Velocitas ipsius Q post Impactionem erit 5; Corporum P erit 7.

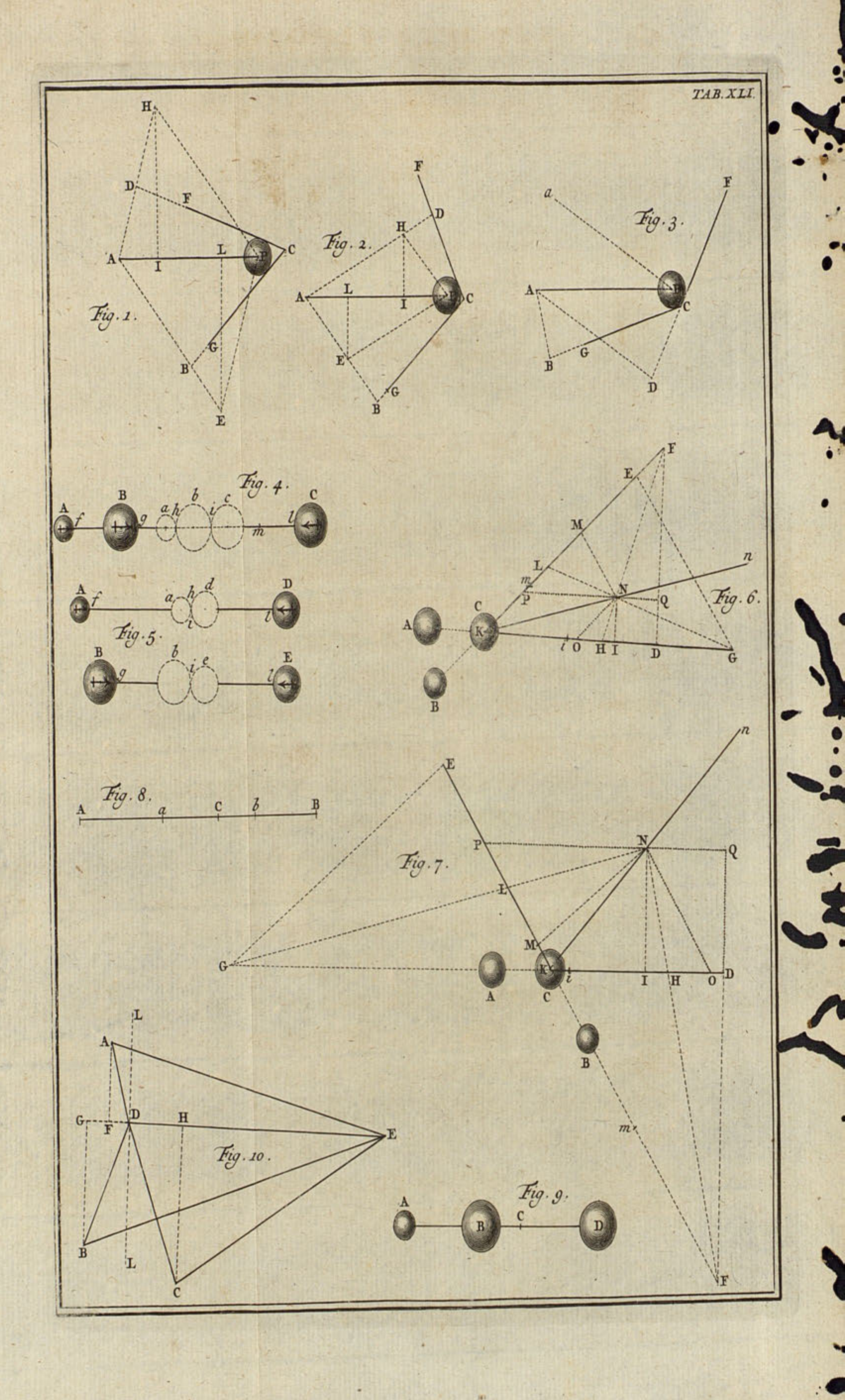
CAPUT XI.

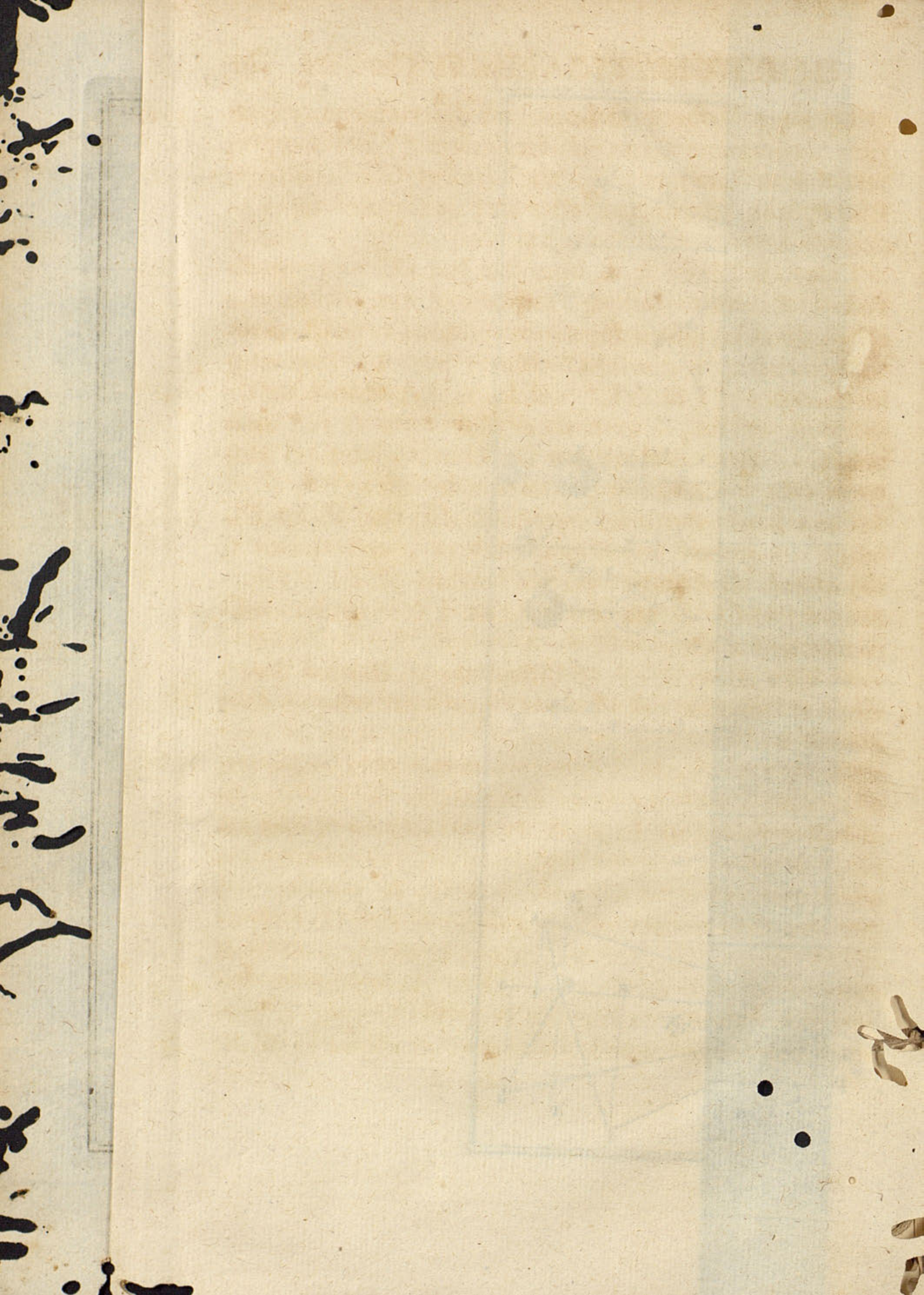
De trium Corporum Collisione triplici.

1257. C*Orpora in Motibus obliquis concurrere* posse, *sine ullâ mutuâ Actione*, ex iis, quæ supra de Collisione
* 1170. obliquâ duorum Corporum explicavimus *, deducitur facilè. In hunc casum semper incidimus, *quando*, *reductis*
* 1171. *Motibus ambobus*, Methodo ibi explicatâ *, *ad eandem Lineam*, *transeuntem per amborum Centra Gravitatis in situ concursûs*, *consequens Motus non antecedentem Velocitate superat.*

1258. Agimus nunc de tribus Impactionibus; si ergo dentur Corpora tria concurrentia ita, ut tres dentur Concursus, ante omnia separatim hi sunt examinandi,
* 1257. juxta hanc ipsam Regulam *, ut constet, ubique Impactionem dari. Si enim tres non darentur, referenda
* 1210. 1211. esset Collisio ad unam, aut alteram, ex ante explicatis *.

1259. TAB. XLII. Fig. 4. Sint tria Corpora A, B, D; horum commune Gravitatis Centrum C; sint hæc mota per Aa, Bb, Dd, Velocitatibus, hisce Lineis proportionalibus, ita ut Concursus detur in a, b, d. Examinatis separatim solis Motibus Corporum A & B; deinde solis Motibus Corporum B & C; ut & solis Motibus Corporum A & C; detegimus tres dari Collisiones, quas ponimus æqualiter durare. Ut


TAB. XLI.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.



Ut nunc Motus post Impactum determinemus, quærimus commune Centrum Gravitatis *, ubi Corpora sese mutuò tangunt; sit hoc c. Per C & c ducitur Linea, quæ continuatur ad *c* ita, ut æquales sint Cc, c*c*. 1260.

* 222.

Ducendæ Lineæ sunt, in quibus Impactiones sunt directæ; & unius cujusque Corporis Motus resolvendus est in duos in ipsis Lineis, in quibus Corpus hoc directè incurrit in duo alia. Motus per Aa resolvitur in duos per AI & AL *, aut La & Ia; Motus per Bb in duos per Eb, Fb; tandem Motus per Dd in duos per Gd, Hd; Velocitates verò horum omnium Motuum ipsis hisce Lineis proportionales sunt. 1261.

* 365.

Per *c* Lineæ ducuntur perpendiculares ad dictas Lineas, in quibus Impactiones dantur, continuatas si requiratur. Hæ sunt *ei* perpendicularis ad EI; *hl* normalis ad HL; & tandem *fg* cum FG Angulum efficiens rectum. 1262.

Uni ex hisce, ut *ei*, ad distantiam ad libitum determinatam, ducitur parallela *mo*, quæ secat reliquas duas in *x* & *z*.

In hac ipsâ parallelâ determinamus puncta *o* & *m* ita, ut *ox*, *xz*, *zm*, sint inter se ut Massæ B, D, A. In quâ determinatione hanc observamus Legem; Linea *om* parallela est *ie*, perpendiculari ad ba, relationemque peculiarem habet ad Corpora A & B; & ponitur *zx*, quæ jam determinata est, proportionalis tertio Corpori D. Linea *lh*, perpendicularis Lineæ da, & quæ ergo peculiarem ad Corpora D & A relationem habet, determinat punctum *x*; & tertio Corpori B proportionalem quærimus Lineam *xo*: id est, ut D ad B, 1263.

ita *zx* ſe habet ad *xo*. Eodem modo *zm* detegitur, proportionalis alii Corpori A.

1264. Maſſa B determinavit punctum *o*, per hoc ducimus *op*, parallelam da, tranſeunti per Centra aliorum Corporum. Et per *m*, quod ope Maſſæ A fuit determinatum, duco *mp* parallelam db, eodem modo tranſeunti per Centra aliorum Corporum; & hæ novæ Lineæ ſeſe mutuò ſecant in *p*: ducimusque Lineas *co*, *cp*, *cm*, quas indeterminatè producimus.

1265. Per Centrum Gravitatis c ducimus cV, parallelam Ea, cui perpendicularis eſt *om*; & in hac notamus puncta Q & V ita, ut cQ æqualis ſit Ia; & cV æqualis ſit Eb. Per hoc punctum V ducimus VT parallelam ipſi bd; & per Q ducimus QT parallelam ad; hæ mutuâ interſectione determinant punctum T.

1266. Partem QV, Lineæ cV, dividimus in R ita, ut QR ſit ad RV, ut Maſſa Corporis B ad Maſſam Corporis A; à T per R ducitur Linea, quæ continuata Lineam *cp* continuatam ſecat in P. Per hoc punctum ducitur PO, parallela *po* & ad, quæ ſecat in O, Lineam *co* continuatam; eodem modo PM, parallela *pm* & bd, in Lineâ *cm* continuatâ, determinat punctum M. Junctis punctis O & M, Linea hæc parallela erit Lineis *om*, *ie*; per O & M quoque Lineæ ducuntur ON, MN, parallelæ reſpectivè Lineis *lh*, *fg*. Ita ducendæ hæ ſunt, ut Triangulum ONM punctum *c* includat; hac de causâ, in hac Figurâ ON parallela ducitur *lh*, non ipſi *fg*.

1267. Ductis nunc cO, cM, cN, hæ Motus trium Corporum poſt Percuſſionem indicant, ſepoſitis Corporum magnitudinibus; Veri autem Motus demonſtrandi ſunt.

Pun-

Punctum O commune est Lineis OM, ON, perpendicularibus ba, da; punctum a his ultimis Lineis commune est, & cO motum indicat Corporis A; ductâque a *A*, parallelâ, & æquali, cO, habemus veram Viam Corporis A, cujus Velocitatem hæc ipsa Linea exprimit. 1268.

Eodem modo M spectat ad Corpus B; ductâque b*B*, parallelâ, & æquali cM, habemus Viam, & Velocitatem, Corporis B, post Percussionem.

Sic etiam d*D*, parallela & æqualis cN, indicat Viam & Velocitatem Corporis D post Impactum.

1269. Hæc ita se habent, quando Corpora non sunt Elastica. Positis his Elasticis, continuandæ sunt Corporum Viæ ante Concursum, & ipsis Viis continuationes æquales ponendæ sunt. Aa continuatur ut aα æqualis sit ipsi Aa; ductâque α *A*, producitur hæc in *a*, ut α *A* & *Aa* æquales sint: Motus Corporis A, si Elasticitas sit perfecta, erit per a*a*, Velocitate huic Lineæ proportionali.

Eodem modo detegimus reliquorum Corporum Motus per b*b*, & d*d*.

SCHOLIUM

Demonstratio præcedentis Constructionis.

1270. Ponimus primum Corpora esse mollia; ergo mutuâ Actione non separantur; & cùm agatur de casu, in quo Actiones omnes æqualiter durant, neque aliis Actionibus separantur. Idcirco, in hisce tribus Collisionibus, Corpora concurrentia, post Impactum, eâdem Velocitate feruntur in Lineis, in quibus directè concurrunt: id est, sepositis Corporum magnitudinibus, continuò ambo manent in eâdem perpendiculari ad dictam Lineam, in quâ concurrunt *. Ergo Corpora A & B, quæ in Lineâ EI concurrunt, respectu hujus 1271. TAB. XLII. Fig. 4. * 1174.

jus, ut & respectu cV, non separantur, quamvis ab his lateraliter recedant.

1272. *Corpora* hæc ultima, *positis horum Motuum resolutionibus ante memoratis* *,
* 1261. *concurrunt Velocitatibus*, Ia, Eb, *quæ Ictu mutantur*; *factâ autem simili re-*
* 1172. *solutione post Impactum, mutationes sunt in ratione inversâ Massarum* *. *quam-*
* 1186. *vis & alia Actio, eodem Tempore, in Corpus detur* *.

Hæc omnia locum habent in tribus Collisionibus; si verò non tres hæ darentur, ratiocinia, quæ hac nituntur Hypothesi, ipsas tres Collisiones dari, falsa essent; hac de causâ, in antecessum examinandum diximus, an revera
* 1258. dentur *.

1273. Quæ diximus de Velocitatum mutationibus in ratione inversâ Massarum *,
* 1272. locum habent, quæcumque sit Motuum solutio *; hæc verò talis concipi po-
* 1172. test, ut Impactio sit impossibilis; ut in hoc nostro casu respectu Motuum per Fb, Gd; sed, si modò de Impactione verâ agatur, demonstratio N. 1175. universalis est, quæcumque fuerint resolutiones Motuum.

* 1271. Duæ, quas indicavimus Conditiones *, pro Solutione Problematis, de quo
1272. agitur, sufficiunt; si enim ita Motus post Concursum sint determinati, ut hæ ipsis tribus Collisionibus conveniant, habemus quod quærimus; nam Solutio talis unica est.

1274. Cum autem hac Methodo Constructio difficilis admodum fiat, melius est tertiam quoque addere Conditionem; nempe Centrum Gravitatis ante, & post Oc-
* 1240. cursum, eâdem Velocitate moveri *.

1275. Motus hujus Centri ante Percussionem est per Cc, quæ Linea quoque illius Velocitatem exprimit. Motus ergo post Impactionem est per cc; nam æqualis est hæc Linea ipsi Cc.

Per o ducatur parallela ad ON, & per m parallela ad MN; concurrunt hæ in puncto n, quod datur in Lineâ quæ à c ad N ducenda est; ut hoc facilè patet ex triangulis similibus, quæ in hac Figurâ occurrunt.

Concipiamus nunc Corpora posita esse, A in o, B in m, D in n; Corpora hæc habebunt commune Gravitatis Centrum c; nam 1°. sunt hæc in æquilibrio circa Lineam lh; Corporum enim A & D distantia ab hac Lineâ se habet ad Corporis B distantiam ab hac eâdem, ut xo ad xm; sed xo ad xm, ut Mas-
* 1263. sa B ad summam Massarum A & D *; unde dictum æquilibrium deduci-
* 197. 217. tur *. 2do Distantia Corporum B & D, in m & n positorum, à Lineâ fg, se habet ad distantiam Corporis A, in o positi, ab eâdem Lineâ, ut mz ad
* 1263. zo; id est, ut Massa A ad summam Massarum B & D *; Ergo Corpora
* 197. 217. quoque in æquilibrio sunt circa Lineam fg *. Unde sequitur in intersectione Linearum fg, lh, id est, in c, dari commune Gravitatis Centrum trium Corporum.

Triangulum OMN simile est Triangulo omn, & punctum c respectu utriusque eodem modo se habet; ergo hoc quoque est commune trium Corporum Gravitatis Centrum, si disposita sint A in O, B in M, D in N.

1276. Si nunc ponamus, sepositis magnitudinibus Corporum, hæc post Impactio-
* 1267. nem moveri, A per cO, B per cM, D per cN, ut in Solutione diximus *,
* 1274. Conditioni tertiæ satisfactum erit *; ut & etiam Conditioni primæ *; si nunc
* 1271.
* 1272. demonstremus, Conditionem secundam * in unâ Collisione locum habere, deter-

terminata erit Solutio; id est, non in aliâ Solutione hæc omnia concurrere poterunt; unde constabit Solutionem esse veram, & secundam Conditionem in aliis quoque Impactionibus locum habere.

Consideramus Corpora A & B; post motuum resolutiones *, Velocitates, 1277.
in Lineâ in quâ Impactio fit, sunt Ia, Eb; prima est æqualis cQ, & est * 1261.
Velocitas Corporis A; secunda, quæ est Velocitas Corporis B, æqualis est cV

Post Impactionem Motus sunt solvendi ut ante Impactionem; id est, per O ducenda est parallela Lineæ AI, aut ad, id est, OP continuanda est in S *; & Velocitas in Lineâ cV, parallelâ Lineæ ba, in quâ Impactio datur, * 1266.
erit cS; & Corporis A mutatio Velocitatis in hac Lineâ est QS. Motus Corporis B resolvitur ductâ parallelâ Lineis BE, bd; est hæc MP *, quæ * 1266.
secat cV in X; & mutatio Motûs in Lineâ cV est XV. Triangula PRS, QRT sunt similia, propter parallelas PS, QT *. Eodem modo, propter * 1265. 1266.
parallelas PX, TV *, similia sunt Triangula PXR, TVR. Unde deducimus, * 1265. 1266.

RS, QR :: RP, RT :: XR, RV.

Comp. RS+QR=QS, QR :: XR+RV=XV, RV.

Altern. QS, XV :: QR, RV :: B, A *; * 1266.

id est, Velocitatum mutationes QS & XV, prima Corporis A, secunda Corporis B, sunt inversè ut hæc Corpora: Quod demonstrandum super erat.

Unicam autem esse hancce Problematis Solutionem ex hoc patet, quod Demonstratio hæc ultima non procedat, nisi Lineæ OS, MX, sese mutuò secent in communi intersectione Linearum *cp*, TR, id est, in P.

LIBER II.

Pars IV. De Legibus Elasticitatis.

CAPUT XII.

De Fibris Elasticis.

1278. QUid sit Elasticitas, & unde oriatur, jam vidimus *; etiam quid ex hac in Congressu Corporum, sive directè, sive obliquè, in se mutuò impactorum, sequatur; superest ut ipsius Elastici- * 96.

tatis

tatis Leges examinemus, illudque ex Phænomenis.

Omnia Corpora, in quibus Elasticitatem observamus, constant ex Filamentis tenuibus, aut saltem quasi ex talibus constantia considerari possunt; Corpus enim in Fila divisum concipi potest; illaque Fila, inter se lateraliter juncta, Corpus efficere. Ut ergo, in casu omnium minimè composito, Elasticitas examinetur, Chordæ considerandæ sunt, & quidem Metallicæ; Chordæ enim ex intestinis Ovium Spiram formant, quæ circumdat Filum rectum in medio, cum quo pars externa contorta certo modo cohæret; quare hæ Chordæ non ut fibræ, ex quibus Corpora formantur, considerari queunt.

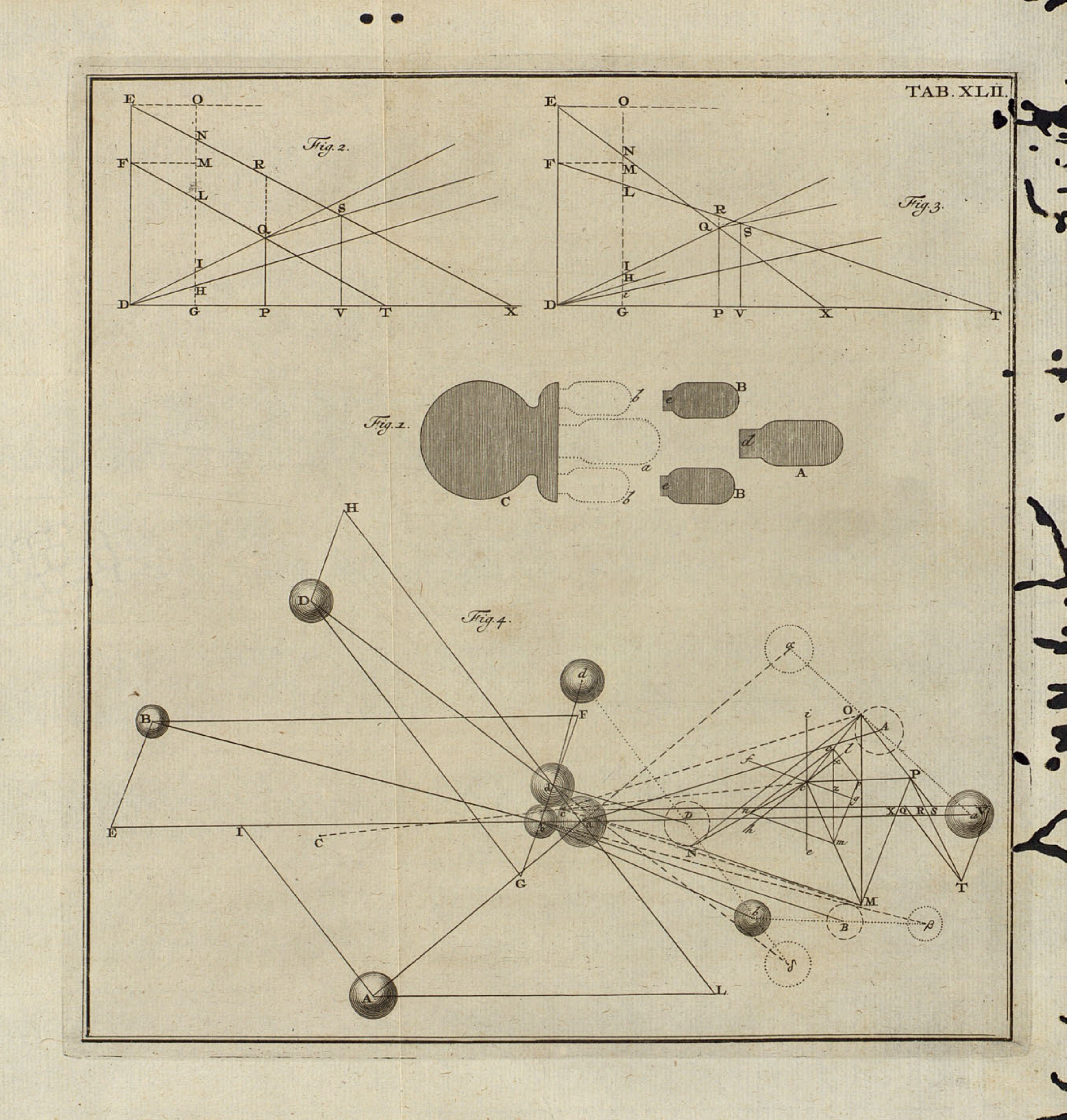
1279. *Fibrarum Elasticitas in eo sita est, quod extendi possint; & sublatâ Vi, quâ producuntur, iterum ad pristinam Longitudinem redeant.*

1280. *Fibræ nullam habent Elasticitatem, nisi certâ Vi tensæ sint*; hoc patet in Chordis parum tensis, & quarum extremitates fixæ sunt; hæ si à situ paululum removeantur, ad illum sponte non redeunt: quisnam verò sit gradus Tensionis, in quo Elasticitas inchoetur, Experimentis nondum fuit determinatum.

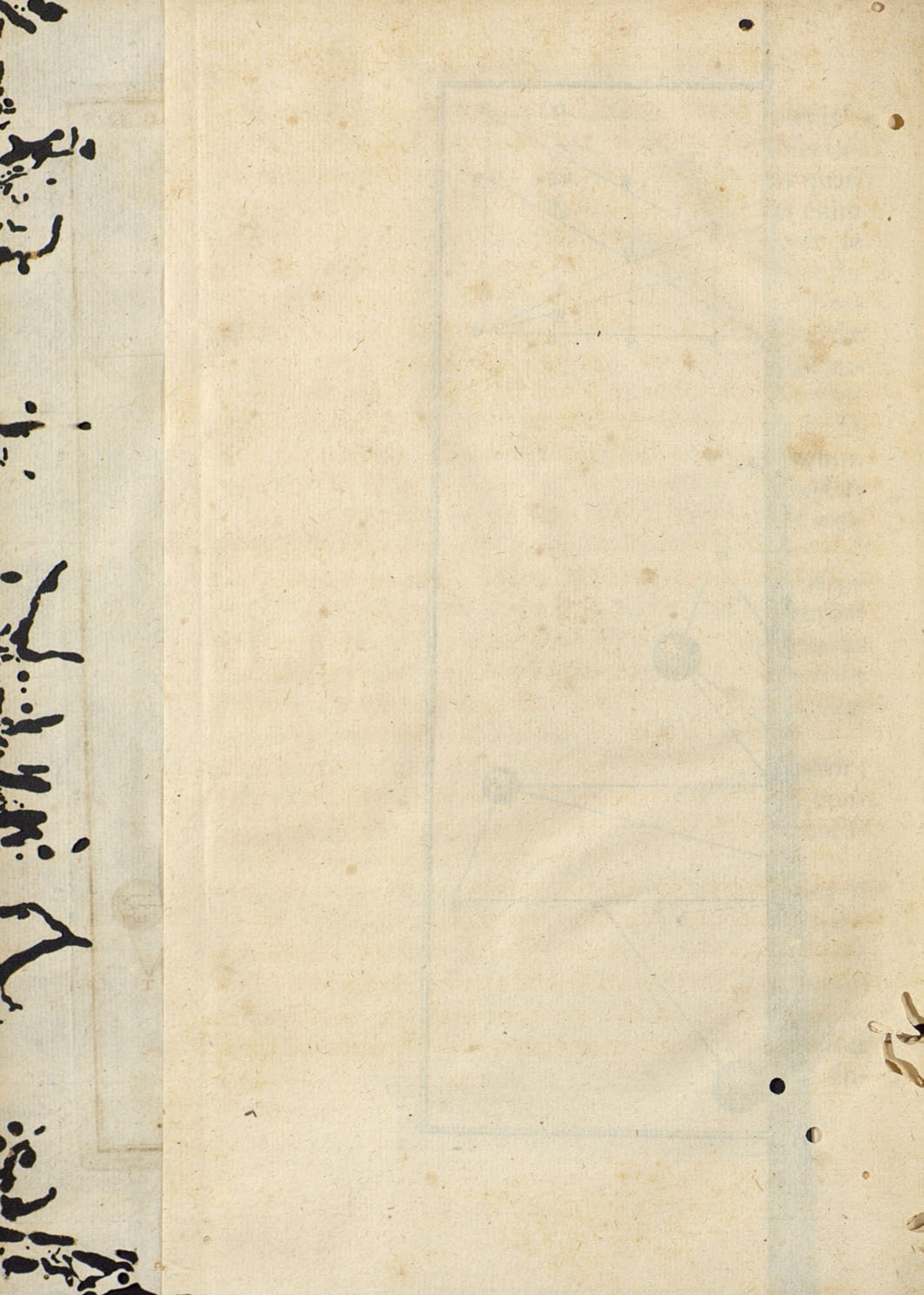
1281. *Quando nimiâ Vi fibra tenditur, Elasticitatem amittit*; & neque gradus hicce Tensionis notus est; illud constat, Tensionem Fibrarum, quæ Elasticitatem constituit, certis limitibus terminari.

1282. Ex hisce patet differentia inter Corpora Elastica & Corpora non Elastica; quare Corpus Elasticum Elasticitatem amittat; & quomodo Elasticitate destitutum proprietatem hanc acquirat. Lamina Metallica, repetitis mallei ictibus, quibus Fibræ tenduntur, fit Elastica; calefacta Vim hanc amittit; dum Actione Ignis situs partium turbatur.

In-



TAB. XLII.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 1.
Fig. 4.



Inter limites Tensionis, quibus Elasticitas terminatur, quæritur Vis, quæ, pro vario Tensionis gradu, requiritur, ad Chordam certâ quantitate producendam; proportio quæ hìc locum habet Experimentis determinari debet; quæ, ut jam dictum, cum Chordis Metallicis instituenda sunt. Cum verò hæ Chordæ vix sensibiliter producantur, directè Productionum proportiones mensurari nequeunt; aliâ methodo hæ determinantur.

Sit Chorda horizontalis AB, certâ Vi tensa; cujus extremitates in A & B fixæ sunt; pondere in medio Chordæ appenso inflectatur Chorda, ut situm ACB acquirat. TAB. XLIII. Fig. 1.

DEFINITIO.

Linea, ut C*c*, *à puncto medio Chordæ, post inflexionem, ad punctum medium, in situ naturali, vocatur Chordæ Sagitta.* 1283.

Sit *ce* Circuli portio, centro B, & radio B*c*, descripti. Inflexione dimidia pars Chordæ producta fuit quantitate C*e*, quæ quantitas cum Sagittâ C*c* certam relationem habet, quam suo loco indicabimus. 1284.

Pondus etiam, quo Chorda inflectitur, certam cum Vi, quâ fibra tenditur, id est, per BC trahitur, relationem habet; & ita in variis Experimentis ex comparationibus Sagittarum, & Ponderum, quibus Chordæ inflectuntur, Productionum proportiones determinari possunt, ut in sequentibus patebit. 1285.

Antequam autem distinctius hasce proportiones determinemus, generalia quædam explicanda sunt Phoenomena, quæ ab Elasticitate pendent; & quæ eodem modo locum habent, quæcumque sint Elasticitatis Leges.

Quâ de causâ eodem modo observantur, sive Chordæ sint Metallicæ, sive ex intestinis Ovium effectæ.

1286. TAB. XLIII. Fig 2. Sit Chorda tensa AB: & variis vicibus inflexa, in AcB, AcB, ACB; sed ita semper, ut Sagitta sit admodum exigua. Ponamus cB Tensionem repræsentare; cum in his agatur de Sagittis minimis Lineæ, cB, cB, CB, vix superant cB, & Productiones sunt insensibiles; quare positâ Lege Elasticitatis quacumque, exiguæ admodum Vires hasce dabunt Productiones: Error ergo non erit sensibilis, si in hisce dicamus cB, cB, CB, repræsentare respectivè Tensiones Fibræ, in hisce singulis Inflectionibus. Tensio autem Fibræ, in situ ut ACB, est Vis quæ punctum C per CB & CA trahit; & duplicata Sagitta repræsentat Vim, quæ

1287. idem punctum deorsum trahit *; quæ est *Vis inflectens.*

*332. Hæc igitur, *quamdiu Sagitta est exigua, ad Vim tendentem, ante inflectionem, illam habebit rationem, quæ datur inter Sagittam duplicatam & dimidiatam Chordam.* Ex quâ Propositione sequentes deducimus conclusiones.

1288. *Pondere ad libitum tendatur Chorda, & minori quocumque inflectatur; mutatis hisce Ponderibus utcumque, si in eâdem ratione mutentur, non variatur Sagitta*; si nempe hæc sit exigua, de hoc enim casu in his omnibus agitur.

1289. Etiam, *manente eâdem Tensione, Sagittæ minimæ sunt inter se, ut Vires inflectentes.*

1290. *Chordæ* etiam, *quæ utcumque differunt, si sint ejusdem Longitudinis, & æqualiter tendantur, æqualibus Viribus æqualiter inflectuntur.*

1291. *Si Chordæ plures diversas habeant Longitudines, sed æquè tensæ sint, & æqualibus Ponderibus flectantur, erunt* in singulis Sagittæ duplicatæ ut Chordæ dimidiatæ *; ideo

*1287. &

& ipsæ *Sagittæ*, *ut Chordarum Longitudines*.

Si Chorda utcumque tensa AB *flectatur*, ut Figuram ACB acquirat, *& sibi relinquatur*, Elasticitate ad primam Figuram redit; & in hoc casu Motus puncti C est acceleratus: nam in situ ACB Chordæ, Punctum hoc propellitur Vi, quâ in illo situ retineri potest; Motus hicce non destruitur, & ei superadditur, in singulis punctis Sagittæ, Velocitas communicata Vi, quâ Punctum C in illis retineri posset. Celeritas omnium maxima est in c; & eâ Punctum C ulterius fertur, deinde redit, *variasque Vibrationes peragit*; in quibus Punctum C, nisi parva Spatia non excurrit: quâ de causâ Vis, qua in omnibus distantiis à c agitatur Punctum C, est ut hæc distantia *. *Et* quia causa movens *est Elasticitas Chordæ*, transfertur causa hæc cum ipsâ Fibrâ ita, ut hanc, licet agitatam, premat, quasi quiesceret; quare Vis hæc est *ejusdem generis cum Gravitate* *. Congruit ergo Motus hicce cum motu Corporis in Cycloïde vibrati *, *& Vibrationes*, *licet inæquales*, *sunt æquè diuturnæ*. 1292. TAB. XLIII. Fig. 2. * 1289. * 371. * 414.

Positis duabus Chordis similibus, *& æqualibus*, *sed inæqualiter tensis*; Vires inæquales requiruntur, ut æqualiter inflectantur; ergo Vibrationes Temporibus inæqualibus peragunt. 1293.

Motus Chordarum harum conferri possunt cum Motibus Pendulorum in Cycloïdibus Vibratorum *, & similes Cycloïdes, Viribus diversis, describentium; quæ Vires sunt inversè ut Quadrata Temporum Vibrationum *: in Chordis ergo etiam *Quadrata Temporum Vibrationum sunt inter se inversè*, ut vires quibus æqualiter inflectuntur; quæ sunt *ut Vires quibus Chordæ tenduntur* *. * 1292. * 432. * 1288.

1294. *Quando Chordæ sunt similes, æquè tensæ, sed diversæ Longitudinis*, harum Motus cum Motu Pendulorum etiam confertur. Quando de diversis Gravitatibus in Motu Pendulorum agimus, attendimus ad Velocitates in similibus circumstantiis Corporibus communicatas; & quia Velocitates hæ sunt ut ipsæ Vires, ideo proportionem Virium memoramus; quod etiam ad præcedentis numeri demonstrationem referri potest.

In præsenti autem casu debemus ad Velocitates, in similibus circumstantiis generatas, attendere, & rationem Velocitatum cum ratione diversarum Gravitatum conferre.

TAB. XLIII. Fig. 1. 3. Chordæ, ACB, *adb*, quæ Ponderibus æqualibus inflectuntur, agitantur ut Corpora in quibus Gravitates agerent, quæ forent inter se ut *ab*, ad AB; in hac enim ratione sunt Velocitates infinitè exiguæ, quæ,
* 138. Viribus æqualibus, hisce Corporibus communicantur *: Chordæ etiam hæ moventur ut Pendula, quorum Lon-
* 1291. gitudines sunt ut *c*B ad D*b*, aut AB ad *ab* *: ergo Quadrata Durationum Vibrationum, quæ sunt inversè
* 433. ut Vires, & directè ut Longitudines Pendulorum *, sunt in ratione compositâ ex inversâ ratione *ab* ad AB, id est, AB ad *ab*, & directâ ipsius AB ad *ab*; quæ ratio composita est ratio Quadratorum Longitudinum. *Chordarum* igitur *Longitudines sunt, ut Vibrationum Tempora.*

1295. Simili ratiocinio comparantur *Tempora Vibrationum Chordarum diversæ crassitiei, positis Chordis æqualibus, & æqualibus Viribus tensis*; hæ æqualibus Viribus æqualiter
* 1290. inflectuntur *; & ideo agitantur ut Pendula æqualia, in quæ agunt Gravitates, quæ *sunt* inversè, *ut* quanti-

tate

tates materiæ in Chordis *; id est, inverse ut Quadrata Diametrorum; quæ ratio iterum invertenda est ad habendam proportionem Quadratorum Durationum Vibrationum *; Ideo *Diametri* ipsæ sunt ut Durationes. * 138. * 432.

1296. *Datis Chordis ejusdem generis quibuscunque, Vibrationum Durationes* inter se possunt comparari; *sunt* enim *in ratione compositâ ex ratione inversâ Radicum Quadratarum Virium, quibus Chordæ tenduntur* *, *ratione Longitudinum Chordarum* *, *& ratione Diametrorum* *. Multiplicando Diametrum per Longitudinem, dividendo productum per Radicem Quadratam Vis, quâ Chorda tenditur, & pro variis Chordis operationem hanc ineundo, quotientes divisionum erunt inter se ut Vibrationum Tempora. * 1293. * 1294. * 1295.

De ipsis Legibus Elasticitatis nunc agam.

Machina.

Quâ Experimentis Leges Elasticitatis explorantur.

1297. Pars hujus Machinæ præcipua est Assis AB, longus circiter Pedes tres; latitudinem habens unius Pedis, & crassitiem fere unius Pollicis. Pedibus insistit. TAB. XLIII. Fig. 4.

Cum hoc Asse conjungitur Lignum crassius EF, cui inseritur Vectis ferreus, tres partes quartas Pollicis latus, & crassus; Hujus extremitates sunt inflexæ ita, ut ad angulos rectos ipsi Vecti insistant, & efficiant Brachiola duos Pollices longa. Vectis longitudo post inflexionem est trium Pedum. Hic in ligno EF absconditur; sola Brachiola D, D, apparent, non tamen integra. Ipsum Lignum EF cum Asse conjungitur Cochleis, quarum capita apparent in *c*, *c*.

1298. Unicuique Brachio imponitur Lamella, qualem sepa-

ratim exhibemus in G G; caudata hæc est in K; Cauda hæc Brachio inseritur, & Cochleâ M, auxilio Manubrii S, ita firmatur, ut omnino immobilis sit.

Cum hac ipsâ Lamellâ ansa cohæret H, per quam trajicit Cochlea I, cujus ope secunda Lamella L, priori minor, ipsi primæ G G conjungitur.

Lamella L, in medio superficiei superioris, ad exiguam profunditatem excavata est, ut Cochlea I, quæ in hanc Cavitatem penetrat, semper in eodem loco premat. Lamellæ ambæ chalibeæ sunt, & superficies contiguas asperas habent.

1299. Fibra, aut Lamina, cujus Elasticitas exploratur, tenditur, & ipsius extremitates, ab utraque parte, inter indicatas Lamellas firmantur, ipsas comprimendo Cochleis *i*, *i*.

Fibra ita tensa parallela est superficiei E F, & trajicit Laminam cupream *n*, quam separatim in N exhibemus; & quæ in medio Fibræ suspenditur.

1300. Lamina major cuprea P cum ipsâ Machinâ conjuncta ita est, ut parallela sit plano E F, & superficies anterior paulò minus distet ab hoc plano quàm ipsa Fibra.

1301. Super hac Laminâ liberrimè rotatur Index Q R; hujus Motus mensuratur divisionibus portionis Circuli, cujus Diameter est unius Pedis. In hujus circumferentiâ centum divisiones occupant Pollices sedecim; quæ divisiones in minores subdividi possunt.

Axis Indicis ad partem posticam Laminæ P retinetur, ne motus Indicis impediatur; nam hic caudatus desideratur, ut in omni situ sit in æquilibrio.

1302. Inter Laminæ P superficiem & ipsum Indicem, cum eodem

eodem axe cohæret Trochlea tenuior, quæ cum Indice movetur: ſi tamen illa retineatur, hujus ſitus mutari poteſt; ut in Horologio, manentibus Rotis, Indicis ſitus mutatur.

Duobus ſulcis anguſtis circumdatur Trochlea; qui ſuperficiei proximus eſt, recipit Catenam, illis ſimilem, quæ in Horologiis portatilibus adhibentur; Diameter, in fundo ſulci menſurata, additâ latitudine Catenæ, eſt trium partium quartarum Pollicis. Sulcus alter recipit Filum ſericum, & Diameter Trochleæ in fundo hujus ſulci menſurata, additâ Diametro Fili, quoque eſt trium partium quartarum Pollicis.

Catenæ extremitas una in ſulco firmata eſt, & ipſa 1303.
pro parte Trochleam circumit; pars Catenæ reliqua verticaliter deorſum tenſa, ipſi Laminæ N, ſuſpenſæ in medio Fibræ, reſpondet. In Laminæ hujus N ſuperiori parte prominentia datur *o*; in quâ juxta craſſitiem inciſio datur; hanc trajicit Fibula tenuiſſima, quam amplectitur Uncus, in extremitate Catenæ cum hac cohærens. Filo, quod juxta contrariam Directionem circumdat Trochleam, conjungitur Cylindrus cupreus T, exactiſſimè ejuſdem ponderis cum Laminâ N & adhærente Unco V. Duplicem uſum Cylindrus hic habet; tenſam ſemper ſervat Catenam, & ſuſtinet Laminam N cum Unco V; quibus ergo non gravatur Fibra.

Adhibitâ hac Machinâ Leges Elaſticitatis explorari 1304.
poſſe, ex ante explicatis * ſequitur. *1284. 1285.

Si Fibra, aut Chorda, metallica tenſa ſit, applicatis in medio ſucceſſivè variis Ponderibus, Sagittæ notari poterunt. Lamina N trahit Catenam; hæc circumdat

Tro-

Trochleam, cujus Diameter decimam ſextam partem valet Diametri Circuli diviſi, quem Indicis extremitas
*1301. percurrit *; ſingulæ autem Diviſiones hujus Circuli,
1302. reſpondent centeſimis partibus Pollicis in Sagittâ.

Datis autem Sagittis, inter ſe Productiones conferri poſſunt; & Tenſionum augmenta, quibus illæ debentur, determinari poterunt; ſed maximis incommodis obnoxia eſt hæc Methodus. Hac ipsâ, mutatis Ponderibus juxta progreſſionem Arithmeticam, ad regularem ſeriem Productionum, & Tenſionum, pervenire non potui, niſi adhibitis correctionibus in Sagittis, minoribus quidem, & milleſimam Pollicis partem vix ſuperantibus. Cùm tamen, neglectis his correctionibus, quæ difficulter deteguntur, & tamen inveſtigandæ ſunt, quia minimi hi errores vix evitari poſſunt, nihil regulare detegamus, aliam Methodum quæſivi; hoc ipſum eo magis neceſſarium duxi, quod, ubi Sagittæ ſunt majores, id eſt, ad Pollicem unum accedentes, aut hunc ſuperantes, & alia irregularitas detegatur, quam nimiæ inflexioni in medio tribuendam credo.

1305. Hiſce de cauſis mediam quandam Sagittam ſelegi, juxta quam in omnibus Experimentis inflexi Fibram; nullaſque alias deſiderari inflexiones, in ipſis Experimentis patebit.

1306. Minores autem Sagittas uſu venire, ubi de ipsâ Tenſione, ante inflexionem, determinandâ agitur, ex
*1287. ante dictis ſequitur *.

1307. Sagitta media quam adhibeo, eſt 0,4. Pollicis. Pro-
TAB. XLIII. Fig. 1. ductio C*e*, partis CB, in hoc ſitu detegitur, dividendo Quadratum Sagittæ C*c* per Diametrum Circuli, cu-
*36.El.III. jus Arcus eſt *ce*, id eſt, per AB *; quæ longitudo in

noſtrâ

nostrâ Machinâ est 34,5 Poll. Est ergo C*e* æqualis 0,0046. Poll.; id est, non attingit ducentesimam Pollicis partem, & totius Fibræ Productio parum deficit à centesimâ Poll. parte; valet 0,0092. Pollicis.

Hanc autem detegimus Elasticitatis generalem Legem, *Productionem Fibræ, cæteris paribus, sequi propor-* 1308.
tionem Vis producentis.

Fibra, ut vidimus, non habet Elasticitatem, nisi certâ Vi tensa sit *; dum ita tenditur, producitur; * 1280.
sed de hac Productione non agitur.

Ponimus Fibram ita tensam ut sit Elastica; superadditâ Vi quacumque, dicimus Productionem, ex hac oriundam, sequi proportionem hujus ipsius Vis.

EXPERIMENTUM

Utimur Chordâ æneâ, quales in quibusdam Instru- 1309. TAB. XLIII. Fig. 4.
mentis Musicis adhibentur. In Experimento, quod nunc exponam, talem adhibui, quæ ponderabat Grana 24. Erat hoc pondus partis tensæ inter Lamellas quæ ipsam retinent; hujusque partis Longitudo est, ut diximus, triginta quatuor Pollicum cum semisse *. * 1307.

Chorda Machinæ applicatur *; primùm firmatur ex- 1310.
tremitas una, Forficibus trahitur extremitas altera, quæ * 1299.
inter Lamellas, ut GG, & L, transit, tenditurque Chorda, cujus tunc extremitas hæc altera quoque firmatur, conversione Cochleæ *i*.

Transit Chorda per aperturam O, ut diximus; in hujus parte superiori levis datur incisio, ut eidem puncto Laminæ semper respondeat Chorda.

Pondere, quod Drachmam valet, aut hanc paulò 1311.
excedit, gravatur Uncus V Laminæ N, notatur divisio cui Index respondet; & duabus, tribus, aut quatuor

Drachmis gravatur ulterius Lamina, & ſpatium ab Indice percurſum notatur. Eo determinamus augmentum Sagittæ minoris, ex additione unius Drachmæ; variisque tentaminibus inter ſe collatis omne dubium removetur. Quamdiu Sagitta decem diviſiones non excedit, id eſt, minor eſt decimâ parte Pollicis, creſcit, & minuitur, hæc juxta rationem Ponderis inflectentis; unde ſequitur Tenſionem in hiſce Inflexionibus non mutari *.

*1289.

Augmentum Sagittæ detectum valet ipſam Sagittam, ubi integrum Pondus inflectens valet Drachmam unam.

1312. Hac detectâ, determinandum augmentum Sagittæ ex pondere ipſius Chordæ. Hæc, ſibi permiſſa, incurvatur pondere ſuo; ſed, quando in medio gravatur, haberi poteſt pro conſtante ex duabus Lineis rectis; quæ, cùm in extremitatibus aliis ſuſtineantur, dimidiato ſuo pondere in Medio agunt; neglectâ nempe exiguâ inclinatione ad Horizontem.

1313. Tentaminibus indicatis detexi, tres Drachmas dare Sagittam, quæ valet 4; appendo hoc Pondus trium Drachmarum, & habeo Pondus inflectens trium Drachmarum, cum duodecim Granis, aut quintâ Drachmæ parte, propter Chordæ pondus. Huic reſpondens Sagitta eſt $4\frac{1}{4}$, ſi huic diviſioni reſpondeat Index, ipſæ diviſiones veras magnitudines indicant Sagittarum. Si cum aliâ diviſione Index conveniat, ſitus ipſius mutari poteſt *; ſed, cùm difficulter hoc ita fiat, ut exactè deſiderato puncto reſpondeat, ſatis in hiſce eſt obſervare, in hoc Experimento, initium diviſionum removeri à puncto, cui nunc Index reſpondet, quatuor diviſionibus cum quartâ parte; & habebimus detectum

*1301.

tectum situm Indicis, quando Sagitta valebit quadraginta, aut quatuor decimas Pollicis partes. Situm hunc habuimus, quando Pondus inflectens valuit Uncias quatuor cum semisse; id est, Drachmas triginta sex.

Repetitum eodem modo fuit Experimentum, auctâ Chordæ Tensione ita, ut, appenso Pondere unius Unciæ, Sagitta esset quinque; hanc habuimus quadraginta, appenso Pondere octo unciarum cum Drachmis sex. 1314.

Iterum Tensio fuit ita aucta, ut, appensâ Unciâ unâ, Sagitta esset quatuor; fuit hæc quadraginta, appenso Pondere decem Unciarum cum Drachmis sex. 1315.

Initâ computatione cum Sagittis minoribus *, detegimus Tensiones ante ullam inflexionem, hisce proportionibus. In primo Casu *, 1316. * 1287. * 1313.

0,04 : 8,625. : : 3.Dr. : 6486.Dr.=5.Lib. & 7. Drach. fere.

In secundo casu,

0,05: 8,625.::8.Dr.:1380.Dr.=11.Lib.demta dimidiata Unc.

In tertio casu,

0,04. : 8,625:: 8. Dr.:1725. Dr.=13½ Lib.demtis Dr.tribus.

Si in hisce tribus occasionibus, auctâ inflexione, Tensio non augeretur, cresceret Sagitta ut Pondus inflectens *. Tunc Sagitta valeret 0,40, in primo casu, appenso Pondere Drachmarum triginta. In secundo casu Pondere semi Libræ. In tertio Pondere decem Unciarum. In his autem tribus casibus, augenda fuere hæc Pondera æqualiter, sex nempe Drachmis. Augmentum autem Tensionis ex his sex Drachmis detegimus, hac Proportione *, * 1287. * 1287.

0,40. : 8,625. :: 6.Dr. : 129,4. Dr.=1. Lib. cum 1½ Dr. fere.

1317. Experimentum eodem modo procedit datâ aliâ Tensione quacumque; unde sequitur, auctâ Tensione quantitate, quæ valet Libram unam cum sesqui Drachmâ, semper Productionem Fibræ valere 0,0092. Poll.; si æquale Pondus iterum superaddatur, Productio nova quoque priori æqualis erit, duplumque Pondus duplicatam dat Productionem; & Experimentum evincit, hanc illius
* 1308. Proportionem sequi; ut supra diximus *.

1318. *In Chordis ejusdem generis, crassitiei, & æqualiter tensis, sed diversæ Longitudinis, Productiones, quæ ex superadditis æqualibus Ponderibus oriuntur, sunt inter se ut Chordarum Longitudines.* Chorda enim in omnibus punctis est æquè tensa: Productio ergo integræ Chordæ est dupla Productionis hujus partis dimidiæ, aut Chordæ dimidiæ Longitudinis.

1319. *Productiones Fibrarum ejusdem generis, & crassitiei, sunt* ergo *in ratione compositâ Longitudinum, & Ponderum quibus*
* 1308. *producuntur* *.

Si crassitie Fibræ differant, quamvis sint ex eâdem
1320. Materiâ, *Vires, quæ æqualiter producunt Fibras, Longitudine æquales, non sunt inter se, ut Materiæ quantitates in Fibris*; & in Experimentis, quæ adhibitis diversis Chordis tentavi, hanc rationem aliquando majorem, aliquan-
1321. do illâ minorem, detexi. Unde sequitur *majorem, aut minorem, Elasticitatem, in Corporibus ejusdem generis, cæteris paribus, pendere à peculiari quâdam partium dispositione.* Quod etiam deducitur ex iis quæ de Elasticita-
* 1282. te, in initio hujus Capitis, observavimus *.

CAPUT XIII.

De Laminarum Elasticitate.

EX iis, quæ de Fibrarum Elasticitate diximus, dedu- 1322.
cimus quæ ad Laminas pertinent. Lamina enim
potest haberi pro congerie Fibrarum, quamvis ex ha-
rum conjunctione singularum Elasticitas mutetur *; si *1321.
Laminam tenuem, non admodum latam, considere-
mus, de ipsius Productionibus, appensis Ponderibus,
Experimenta instituere poterimus, eodem modo, ut
cum Fibris. Experimenta hæc demonstrabunt eandem
legem Elasticitatis, quam superius indicavimus *, & *1308.
hic locum habere; nempe, *Productionem Laminæ sequi* 1323.
rationem Vis quâ producitur.

EXPERIMENTUM I.

Experimentum hoc eodem modo instituitur ut illud, 1324.
quod in præcedenti Capite fuit explicatum *; loco TAB. XLIII.
Chordæ Elasticæ Lamina adhibetur. Fig. 4. *1309.

Duobus usus sum Elasteriis ex iis, quibus motus communicatur Horologiis portatilibus; resectis extremitatibus perforatis, unum ex his in partes duas æquales fuit divisum; quæ junctæ fuere extremitatibus alîus, firmiter admodum.

Juncta hæc Elasteria Laminam effecerunt longam Pollices triginta & octo cum quartâ parte; & quæ ponderat grana octoginta quatuor; duplicata autem Lamina est in locis conjunctionum; quare Pondus hoc tribuendum est Laminæ triginta novem Pollices longæ. Pars, quæ inflexione producitur, longa est Pollices triginta quatuor cum semisse; additis partibus duplica-

tis, longitudo est triginta quinque Pollicum cum quartâ parte, & ponderat hæc Grana septuaginta & septem; & Pondus inflectens quodcumque augetur Granis triginta tribus *, id est, Pondus hoc addendum fuit Ponderi applicato, ut Pondus inflectens determinaretur. Nos tria Grana negleximus.

*1312.

1325. Lamina hæc Machinæ applicatur, tenditur, & firmatur, ut de Chordâ dictum *; sed Forsices, Cochleâ instructæ, adhibendæ sunt. Transmittitur Lamina per foramen O; cujus latitudinem, Laminæ latitudo occupat; dum tamen liberè per foramen transit.

*1310.

Hæc nunc sunt diversa Tentamina.

1326. Duæ Unciæ cum semisse dabant Sagittam decem; & octodecim Unciæ Sagittam quadraginta.

1327. Quatuor Unciæ Sagittam decem; viginti quatuor Unciæ Sagittam quadraginta.

Hæc habuimus in Tensionibus minoribus; inutile est medias memorare, transeo ad majores.

1328. Octo Unciæ dabant Sagittam septem; quinquaginta & tres Unciæ, cum tribus partibus quartis, dedere Sagittam quadraginta.

1329. Octo Unciæ dabant Sagittam septem; sexaginta & una Uncia cum semisse dabant Sagittam quadraginta.

1330. Computationes ineuntur, ut de Chordis dictum *. In hoc autem Experimento Pondus inflectens, datâ Sagittâ quadraginta, semper octo Unciis superavit Pondus, quo seposito augmento Tensionis, hæc Sagitta haberetur.

*1316.

Ipsæ autem Tensiones fuere.

In primo Tentamine *, fere tredecim Librarum cum semisse.

*1326.

In secundo * paulò superavit viginti & unam Libram & octo Uncias cum semisse. * 1327.

In tertio * fuit Librarum sexaginta & unius cum Unciis novem cum semisse. * 1328.

Et tandem in ultimo * duabus Unciis deficiebat à Libris septuaginta duabus. * 1329.

Singulisque in Tensionibus hisce, admodum differentibus inter se, habuimus Productionem eandem, nempe 0,0092. Poll., auctâ Tensione Libris decem cum Unciis duodecim cum semisse.

In omnibus aliis Tensionibus à nobis examinatis idem habuimus.

Ergo Conclusiones, quas ex Experimento Capitis præcedentis deduximus *, & ex hoc sequuntur. 1331. * 1317. 1318. 1319.

Laminæ Elasticæ pleræque se ipsas sustinere possunt; id est, firmatâ unâ extremitate, Lamina, pondere suo, parum flectitur; si Vi extraneâ flectatur, sibi permissa movebitur variasque Vibrationes peraget, ut de Fibrâ tensâ antea demonstratum *. 1332. * 1292.

In tali Inflexione Lamina, in punctis diversis, diversâ Vi producitur; id est, si concipiamus Laminam, in innumeras partes infinitè exiguas & æquales, divisam, in inflectione partes hæ inæqualiter producuntur.

Si unius tantum particulæ Productio daretur, cùm hæc sequeretur rationem Vis producentis *, *sibi permissa*, *Tempore æquali*, *semper rediret ad pristinum situm*; hìc enim applicare possumus demonstrationem de Motu Fibrarum *. 1333. * 1308. * 1292.

Diversæ verò particulæ, separatim productæ, non æqualibus Temporibus redirent; quia diversas Materiæ quan- 1334.

quantitates secum traherent; non enim agitur de partibus separatis.

Ubi verò Elasterium flectitur, & sibi permittitur, eodem Tempore partes omnes Vibrationem peragunt; accelerato quarundam Motu, dum aliarum retardatur;
* 414. ut in Pendulo composito *.

In diversis autem totius Laminæ Inflexionibus accelerationes hæ, & retardationes, ab eadem causâ pendent; nempe à materiâ movendâ Actionibus diversarum particularum Laminæ.

Ex his deducimus, cùm Actiones hæ separatim agentes, in Inflectionibus quibuscumque, æquali semper Tempore
* 1333. re Motus absolverent *; has & nunc, ubi semper ab iisdem causis mutantur, æquali Tempore quoque Mo-
1335. tus absolvere; ideòque *omnes Vibrationes ejusdem Laminæ, utcumque inæquales, esse æquè diuturnas*; *Laminamque agitari juxta Leges Penduli in Cycloide oscillati*; ita enim Pendulum hoc agitari post N.[m] 414. demonstravimus.

Leges hæ sunt, ut Actio in Corpus, in singulis punctis Viæ percurrendæ, sit ut distantia puncti à loco in
* 414. quo Corpus quiescere potest *; & ut Vis talis sit, quæ
* 371. agat in Corpus motum ut in Corpus quiescens *; qua-
* 1292. lem esse Vim Elasticitatis in Capite præcedenti vidimus *.

1336. Unde deducimus, *varias ejusdem Laminæ Inflexiones*
TAB. XLIII. *proportionales esse Viribus quibus Lamina in his Inflexionibus*
Fig. 5. *retinetur*. Sit Lamina AB, cujus extremitas A fixa est, duabus retineatur Viribus, in situ A*b* & Ab; si una fuerit alterius dupla, b*b* & *b*B erunt æquales.

1337. EXPERIMENTUM 2.

TAB. XLIV. Fig. 8. Lamina A ex variis Laminis Elasticis junctis constat;

The-

Thecæ B inseritur; ibique ad latus utrumque movetur inter Regulas ut *c d*, *c d*; Fila duo supremæ parti Laminæ annectuntur, & per foramina, in fundo Thecæ, immittuntur, junguntur que Lamellæ cupreæ E; cum quâ etiam in medio Filum aliud cohæret, cui appenditur Pondus P Semi-libræ. Descendit Lamella per spatium Semi-pollicis; superaddito æquali Pondere, descensus iterum est Semi-pollicis; & sic ulterius, donec non amplius comprimi possit Lamina.

Unaquæque Lamina minor proportionaliter ad Pondus inflectitur *, & Motus Ponderis, ex omnibus Inflexionibus junctis, eandem proportionem sequitur. Cum pluribus Laminis junctis Experimentum instituitur, quia in variis Inflexionibus directio Actionis Ponderis in Laminas sensibiliter non mutatur. 1338. * 1336.

Quæ de Inflexione Laminarum dicta sunt, ad Laminam curvam A C B transferri possunt; si hæc duobus Ponderibus gravetur ut situs *a c b*, acb, acquirat, & Pondera sint inter se, ut unum ad duo, distantiæ c *c* & *c* C erunt æquales *; Introcessiones igitur puncti C sunt, ut Pondera quibus Lamina gravatur: quod etiam referri potest ad Introcessiones plurimarum Laminarum junctarum. 1339. TAB. XLIII. Fig 6. * 1336.

Integram Actionem, quâ Elasterium flectitur, determinabimus colligendo in unam summam omnes Actiones minimas, quibus successivè Inflexio augetur. 1340.

Sit A B Spatium in Inflexione percursum; & B C Vis, quæ in eo situ retinet Laminam flexam; ductis A C, ut & D E parallelâ B C, erit D E proportionalis Actioni, quæ, in Inflexione A D, retineret Laminam *. Dum hæc flectitur, transit per omnes Inflectio- TAB. XLIII. Fig. 7. * 1335.

 nes

nes intermedias, inter minimam Inflexionem & maximam A B; & Actio integra, quâ ita Lamina fuit flexa, valet omnes Actiones simul, quibus in singulis Inflexionibus minoribus, per quas transiit, retineri potuisset. Summa hæc exhibetur per superficiem Trianguli A B C; ut patet, si hìc referamus quæ in N°. 373. & N°. 750. *& seq.* continentur.

Vis, ergo, integra in Inflexione A D ad Vim integram in Inflexione A B, ut Triangulum A D E ad
1341. Triangulum A B C; Unde patet *Vires Integras Inflectentes*
*19. El. VI. *tes esse in ratione duplicatâ ipsarum Inflexionum* *.

1342. Ponamus appenso, aut applicato, Pondere Inflexionem fieri; sitque B C Pondus, quo in Inflexione A B retinetur Lamina. Integra Actio Ponderis, dum hoc descendit per A B, quæ sequitur rationem Ponderis ipsius, & rationem Spatii descendendo percursi, pro-
*23. El. VI. portionalis est, integræ superficiei A B C G *, quæ du-
*41. El. I. plo major est Triangulo A B C *; & Productum Ponderis B C, quod inflexam retinet Laminam, per ipsam Inflexionem A B, quæ æqualis est Spatio descendendo à Pondere percurso, duplum valet integræ
1343. Vis flectentis, id est, *integra Actio, quâ Elasterium fuit flexum, valet Vim, quam acquirit Pondus memoratum, cadendo ab altitudine quæ valet dimidiatam Inflexionem.*

Elasterium, dum relaxatur, Actionem præstat æqua-
*1341. *1083. lem illi, quâ fuit flexum, si perfecta sit Elasticitas *;
1344. ergo *Vires, Relaxationibus Elasterii communicatæ, sunt ut*
*1341. *Quadrata Inflexionum* *: Et *Velocitates sunt ut Inflexiones* *;
1345. *quæ sunt ut Vires, quibus in situ Elasterium retinetur* *.
*753. *1336.

EXPERIMENTUM 3.

1346. Omnia fere quæ, in Exp. 2. Capitis 11. hujus Libri *,

bri *, indicata fuere, & hìc usu veniunt; positis ergo quæ in N. 778. habentur; observandum Retinacula *pq*, *pq*, (TAB. XXVI. Fig. 3.) à Laminâ cui applicantur, esse removenda, antequam hæc suo loco firmetur. *778.

Axis quoque *ts* (TAB. XXVI. Fig. 2.), cum Malleo *m* cohærens, removetur. Hæc omnia facilè, relaxatis cochleis minoribus, tolluntur. Orbiculus R sustentaculis *p*, *p*, imponitur, & liberrimè rotatur.

Suspenso, ut dictum, Rectangulo A, ipsi inseritur TAB. XLIV. Fig. 1.
Cylindrus, quo Massa sit 4; ut in casu secundo Exp. memorati secundi Cap. 2. hujus Libri. Lingula Elasterii respondet foramini in Laminâ *gf*, à quâ Retinacula fuere remota. Filum tenue transmittitur per foramen in anteriori parte Lingulæ *; & trajicit filum duplicatum Laminam *fg*, ut & sequentem *bc*, & circumponitur orbiculo *r*. *739.

Appenditur Pondus P trium Librarum; junctis pri- 1347.
mùm nodo Fili extremitatibus. Filum Forficibus subitò rescinditur inter Orbiculum *r* & Laminam *bc*; duplicatum autem est Filum, sed unum ex his tantùm rescinditur; Corpusque liberatum adscendit ad divisionem 5,2.

Si pro tribus Libris quinque appendamus, Corpus 1348.
adscendit ultra divisionem 8,6.

Velocitates ergo sunt, ut 52. ad 86. cum semisse, aut ut 3. ad 5.; id est, ut Pondera appensa.

Hoc ipso Experimento defectum Elasticitatis ipsius 1349.
Elasterii determinare possumus; conferendo adscensum Ponderis projecti, cum descensu Ponderis Inflectentis, ut in Scholio sequenti demonstramus; in quo etiam

 vide-

videbimus, quomodo Tempus ipſum, in quo Elaſterium fuit relaxatum, determinetur.

1350. In Elaſterio, quo, in hoc & aliis Experimentis, uſi fuimus, Elaſticitas ſe habet ad Elaſticitatem perfectam, ut 11. ad 12. proximè, attendendo ad Vires communicatas; Velocitas autem quam communicat Elaſterium hoc, ad Velocitatem, poſitâ perfectâ, Elaſticitate, ut 22. ad 23. proximè, & in hoc noſtro Experimento, datâ hac perfectâ Elaſticitate, Velocitates fuiſſent 5,43. & 9,03.

1351. Tempus, quo hoc ipſum, quo utimur, relaxatur Elaſterium, quod Tempus idem eſt ſive Elaſterium minus ſive magis flectatur *, vix ſuperat duas centeſimas vigeſimas nonas partes unius minuti ſecundi, quando propellit Corpus, quo in hoc Exp. uſi fuimus.

* 1335.

1352. Si Corpus motum differat, Tempus eſt inversè ut Velocitas communicata, aut directè in ratione ſubduplicatâ Maſſæ.

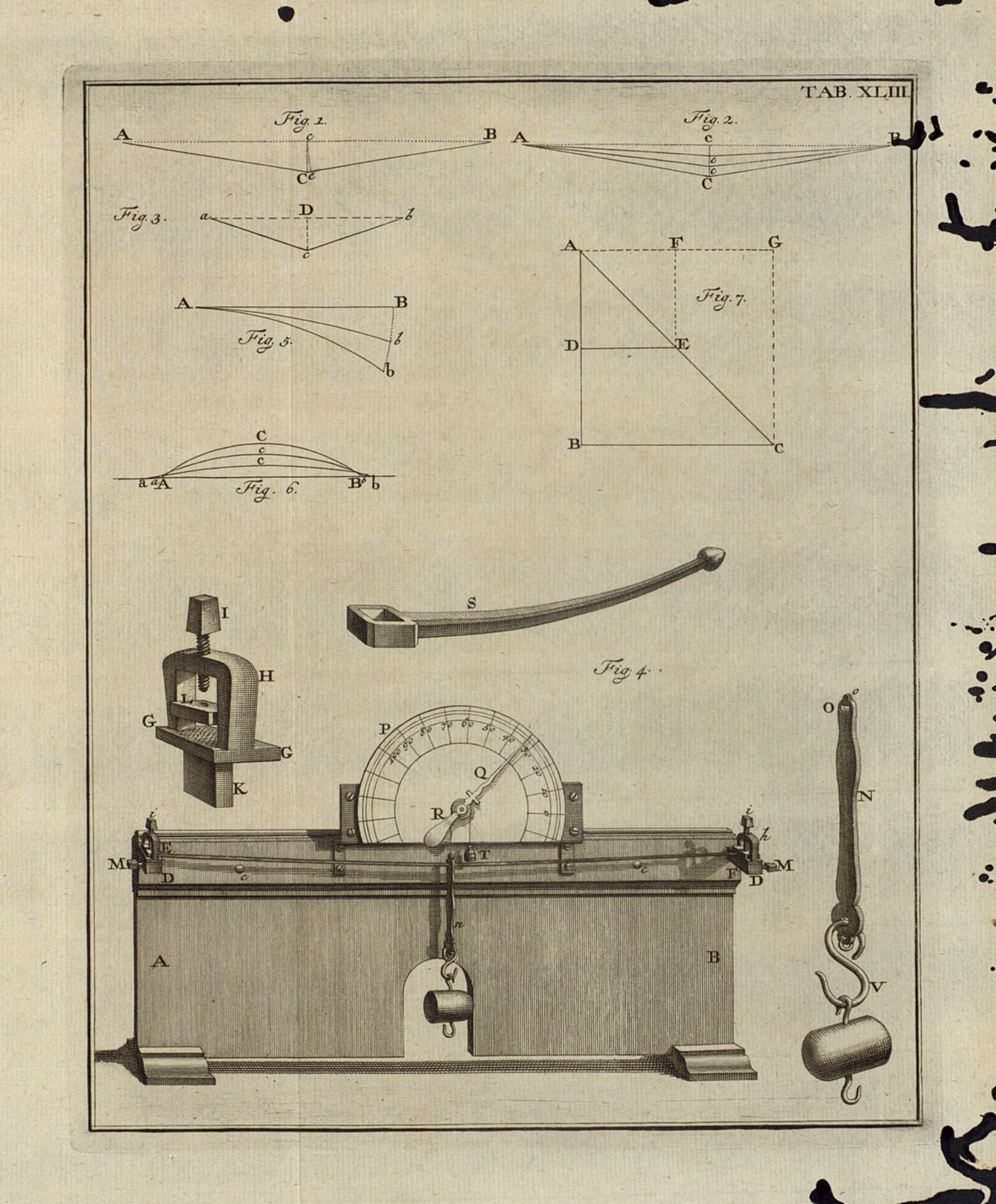
1353. In ultimo Experimento Filum trajicit duas Laminas *fg*, *bc*; quia uſus ſum eâdem Machinâ, quam in Experimento 2do. Cap. 11. hujus Libri adhibui *, æquè tamen exactè ſimpliciori Machinâ demonſtrari poteſt; ſed inutile eſt duas adhibere Machinas, ubi una ſufficit. Non tamen inutile credo & hanc ſimpliciorem indicare.

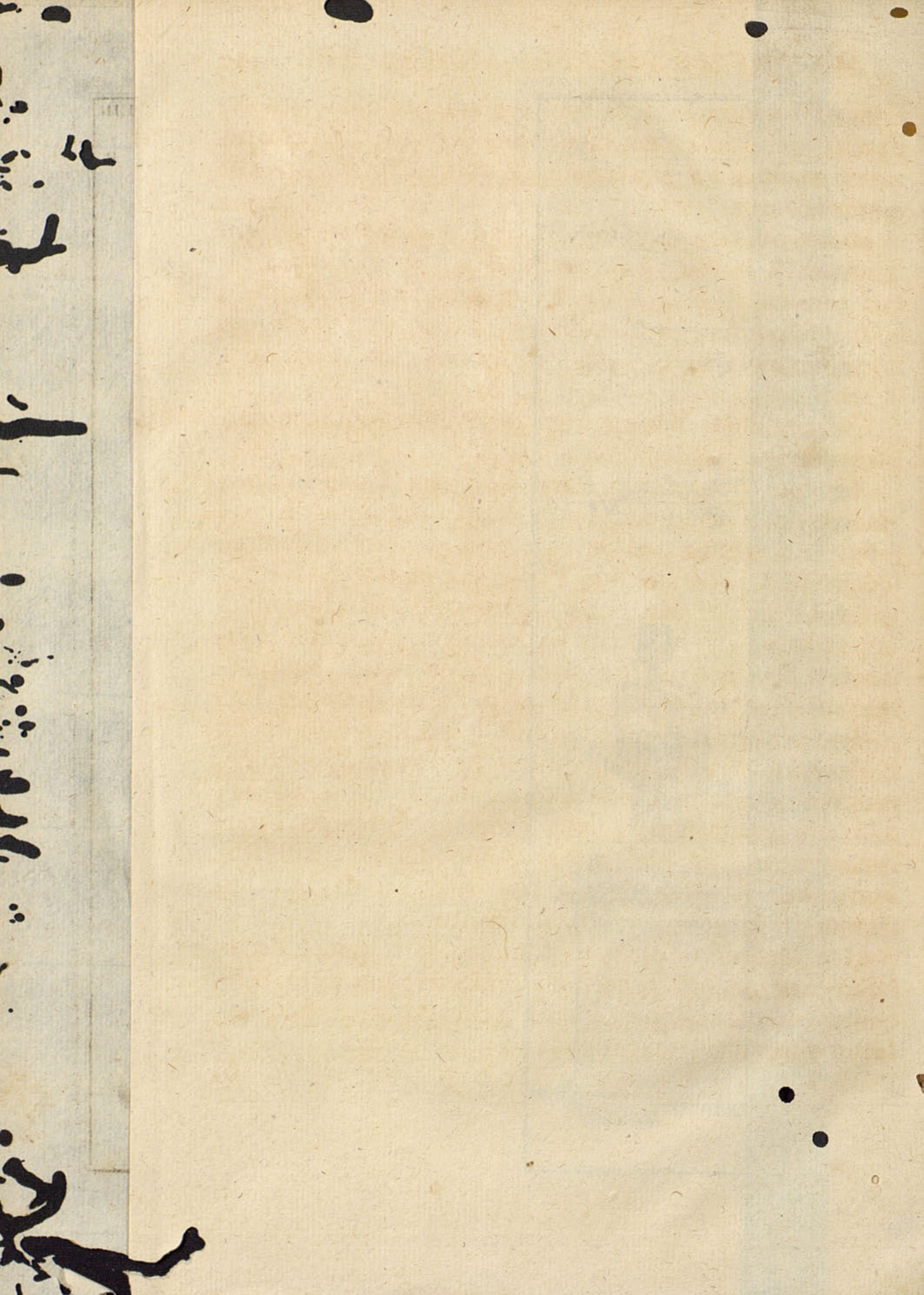
* 778.

1354. TAB. XLIV. Fig. 2. 3. Lamina cuprea DBC, ita flectitur, ut ambæ hujus partes DB, BC, Angulum contineant rectum. Parti DB adhæret, & huic ad Angulos rectos inſiſtit, Lamina E, cum quâ cohæret Cochlea *h*. Pars hæc DB Tabulæ * applicatur, ut in Fig. 4. & 5. videmus; per ſciſſuram horizontalem in Tabulâ penetrat memorata

* 769.

Lami-


TAB. XLIII.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.



Lamina E, quæ in ipsâ hac scissurâ paululùm moveri potest, quod in Experimento desideratur *; firmatur autem cochleâ *h q*, interpositâ Laminâ cupreâ *l*, ne Lignum lædatur. *778. 743.

Hisce positis, Lamina B C ad angulos rectos ipsi Tabulæ * insistit; verticalis est, & perforata in L. Orbiculus R, circa axem liberrimè volubilis, huic ipsi Laminæ B C adhæret, axeos extremitatibus in sustentacula *p*, & *p*, penetrantibus, & versationes habentibus. *760.

Circa ipsum Experimentum difficultatem nullam dari Figura ipsa satis demonstrat. 1355. TAB. XLIV. Fig. 4.

Adhibitâ hac eâdem Laminâ, etiam facile instituimus ipsum Experimentum 2. Cap. 11. hujus Libri; supra indicatum; sed in hoc non dentata ad latera, sed perforata desideratur Elasterii Lingula *. Removetur Orbiculus R, cum sustentaculis: Rectangulum suspenditur, ut in dicto Experimento; Lingula Elasterii in foramen L intruditur ita, ut unum aut alterum foramen ipsius Lingulæ ad posticam Laminæ B C partem perveniat; Foramini huic inseritur Fibula M, ex filo æneo effecta: Elasterium nunc flexum est, potestque, propter diversa in Lingulâ foramina, Inflexio variari; relaxatur Elasterium, subitò deorsum trahendo Fibulam M; cui, ut hoc magis commodè fiat, alligatur Funiculus T. Reliqua non differunt ab iis, quæ in memorato Experimento *, indicantur. 1356. TAB. XLIV. Fig. 5. *739. *778.

Hac Methodo, quamvis rudiori, satis tamen accuratè Experimenta procedunt, ut dubium circa conclusionem dari nequeat; quia facile patet aliquid defectui Machinæ tribuendum esse. 1357.

1358. Si in Experimento I. Cap. VI. hujus Libri *, quo-
* 1095. que velimus recedere à Methodo perfectiori, ibi memoratâ, poterimus uti Methodo, illi simili quam nunc dedimus.

Loco Machinæ, quam cum Rectangulo conjungimus, & cujus descriptio habetur in N°. 1090. *& seq.*, TAB. XLIV. Fig 6. utimur Laminâ cupreâ, flexâ, ut in *gf*, exhibemus; quam etiam cum Rectangulo * 773. conjungimus, ope duarum Cochlearum, per foramina, quorum unum videmus in *o*, penetrantium. Laminæ pars anterior *fg* in medio perforata est in L.

TAB. LXIV. Fig. 7. Laminam hanc cum rectangulo conjunctam in Fig. 7. in B exhibemus. Rectangulum A Elasterium conjunctum habet, ut in præcedentibus Experimentis. Corpora hæc suspenduntur, ut diximus in Experimento de quo * 1095. nunc agitur *; Lingula Elasterii in foramen Laminæ *fg* intruditur, & Elasterium flectitur, retineturque * 1356. Fibulâ M, ut supra vidimus *.

Ut Corpora separentur, Funiculo T, ex foramine Lingulæ Elasterii, Fibula M extrahenda est; sed Fila, quibus Rectangula suspenduntur, ita producuntur, ut, separatis Rectangulis, agitatio admodum irregularis sit. Incommodum hoc removemus si clavum, ex crassiori Filo æneo, in Tabulam juxta quam Corpora moventur, perpendiculariter ad superficiem, inseramus, ut in S exhibemus; tunc, trahendo Funiculum T, parum admodum descendet Lamina *fg*, ita enim clavus positus est, & motus satis regularis erit.

1359. Reliqua, in ipso indicato Experimento *, videri
* 1095. possunt. Si hac Methodo Experimentum hoc instituamus, expensæ admodum minuuntur; sed non in o-

omnibus cum demonstratis Experimenta conveniunt; errores autem ipsi Machinæ tribuendos esse, distinctius patet, si singula tentamina, transpositis Massis, repetantur. Si ex. gr. Massa B sit quatuor, & A tria; repetendum erit Experimentum, positis Massis, A quatuor, & B tria.

Cum hæ ultimæ Methodi *, quibus ipse olim usus *1354. 1356. 1358.
sum, admodum simplices sint, non inutile credidi has hìc indicare; non autem antea harum mentionem feci; quia omnia, de quibus hic agitur, Experimenta ad hoc Caput propriè pertinent; ordo tamen Demonstrationum postulavit, ut ipsa Experimenta antea exponerentur; quare pro singulis unicam tantùm Methodum, & quidem maximè perfectam, explicavimus.

SCHOLIUM.

Explicatio Num. 1350. 1351. 1352.

Superius vidimus, in nostrâ Machinâ Corpus elevari ad altitudinem unius 1360.
Pollicis, quando agitatur Velocitate 14,6. *; sed in illis Longitudo Fi- *883.
lorum, quibus Corpus fuit suspensum, diversa fuit ab eâ, quæ obtinuit in Experimentis, de quibus nunc agitur, ut & iis, quæ antea cum Elasterio fuere instituta *; in his Adscensus est unius Pollicis, quando Velocitas est 14,2. *779. 780. 781.

Altitudines sunt ut Quadrata Velocitatum *; ergo *381. 399.

$$\overline{14,2}^2 ; \overline{5,2}^2 :: 1 ; 0,1341,$$

estque hæc Altitudo, ad quam in Experimento * Corpus pervenit; quam si *1347.
multiplicemus per Pondus ipsius Corporis, Productum exprimet Actionem Elasterii.

Rectangulum cum adjectis * ponderat Uncias quatuor cum parte quartâ; 1361. *771.
quadruplum fuit Pondus in Experimento, & valuit Libr. $1\frac{1}{64}$; Actio Elasterii valuit ergo 0,1362.

Actio, quâ Elasterium fuit flexum, quæ valet Actionem, quâ, positâ per- 1362.
fectâ Elasticitate, relaxatur, habetur multiplicando dimidiatam Inflexionem per Pondus trium librarum *. *1343. 1347.

In-



* 778. Inflexio Elaſterii, in Exp. 2. Cap. 11. *, fuit 0,16. Pol.; & relaxatum*;
* 780. Corpori, eidem de quo nunc agitur, communicavit Velocitatem 8,4 *; Ve-
* 1345. locitates autem, quando agitur de eodem Corpore, ſunt ut Inflexiones *; Ergo

84; 52 :: 0,16; 0,099 = Inflexioni quæſitæ.

Multiplicatâ hac Inflexione per tria, dimidium Producti 0,297, id eſt, 0,1485, dat Vim quæſitam.

1363. Habemus igitur perfectam Elaſticitatem, ad veram, ut 1485, ad 1362 *,
* 1361. id eſt, ut 495 ad 454; proximè ut 11 ad 12.

1364. Cùm autem Vires ſint ut quadrata Velocitatum *, Velocitas, quam Elaſte-
* 753. rium communicavit, ſe habet ad Velocitatem, poſitâ perfectâ Elaſticitate, ut 22. ad 23. proximè.

* 1347. Et in Experimento, de quo nunc agimus, Velocitates, quæ in primo * &
* 1348. ſecundo * tentamine fuere 5,2., & 8,45., datâ perfectâ Elaſticitate, fuiſſent 5,43. & 9,03.; ut hæc omnia in N. 1350. indicavimus.

1365. Tempus, in quo, Elaſterium de quo agitur, relaxatur, ſemper idem eſt,
* 1335. quamdiu idem Corpus propellitur; examinabimus nunc caſum, antea memo-
* 1362. ratum in N°. 780 Inflexio fuit 0,16 *, & Velocitas 8,4.

In Experimentis, de quibus agitur, Longitudo Penduli agitati eſt Poll. 50,5; & dum Corpus ſuſpenſum movetur, deſcribit hoc arcum Circuli, cujus Diameter eſt Poll. 101, & quando Velocitas eſt 14,2 Sinus arcûs deſcripti eſt decem Pollicum; cui reſpondet Arcus 11. gr. 25′. Arcus in Experimento deſcriptus hac proportione detegitur,

142; 84 :: 11°,25′; 6°,45′.

cujus longitudo eſt 5,949. Poll.

Duratio Vibrationis Penduli, cujus Longitudo eſt Poll. 50,5., eſt 1″,1524; & in dimidio hujus Temporis, id eſt in 0″,5767 Corpus, percurrit Arcum 5,949. Pollicum; Elaſterium, dum relaxatur, movetur juxta Legem Penduli
* 1335. in Cycloïde oſcillati *, & poteſt conſiderari, quaſi Arcum percurreret ſimilem illi, quem Corpus ipſum percurrit; quare Spatia percurſa ſunt ut Tem-
* 449. pora *; ideo

5,949; 0,16 :: 0″,5767., 0″,0155. = Tempori quæſito.

Hoc Tempus vix ſuperat $\frac{2}{129}$. unius Minuti ſecundi; ut in N°. 1351. diximus.

1366. *Tempus* hoc, *cæteris manentibus*, *ſequi rationem inverſam* Longitudinis Arcûs percurſi, ipſa computatio demonſtrat; dum hic ipſe Arcus ſequitur rationem
* 442. *Velocitatis* *. Qui caſus, ſi manente Inflexione mutetur Elaſticitas, exſtat.

1367. In eandem durationem incidimus aliâ Methodo; in quâ uſu veniunt quæ in
* 1362. initio hujus Scholii habuimus; nempe Inflexionem Elaſterii eſſe 0,099 *,
* 1360. quando adſcenſus Verticalis Corporis Elaſterio projecti eſt, 0,1341. Poll. *.

1368. Si nunc aliundè notum ſit, Corpus in 1″. cadere ab altitudine 187,6644.
* 415. 470. Poll. *; detegimus Tempus caſûs ab altitudine 0,1341. Poll.; eſtque 0″,0267 *.
* 374.
1369. Inflexio Elaſterii fit juxta eaſdem Leges, juxta quas movetur Corpus, quod
* 891. 893. Motum amittit imprimendo in Corpore molli Cavitatem Parabolicam, de quâ
1335. ſupra egimus *; quare & hìc in Relaxatione Elaſterii locum habet Regula

Ni;

N°. 897, si pro Profunditate Cavitatis ponamus Elasterii Inflexionem 0,099; & pro Altitudine, ibi memoratâ, ipsam, ad quam Corpus fuit projectum 0,1341. Poll.

Positâ Diametro ad circumferentiam, ut 113. ad 355; hanc habemus Proportionem 1370.

0,1341 × 113; 0,099 × 88,75 :: 0″,0267, 0″,0155.

Detegimusque iterum 0″,0155.

Est hoc Tempus, quo Elasterium relaxatur: si de hujus Inflexione ageretur, Tempus minus esset; quia ubi inflectendum est Elasterium, eâ Velocitate est projiciendum Corpus, quâ hoc repelleretur si perfecta esset Elasticitas; & Tempus minuitur, quando de eâdem Inflexione agitur, in ratione in quâ Velocitas augetur *. * 1366.

Si Massa mutetur, reliquis manentibus, Velocitas sequitur rationem inversam 1371.
subduplicatam Massæ *; cujus inversa est ipsa hæc ratio directa, quam Tempus sequitur *; ut in N°. 1352. diximus. * 731. 758. * 1366.

CAPUT XIV.

De Solidis Elasticis.

IN duobus Capitibus præcedentibus de Fibris, & Laminis, egimus; primùm solam Longitudinem consideravimus, postea Longitudinem cum Latitudine; nunc autem tres dimensiones simul considerandæ veniunt. In hoc ultimo casu, non agitur de totius Corporis Inflexione, aut Productione, ut in duobus præcedentibus; sed partium Inflexio convenientiam quandam habet cum Introcessione partium in Corporibus mollibus. 1372.

Corpus omne *Elasticum* potest haberi pro congerie Laminarum, & *dum* illud *percutitur* hæ cedunt; omniumque Inflexiones simul sumtæ valent Vim integram, quæ in Corporis Percussione destruitur *. Si aliâ Vi Corporis partes intropremantur, singularum Laminarum Inflexiones diversæ sunt, & in singulis Inflexio sequitur 1373. TAB. XLIV. Fig. 9. * 934.

 tur

*1341. tur rationem subduplicatam Vis agentis in Laminam *;
agitur autem de iisdem Laminis, & Actio integra, sive
major sive minor sit, eodem modo per has ipsas disper-
gitur, quare singularum Inflexio fit juxta eandem ra-
tionem; & *externæ Laminæ Introcessio*, quam mensurare
sæpe possumus, *est in ratione subduplicatâ totius Vis partes
intropremeentis.*

Lamina quæcumque ex his, si separatim relaxaretur,
æquali Tempore ad pristinum situm rediret, sive ma-
*1335. gis sive minus flexa foret *; unde deducimus, junctis
1374. his omnibus, *Relaxationem partium flexarum* etiam *sem-
per fieri æquali Tempore, quando idem Corpus hac Relaxa-
tione movetur.* Hoc constabit si, mutatis mutandis, huc
referamus, quæ de Laminâ flexâ in N°. 1334. diximus.

Si hæc velimus ad Sphæras Elasticas referre, & inde
conclusiones deducere, quædam præmittenda sunt.

1375. Sit ACBE Sphæra; ponamus punctum C usque ad D
TAB. XLIV. intropremi; id est, superficiem ACB sese applicare su-
Fig. 10. perficiei alius Corporis; tunc, si Maculam ibi imprimat, Ma-
1376. culæ diameter erit æqualis arcui ACB. Arcus autem hic
semper exiguus admodum est, potestque haberi pro summâ
Subtensarum AC, CB; & etiam pro æquali ipsi Lineæ AB.

1377. Ductâ AE, Triangulum CAE est Rectangulum *;
*31. El. III. *8. El. VI. quare Triangula CAD, CAE sunt similia *; &
*4. El. VI. DC, CA, CE, proportionales *; unde sequitur Qua-
*17. El. VI. dratum Subtensæ æquale esse Rectangulo ex Abscisâ
1378. CD & Diametro CE *. Ergo *Quadrata Subtensarum*
*1. El. VI. AC, aC, *sunt inter se, ut Abscissæ respondentes* CD,
1379. Cd *. Subtensæ hæ sunt ut Diametri Macularum, *quan-
do Introcessiones Abscissis æquales sunt:* Ideò quoque *sunt
hæ Abscissæ*, ut quadrata Diametrorum Macularum, id
est,

est, sunt *ut ipsæ Maculæ* *; quas æquales esse vidimus Basibus Segmentorum ABC, abC *. *2. El.XII. *1376.

In hoc eodem casu Abscissæ mensurant Inflexiones externæ Laminæ Corporis; sunt ergo Quadrata Abscissarum, ut *Vires quibus partes fuere compressæ* *; quæ Vires ideo etiam *sunt ut Quadrata Macularum*. 1380. *1373.

In Triangulo ACB, AB se habet ad *nn*, ut CD, ad Cd; idcirco dictæ segmentorum Bases sunt quoque, ut AB ad *nn* *. 1381. *1379.

Si nunc integrum Segmentum ACB concipiamus divisum in innumeros orbes, planis ut ab, *ab*, ipsi Basi AB parallelis, singuli orbes proportionales erunt Lineis respondentibus *nn*, *ee*; si autem Lineæ singulæ latitudinem habeant æqualem crassitiei orbis respondentis, partes Trianguli ACB, proportionales erunt, partibus respondentibus ipsius Segmenti; & Segmenta ipsa ACB, aCb, *aCb*, erunt inter se, ut Triangula ACB, *nCn*, *eCe*. Triangula ipsa sunt, ut Quadrata Basium AB, *nn*, *ee* *, quæ Bases sunt ut ipsæ Bases Segmentorum *. Ergo ipsa *Segmenta sunt*, ut Quadrata horum Basium, id est, ut Quadrata Macularum; aut *ut Vires quibus partes intropremuntur* *. 1382. *19. El. VI. *1381. 1383. *1380.

Si eadem Sphæra Elastica, diversis Velocitatibus, incurrat in Obstaculum fixum Elasticum, Quadrata Macularum erunt, ut Quadrata Velocitatum *, id est, *Maculæ erunt ut Velocitates*. 1384. *1380. 753.

EXPERIMENTUM I.

Ut in Exper. 1. Capitis 3. hujus Libri hìc quoque utimur Plano graviori marmoreo, cæruleo, paululum madefacto, ut Color magis sit intensus. 1385.

Globus eburneus demittitur, & cadendo in Pla-

TAB. XLIV. Fig. 11. num impingitur, Maculamque circinatam in hujus superficie relinquit. Cadat Globus ab altitudine novem Pollicum, & sit Macula E; cadat deinde ab altitudine trium Pedum, prioris quadruplâ, & sit Macula F; tandem cadat ab altitudine sex Pedum & novem Pollicum, noncuplâ prioris, & sit Macula G. In hoc Experimento Velocitates Corporis sunt inter se, ut unum,
*374. duo, & tria *; in quâ etiam ratione sunt Maculæ E, F, & G; nam, formando Triangula rectangula DAB, DBC, in quibus latera DA, AB, BC sunt æqualia inter se, & Diametro Maculæ E, Linea BD, exactissimè æqualis erit Diametro Maculæ F, & Linea
1386. CD Diametro Maculæ G. Maculæ autem sunt ut
*2. El. XII. Quadrata Diametrorum *; & Quadratum Lineæ BD
*47. El. I. æquale est Quadratis Linearum æqualium AB, AD; & Quadratum Lineæ CD valet Quadrata linearum BC, BD; aut trium Linearum æqualium DA, AB, BC. Si ope Circini proportionum Macularum Diametros conferamus sunt hæ inter se, ut 72, 102, 125, quorum Quadrata sunt proximè, ut 1, 2, 3.

1387. *Si agatur de diversis Corporibus, sed quæ æqualium Sphærarum portionibus terminantur*, ut in dicto Experimento
820. 1°. Capitis 3., *Quadrata Macularum*, aut Quadrato-Quadrata Diametrorum Macularum, *sunt ut Massæ per*
*1380. 757. *Quadrata Velocitatum* *.

Si Sphæræ differant, sive ipsa Corpora sint Sphæri-
1388. ca, sive tantum Sphæricè terminentur, *quamdiu de Materiâ æqualiter Elasticâ agitur, Segmenta intropressa sunt inter se, ut Vires quibus intropremuntur.* In utraque enim Sphærâ hæc Regula obtinet; quare & ad diversas applicari poterit, si in unico casu locum habeat in conferen-

dis

dis duarum Sphærarum Segmentis. Hic autem casus datur, quando Abscissæ sunt æquales; partium enim respondentium Introcessiones sunt æquales, & diversa resistentia tantum diversæ quantitati Materiæ tribui potest.

Sint Sphæræ duæ M & N; harum Segmenta AFB, 1389.
ACB, æquales Bases habentia, inæquales habent alti- TAB. XLIV.
tudines FD, DC. Concipiamus has altitudidines dividi Fig. 12.
in partes æquales infinitè exiguas, eundemque esse numerum partium in utraque altitudine. Concipiamus ulterius per singulas divisiones Segmenta secari, planis parallelis ad Basim; habebimus Segmenta divisa in Orbes tenuissimos ita, ut crassities singulorum, in primo Segmento, se habeat ad crassitiem in alio, ut FD ad DC; propter æqualem numerum partium in utraque altitudine. In utroque Segmento Orbes, recedendo à Basi, minuuntur juxta
eandem Legem *, ita ut respondentes Orbes æquales sint. * 1379.
Unde sequitur Orbem quemcumque, in primo Segmento, se habere ad respondentem in alio, ut crassities ad crassitiem, id est, ut FD ad DC; & summa omnium Orbium ad summam omnium, id est, ipsum Segmentum AFB
ad Segmentum ACB, quoque ut FD, ad DC *. * 12. El. V.

Agimus in omnibus hisce de Segmentis exiguis; ideo 1390.
FD, DA, FG sunt proportionales *; ut & DC, * 1377. 1376.
DA, CE. Ergo utrumque Rectangulum FD per FG,
& DC per CE, æquale est Quadrato Lineæ DA *; * 17. El. VI.
suntque Rectangula æqualia inter se; unde deducimus * 16. El. VI.
FD, DC::CE, FG *; & *Segmenta, quorum Dia-* 1391.
metri sunt æquales, sunt inversè, ut Sphærarum Diametri;
& in eâdem ratione Vires, quibus intropremuntur *. * 1388.

Ex his, collatis inter se, deducimus universalem Re-
gulam hanc, *Vires, quibus Corpora percutiuntur, esse dire-* 1392.

* 1380. *ctè ut Quadrata Macularum* *, *& inversè ut Globorum Diametri* *. Quod ita potest exprimi, Productum Massæ
* 1391. per Quadratum Velocitatis * est, ut Quadratum Ma-
* 757. culæ divisum per Diametrum Globi; & multiplicatis ambabus hisce quantitatibus per Diametrum Globi, in hanc aliam Regulam ultimam mutamus.

1393. *Quadratum Maculæ sequitur rationem Producti Massæ per Diametrum Globi, & per Quadratum Velocitatis.*

1394. *In Corporibus Sphæricis* Massa sequitur rationem tripli-
* 18. El. XII. catam Diametri *; id est, est ut Cubus Diametri; & pro his Corporibus Regula ita potest exprimi; *ipsa Macula, aut Quadratum Diametri Maculæ, sequitur rationem Producti Quadrati Diametri Globi per Velocitatem Corporis.*

1395. In hoc casu *si Velocitates sint æquales, Globorum Diametri erunt inter se, ut Diametri Macularum.*

Agitur in his omnibus de eâdem Elasticitate; hanc habemus in Corporibus ex eodem Ebore. Omne autem Ebur æqualem habere Elasticitatem affirmare non ausim; quamvis nullam potuerim detegere differentiam in paucis Experimentis, quæ à me circa hanc fuere tentata.

EXPERIMENTUM 2.

1396. In hoc Experimento, Globi demittuntur in Planum
* 1385. marmoreum, eodem modo ac in præcedenti *; utimur Globis eburneis, quorum Diametri utcumque differunt. Demittuntur hi ab æqualibus altitudinibus, & Maculæ exactissimè mensurantur. Mensuratis quoque, ope Circini, cruribus incurvatis instructi, Diametris Globorum, inter has & illas eandem habebimus Proportionem; ut auxilio Circini Proportionum facillime detegimus.

SCHO-

SCHOLIUM.

De Temporibus in quibus Inflexiones Corporum Elasticorum absolvuntur.

INflexio partium Corporis fit juxta easdem Leges, juxta quas flectitur Lamina Elastica; si pro Inflexione Elasterii ponamus altitudinem Segmenti intropressi *. Ergo conferendo inter se quæ in N^is. 1369. & 897. dicta fuere in hanc incidimus Regulam. 1397. * 1335. 1374.

Si Corpu , cadendo, in Obicem firmum impingatur; Tempus Casûs se habebit ad Tempus, quo partes introcedunt, in ratione compositâ ex ratione altitudinis, à quâ Corpus cecidit, ad altitudinem Segmenti intropressi, & ex ratione Diametri Circuli ad Quadrantem Circumferentiæ. 1398.

Si de Globo agatur, Quadratum Semi-Diametri Maculæ, æquale est producto altitudinis Segmenti per Globi Diametrum *. * 1377.

Si ergo *de Globo agatur, dicta Tempora sunt inter se in ratione compositâ producti Altitudinis, à quâ Corpus cecidit per Diametrum Globi, ad Quadratum Semi-Diametri Maculæ, & ratione Diametri Circuli ad Quadrantem circumferentiæ.* 1399.

Globum cujus Diameter erat 1,585. Pol. demisimus ab altitudine Sesqui-Pedis; & Diameter Maculæ fuit 0,15. Pol. Ponimus nunc Tempus Casûs ab altitudine Sesqui-Pedis dari 0″,31; initâ computatione detegimus Inflexionis Tempus fuisse 0″,000048, quod valet decem Minuta quinta cum semisse, aut $\frac{1}{20852}$ unius Minuti secundi. 1400.

Eodem modo fuit determinatum Tempus in N°. 1133. memoratum; Hæmisphærium etiam fuit demissum ab altitudine Sesqui-Pedis; Diameter Sphæræ erat 2,17, Poll. & tandem Semi-Diameter Maculæ 0,0825. Poll. 1401.

Unicum Experimentum sufficit, ad Tempora determinanda, quamdiu de eâdem Elasticitate agitur, & de Figuris Sphæricis. 1402.

Sit a Altitudo à quâ Corpus demittitur; M Corporis Massa; D Diameter Sphæræ; d Diameter Maculæ; m ad n ratio Diametri Circuli ad Circumferentiam; T Tempus Casûs ab Altitudine a; & tandem t Tempus quo partes Elasticæ inflectuntur.

Regula ultima hanc nobis dat Proportionem

$$T,\ t :: Dam;\ \tfrac{1}{16}ddn;$$

unde $t = \frac{Tddn}{16Dam}$. & $tt = \frac{T^2 d^4 n^2}{256 D^2 a^2 m^2}$. Cum nunc tantum agatur de proportione detegenda, rejicimus omnes constantes quantitates, & tt proportionem sequitur $\frac{T^2 d^4}{D^2 a^2}$. pro T^2 pono a, quia proportionales sunt hæ quantitates *; & cum d^4 sequatur proportionem Quadrati Maculæ, pro hac Quantitate hanc aliam scribo M D a *; ponendo a pro Quadrato Velocitatis *; & * 374. * 1393. * 374.

habeo

1403. habeo $\frac{MDaa}{D^2aa} = \frac{M}{D}$, & patet *Quadratum Temporis Inflexionis partium Elasticarum sequi rationem directam Massæ, & inversam Diametri Globi, quæcumque sit Velocitas.*
1404. *Si de Sphæricis Corporibus agatur*, Massa *est* ut Cubus
*18. El. XII. Diametri *, & *Tempus ut ipsa Diameter.*

1405. In huc usque explicatis Inflexionem tantum consideravimus unius Corporis; & posuimus hoc in superficiem planam Corporis immobilis impingi; in omni tamen Impactione Corpora ambo introcedunt, nisi cohæsio partium in uno admodum superet cohæsionem in alio; Posuimus ita plani Corporis partes cohærere, & hac de causâ adhibuimus in Experimentis Lapidem admodum durum, si cum Ebore conferatur.

Demonstrata quoque locum haberent, si Obstaculum planum eandem haberet Elasticitatem cum Globo; nam summa Inflexionum æqualis esset Segmento Sphæræ cujus Basis esset ipsa Macula.

1406. *Si* autem *ponimus Obstaculum fixum etiam Figurâ Sphæricâ terminari*, non major erit difficultas. Inflexio fiet juxta easdem Leges; duo Segmenta in tali casu intropremuntur; quæ durante integrâ Actione æquales continuò habent Diametros; altitudinesque in hoc augmento eandem rationem servant,
*1391. inversam Diametrorum *; & hæc Introcessio respectu solius Altitudinis Segmenti differt ab Introcessione unius Sphæræ; poteruntque demonstrata de
*1397. Tempore * huc referri, si pro Altitudine Segmenti adhibeamus summam Alti-
TAB. XLIV. Fig. 12. tudinum, id est, FC.
*1390. Vidimus, propter Segmenta admodum exigua, $\frac{AD^q}{FG} = FD$, & $\frac{AD^q}{CE} = DC$ *;

ergo $FC^q = \frac{AD^q \times \overline{FG+CE}}{FG \times CE}$; unde sequitur, Tempus Introcessionis partium determinari, si in Regulâ Ni. 1398. pro Altitudine Segmenti, hunc hujus valorem ponamus; incidimus tunc in Regulam, quæ hoc solo differt cum N°. 1399., quod pro Diametro Globi nos nunc adhibeamus Productum Diametrorum divisum per harum summam. Ex quibus quoque sequitur eandem quoque desiderari mutationem in N°. 1403. qui nobis Regulam hanc dabit. *Quadrata Temporum Inflexionum sequi Rationem directam Massarum & summæ Diametrorum, & inversam Producti Diametrorum.*

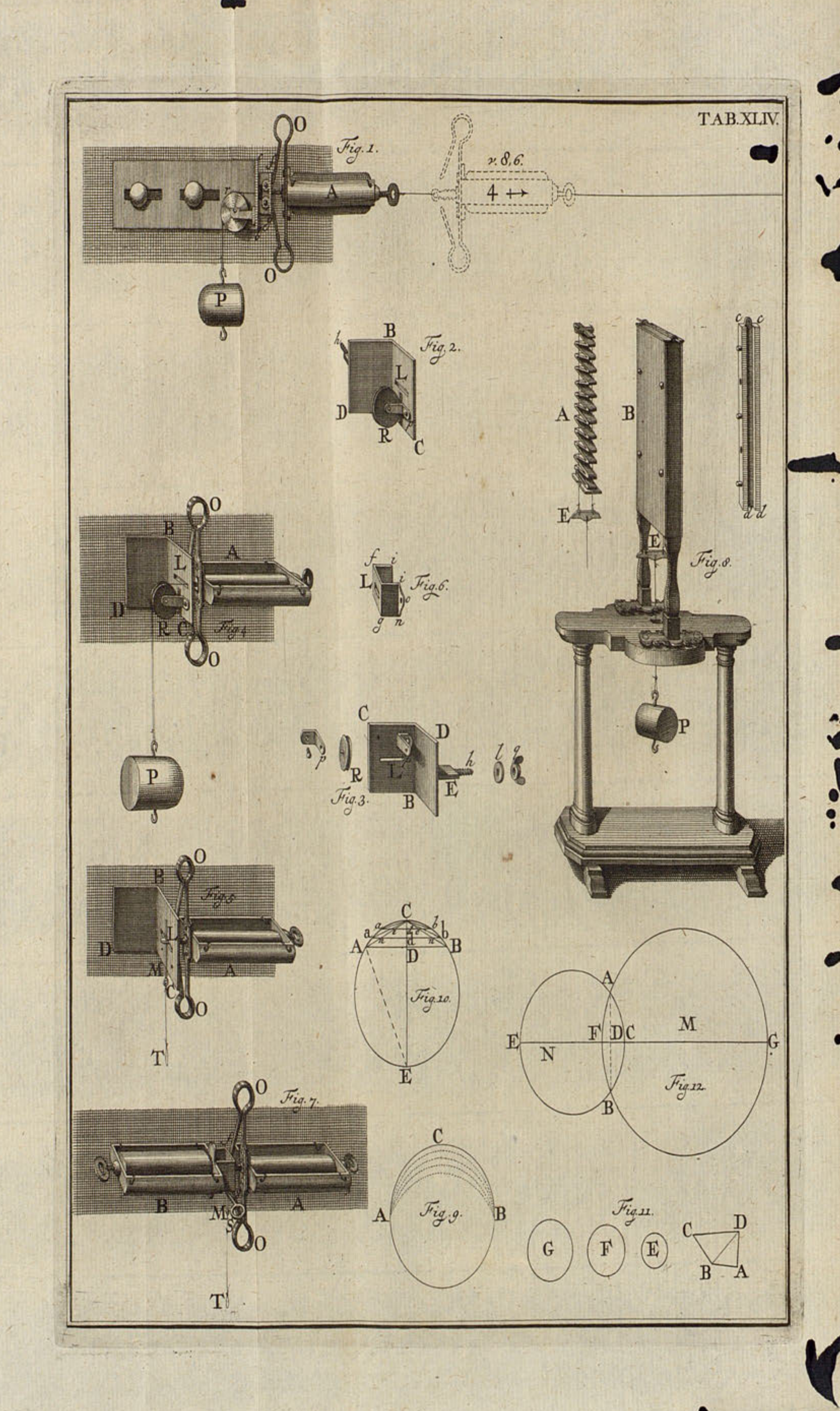
1407. *Possumus hæc referre ad Collisionem duorum Corporum, in se mutuò impactorum, & Figuris Sphæricis terminatorum; pro Massâ tantum debemus substituere*
*1027. *Productum Massarum divisum per harum summam* *.

1408. In hoc casu ipsum quoque Tempus Inflexionis, cujus duplum est integrum Collisionis Tempus, determinamus; nam Quadratum Temporis in N°. 1400. detecti, se habet ad Quadratum Temporis quæsiti, ut Pondus Globi ibi adhibiti, divisum per Diametrum, se habet ad summam Diametrorum Corporum concurrentium, multiplicatam per Productum Massarum, & divisam per Productum summæ Massarum, multiplicatæ per Productum Diametrorum

FINIS LIBRI SECUNDI.

PHY-




TAB. XLIV.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
v. 8, 6.
4 ↔

PHYSICES
ELEMENTA MATHEMATICA,
EXPERIMENTIS CONFIRMATA.

LIBER III.

Pars I. De Gravitate, & Pressione Fluidorum.

CAPUT I.

De Gravitate partium Fluidorum, & illius Effectu in ipsis Fluidis.

FLuidum vocatur Corpus, cujus partes impres-
sioni cuicunque cedunt, & cedendo facillimè *68.
moventur inter se *. Unde sequitur, *Fluidita-* 1409.
*tem ex eo oriri, quod Partes non arctè inter se co-
hæreant, & quod motus non impediatur inæqualitatibus in
Partium superficiebus*, ut fit in Pulveribus.

Particulæ autem, *ex quibus Fluida constant, ejusdem sunt* 1410.
*Naturæ cum aliorum Corporum Particulis, easdemque pro-
prietates habent*; Fluida enim sæpe in Solida convertun-
tur, quando magis arcta inter Partes cohæsio datur,
ut Glacies: Metalla contra liquefacta exemplum So-
lidi in Fluidum mutati præbent.

1411. *Fluida & eo cum Corporibus solidis congruunt, quod constent ex Particulis gravibus, Gravitatem Materiæ quantitati proportionalem, ubicunque positæ, habentibus.* Si in ipso Fluido Gravitas sensibilis non sit, ex eo hoc oritur, quod Partes inferiores superiores sustineant, hasque descensu arceant: ipsam verò Gravitatem eo non destrui liquet; nam Vase contentum Fluidum pro sua quantitate gravat Libram, cui Vas appenditur. Sequenti Experimento, ubique in Fluido Particulas Gravitatem servare, ad sensum demonstratur.

EXPERIMENTUM I.

1412. TAB. XLV. Fig. 1. Phiala A clausa, capillo equino juncta, aquâ immergitur, & manu sustinetur; si Phiala, manente hac immersâ, aperiatur, Aqua, quæ Phialam intrat, admodum hujus auget Pondus; quamvis cum Aquâ exteriori communicationem illa habeat.

1413. Ex hac Gravitate sequitur, *Superficiem Fluidi, Vase inclusi ne effluat, si superne illud non prematur, aut æqualiter prematur, planam fieri, & horizonti parallelam.* Cùm enim impressioni cuicunque Particulæ cedant, tam diu Gravitate moventur, donec descensui locus non amplius detur.

1414. *Particulæ inferiores* superiores sustinent, & hisce *premuntur; Pressioque hæc sequitur proportionem Materiæ incumbentis, id est, altitudinis Fluidi supra Particulam pressam;* cùm vero Superficies suprema Fluidi sit ad horizontem *1413.
1415. parallela *, *omnia puncta Superficiei cujuscunque, quæ concipitur in Fluido ad horizontem parallela, æqualiter premuntur.*

1416. *Si* ergo, *in aliquo loco talis Superficiei, Pressio detur minor, quàm in cæteris punctis, Fluidum*, quod impressioni cui-

cunque

cunque cedit, *ibi* movebitur, id est, *adſcendet*, *donec Preſſio fuerit æqualis.*

EXPERIMENTUM 2.

Tubi vitrei A, ab utraque parte aperti, cujus extremitas una digito clauditur, extremitas altera Aquâ immergitur; cùm Tubus aëre repleatur, Aqua in hunc ad parvam admodum altitudinem adſcendit; ſi digitus tollatur, ut aër preſſus exeat, Superficies, quæ in Aquâ concipitur horizonti parallela juxta inferius orificium Tubi, minus premitur in loco, qui aperturæ Tubi reſpondet; Aqua tunc in Tubum adſcendit, & non quieſcit, niſi in hoc elevetur ad eandem altitudinem cum Aquâ exteriori. 1417. TAB. XLV. Fig. 2.

Preſſio in Particulas inferiores, quæ oritur ex Gravitate Fluidi ſuperioris, *Actionem ſuam exſerit omnes partes versùs, & quidem æqualiter.* 1418.

Hoc ex naturâ Fluiditatis ſequitur; nam Fluidi partes Impreſſioni cuicunque cedunt, & facillimè moventur; Gutta ergo quæcumque locum, quem occupat, non ſervabit, ſi, dum à Fluido ſuperiori premitur, ab omni parte non retineatur; moveri autem non poteſt, propter Guttas vicinas, quæ eodem modo, & eâdem cum Vi à Fluido ſupereminenti premuntur; quieſcit idcirco Gutta prima, & ab omni parte, id eſt, juxta directionem quamcunque, premitur. Dicimus quoque, ipſam æqualiter premi; Lateralis enim Preſſio ſe habet reſpectu verticalis, ut hæc reſpectu illius; ideo, ſi ut detur æquilibrium, verticalis Preſſio à Laterali differre poſſit, ex gr. hanc ſuperare, ex quacumque causâ, ex hac eâdem ultima Preſſio quoque primam ſuperare debebit, propter reciprocam & omnino ſimilem, relationem; cùm 1419.

 hoc

hoc quoque in directionibus quibuscumque obtineat, sequitur inæqualitatem inter Pressiones dari non posse.

EXPERIMENTUM 3.

1420. TAB. XLV. Fig. 2. Tubi vitrei B, C, D, eodem modo, ac de Tubo A in præcedenti Experimento dictum, Aquâ immerguntur; & Aqua in omnes, sublato digito, ad eandem altitudinem adscendit, quàm in tubo A; in hoc Pressio sursum dirigitur; in tubo B deorsum; in tubo C est lateralis; in tubo D obliqua; in unoquoque tamen Pressio æqualis est. Si major Fluidi quantitas Vase infundatur, æqualiter etiam Aqua in singulis tubis elevatur.

1421. Ex hisce sequitur, *Fluidorum Particulas singulas* ab omni parte æqualiter premi, & ideo *quiescere*; illasque non continuò inter se moveri, ut a multis statuitur. Si in quibusdam occasionibus talis motus detur, hic causæ peculiari tribuendus erit.

1422. *In Tubis communicantibus, sive æqualibus, sive inæqualibus, sive rectis, sive obliquis, Fluidum eandem adipiscitur altitudinem*; id est, omnes Superficies supremæ sunt in eodem plano horizonti parallelo; quod facilè ex dictis deducitur.

1423. TAB. XLVII. Fig. 1. Sit vas A, Tubus verticalis B, & Tubus inclinatus D; communicationem habeant per Tubum CE; detur in his Fluidum, & concipiatur superficies horizonti parallela *fhg*; si altitudines *fi* & *hk* fuerint inæquales, Fluidum adscendet ubi minor est. *. Ex eâdem ratione, nisi Pressiones in *g* & *h* fuerint æquales, Fluidum non quiescet; has verò æquales esse, quando *k* & *p* sunt in eodem plano horizontali, demonstramus.

*1416.

Sint

Sint *vpl*, *so*, *rn*, *qm*, horizontales, & verticales *ps*, *xor*, *tnq*, *lmg*; in ſingulis his horizontalibus ſuperficiebus ubique Preſſio æqualis eſt *. Punctum *s* ſuſtinet columnam Fluidi *ps*, æqualiter premitur *o*, & *r* ſuſtinet Preſſionem *xr*; eodem modo patet in *q* Preſſionem eſſe *qt*; & punctum *g* premi, quaſi ſuſtineret columnam *gl*. Sunt ergo Preſſiones æquales, quando *k* eſt in eodem plano horizontali in quo ſunt *l* & *v*. * 1415.

EXPERIMENTUM 4.

Machinæ, hìc delineatæ, Aqua infunditur; poſt agitationem quamcunque non quieſcit, niſi omnes ſuperficies ſint in eodem plano horizonti parallelo. Vas vitreum A cum Tubis vitreis B & D, ope Tubi æneí CE, conjungitur. 1424. TAB. XLVII. Fig. 2.

Non omnia Fluida ſunt æquè gravia; id eſt, non eandem Materiæ quantitatem in ſpatiis æqualibus continent, in ſingulis tamen prædicta locum habent. 1425.

Quando Fluida, diverſæ Gravitatis, eodem Vaſe continentur, gravius locum infimum occupat, & premitur à leviori, illudque pro altitudine hujus. 1426.

EXPERIMENTUM. 5.

Detur Aqua, aliquo Colore, Rubro ex. gr., leviter tincta, in Vaſe vitreo A, ad altitudinem *bc*; ei immergatur Tubus vitreus *de*; Aqua in hunc adſcendit ad altitudinem *bc* *; nunc Vaſe infundatur Oleum Terebinthinæ, quod Fluidum eſt Aquâ levius; ſtatim Aqua in Tubo elevabitur; & eo magis, quo ad majorem altitudinem Oleum infunditur; non tamen Aqua in Tubo ad eandem pertingit altitudinem cum Oleo in Vaſe; quia cum Aqua gravior ſit, non hujus eadem, quam Olei, altitudo requiritur, ut Preſſiones ſint æquales. 1427. TAB. XLV. Fig. 3. * 1416.

1428. Qui hocce Experimentum cum Mercurio & Aquâ instituere voluerit, majorem inter altitudines reperiet differentiam, propter majus inter Gravitates discrimen.

EXPERIMENTUM 6.

1429. Immergatur Tubi extremitas Aquâ; Oleumque Tu-
TAB. XLV. bo infundatur; Aqua in Tubo deprimetur ad *d*; & al-
Fig 4. titudo Olei *de* major erit altitudine Aquæ in Vase; si profundius immergatur Tubus, Aqua majori quantitate hunc ingreditur; si elevetur, Aqua iterum exit; ipsumque Oleum insequitur, si ad illam tollatur altitudinem, ut Olei Pressio Aquæ Pressionem, in parte inferiori Tubi, superet.

CAPUT II.

De Actione Fluidorum in Fundos, Latera, & Opercula, Vasorum, quibus continentur.

1430. FUndus *& Latera Vasis, quo Fluidum continetur, ut & Operculum*, quando supra hoc in Tubo Fluidum elevatur, *à partibus Fluidi illa immediatè tangentibus pre-*
* 361. *muntur*; & propter Actioni æqualem Reactionem *, æqualem etiam Particulæ istæ Pressionem sustinent. Cùm verò Pressio in Fluidis omnes Partes versùs sit æqualis, Fundus & Latera æqualiter premuntur cum Particulis Fluidi vicinis; *Actio ergo hæc ad instar altitudinis*
* 1418. 1414. *Fluidi crescit* *, & ubique ad eandem profunditatem est æqualis, pendetque ab illa altitudine, & nullo modo à Fluidi quantitate. Manente igitur Fluidi altitudine, & magnitudine superficiei quæ premitur, æqualis semper erit Actio in hanc superficiem, utcunque mutetur Vasis figura. Generalis est ergo hæc Regu-

la,

la, *Pressionem, quam patitur Superficies quæcunque, valere* 1431.
Pondus columnæ ex Fluido, cujus basis est ipsa Superficies, &
altitudo, in singulis punctis, distantia verticalis supremæ Superficiei Fluidi ab his punctis.

Talem esse, in Vase prismatico verticali, Pressionem 1432.
in Fundum non facile in dubium quis vocabit; nam totum Fluidi Pondus, & nil præterea, sustinet Fundus: servatâ autem altitudine Fluidi, & basi Vasis, ex demonstratione sequitur, non mutari Pressionem in Fundum; licet, mutatâ figurâ, Vas majorem, aut minorem, Fluidi copiam contineat. Hoc cum Experimentis congruit, & pro singulis ex Naturâ Fluiditatis deduci potest, ut, post exposita Experimenta, distinctius videbimus.

Machina,

Quâ Experimenta de Fluidorum Pressione instituuntur.

Cylindrus cavus A, ab utraque parte apertus, ab 1433.
interiori parte exactissimè politur; hujus diameter, ut TAB. XLV.
& altitudo, parum excedunt tres pollices cum semis- Fig. 5.
se, & Aqua in hoc Cylindro ad altitudinem trium Pollicum ponderat Libram unam.

Ope cochleæ ei additur Annulus I, ut à Tripode 1434.
sustineatur. Pedes autem cochleis Annulo junguntur, ut, ubi necesse est, tollantur. Separatum Pedem unum exhibemus in L; ita in superiore parte flexus hic est, ut ab Annulo I remotus sit ipse, quando pars *p o*, superioris extremi, juxta inferiorem superficiem Annulo inseritur. Securiclata est pars hæc, ut sponte hæreat, ante applicatam cochleam *u*, quæ majori firmitati inservit.

Cylindro A inseritur Fundus æneus ambulatilis; con- 1435.
stat hic ex Orbe R, cui conjuncta est Cauda *ts*, Cylindrica, & perpendiculariter ipsi in centro insistens. Cylindrus

lindrus hic *ts* trajicit ipſum hunc Orbem R, & inferiori parte S cochleam efficit. Superficiei inferiori Laminæ R, applicatur, interpoſito Corio, ſuperior ſuperficies Cylindri M, Semi-Pollicem alti; ne Corium hujus excedat baſim cavendum. Cylindrus hic cavus eſt, & quidem ex tenuiori metallo ut minus ponderet. Cylindrum hunc ſuperius apertum figura exhibet; tunc minus ponderat, & ipſius ora ſulco, in inferiori ſuperficiei Laminæ R, inſeritur; Corio ingreſſus Aquæ cohibetur; magis tamen commodum erit, ipſum hunc Cylindrum, Laminæ R, conferruminare. Cochlea *s* liberrimè Cylindrum trajicit, cui applicatur Laminâ O, in cujus Centro foramen datur Cochleâ inſtructum, ipſi interiori cochleæ *s* reſpondenti.

Converſione Cochleæ, Lamina coriacea N, inter O & M firmatur: Corium hoc ab omni parte Fundum quantitate Semi-Pollicis excedit, & tegit Cylindri M ſuperficiem exteriorem, quando Fundus Cylindro A intruditur; impeditque ne Aqua, dum Fundus movetur, effluat; quod melius procedit, quando Corii epidermis Cylindri mobilis ſuperficiem tangit.

1436. Corio utor vitulino; Oleo immergitur, poſt aliquot dies extrahitur, ut per æquale tempus in Aquâ maceretur; quâ adhibitâ præparatione, Corium probè Oleo & Aquâ illinitur, moveturque Fundus variis vicibus per Cylindrum; & per biduum aut triduum in hoc relinquitur. Ita præparatum Corium per multos annos Experimentis inſervire poteſt; ſi, in loco ſicco ſervetur. Ubi Experimenta inſtituenda ſunt, Corium cum Fundo jungatur, Oleo & Aquâ illinatur, tuncque

per

per aliquot horas, aut potius dies, in Cylindro relinquatur, antequam Machinâ utamur. Immediatè etiam ante Experimenta iterum Oleo & Aquâ illiniri debet; facilè tunc Fundus movetur, & exactè aquam retinet: motus quoque juvatur, si etiam Cylindri A superficies interior Oleo illita sit. Corium neque nimis tenue, neque nimis crassum, adhibendum; quod judicio Artificis relinquitur.

Cauda *t s* motum Fundi dirigit; transit enim per foramen *m* in Laminâ B, quæ Cylindro majori A superimponitur, & in ejus orâ in incisionibus hæret; Cauda Oleo illinitur. In hujus superiori parte foramen datur in *s*, ut cum Fundo, ope unci *v*, jungatur Catena ænea T, quæ per Tubum, statim memorandum F, immittitur; ut, ope hujus Catenæ, Fundus cum brachio Libræ conjungatur. 1437.

Cylindrus A, Operculo C, cochleâ instructo, tegitur; & ne Aqua effluere possit, interponitur annulus coriaceus G, qui, ope cochleæ, quâ operculum jungitur Cylindro, arctè comprimitur; Operculo cohæret Lamina quadrata, & securiclata, *e*, & cum Cylindro A conjuncta est ansa *h*, ut auxilio clavis E, & stili H, magis commodè aperiatur, & claudatur, Cylindrus. In medio perforatum est Operculum; & Cylindrus cavus D, ab exteriori parte cochleâ circumdatus, cum illo cohæret; ut Tubus F cum Machinâ conjungatur; etiam hìc, adhibito Corio, Aquæ effluxus cohibetur, & adhibitâ clave compressio datur arcta. 1438.

In Experimentis Pondera ut P Cylindro A imponuntur; plurima desiderantur, duo quatuor Librarum, duo duarum Librarum, duo unius Libræ, totidem semi 1439.

 mi

mi Libræ, ut & quartæ partis Libræ. Pondera hæc ad latus sunt incisa, ut recipiant Tubum F.

1440. Ut autem commode operculo C imponantur hæc Pondera, ipsum hoc tegimus Annulo ligneo Q; quem in situ inverso repræsentamus; incisio lateralis quoque datur in *q*, cujus ope recipit Tubum F; deprimitur tunc, estque ita excavatus, ut recipiat Cylindrum D, & Laminam *e*.

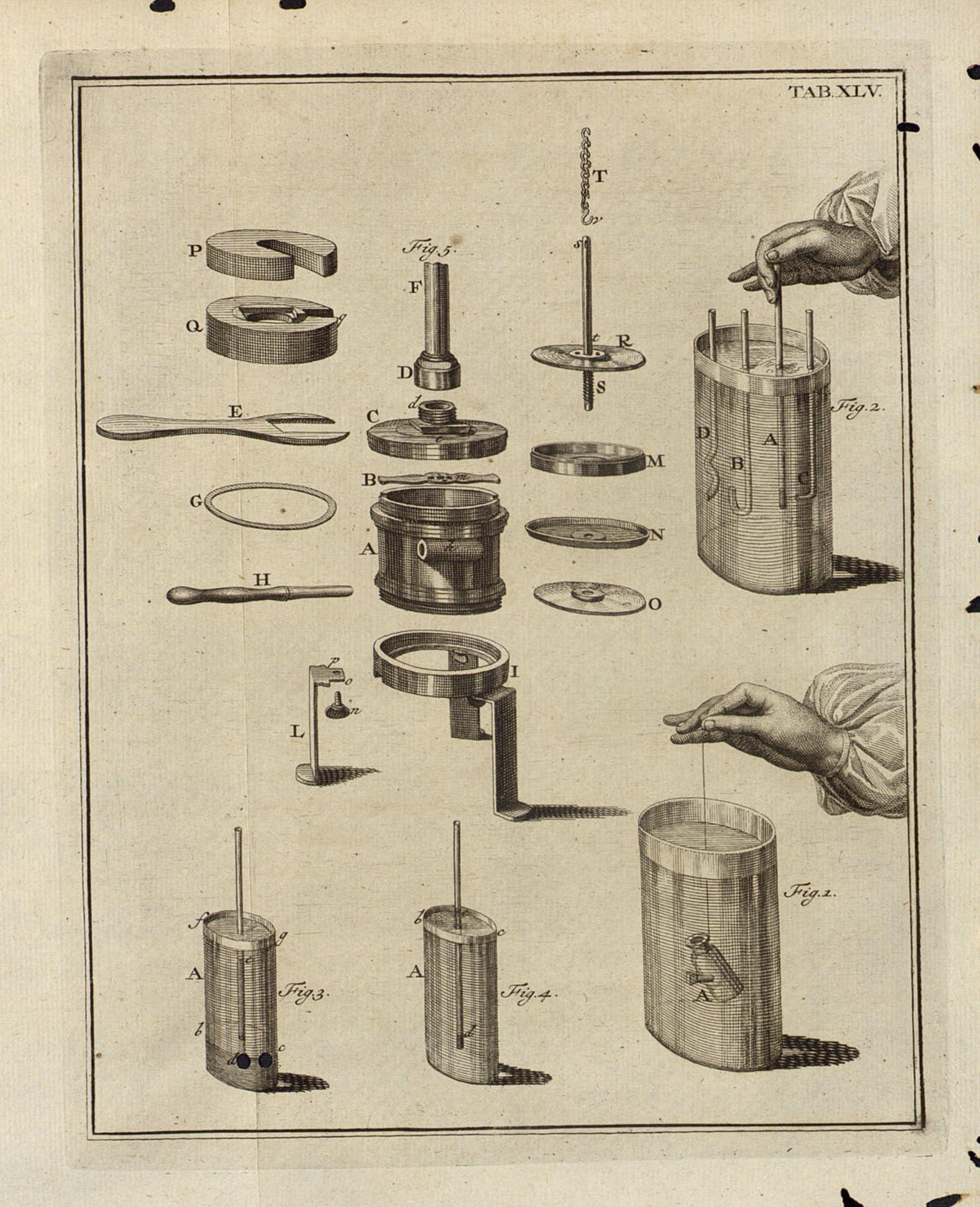
EXPERIMENTUM I.

1441. TAB. XLVI. Fig. 1. Tigna tria, in imo divaricata, sustinent Caput ligneum I. Ita hæc sunt incisa, ut dum Caput sustinent, lateraliter quoque Tignorum extrema huic applicentur; Verticulis Tigna Capiti juncta sunt, ut ubi Machina transvehenda est, illa facile sibi mutuò admoveantur. Caput I ex duabus partibus, inferiori exagona, & superiori sphærica O, constat; Caput hoc trajicit cochlea ferrea V C, in inferiori extremo flexa, ut uncum V efficiat, cui Libra appenditur, quæ facilè ad altitudinem, in Experimento requisitam, & quam Figura satis indicat, elevatur, conversione cochleæ exterioris D, quæ quoque ferrea est.

1442. Partes Machinæ, supra explicatæ*, ut dictum junguntur. Catena, quæ cum Fundo mobili cohæret*, in G brachio Libræ jungitur; mediumque altitudinis Cylindri A Fundus hic occupat, quando Libræ jugum horizontale est. Lanci E, Pondus imponitur, ut hæc in æquilibrio sit cum Pondere solius Fundi & Catenæ; quantum hoc Pondus sit antea explorandum. Cum Tubo F*, cujus longitudo est Pollicum triginta duorum, in superiori parte, ope cochleæ Infundibulum conjunctum est Cylindricum, cujus diameter est circiter novem, & altitudo quatuor, Pollicum.

* 1431. * 1437. * 1438.

Jugo


TAB.XLV.
Fig.5.
Fig.2.
Fig.1.
Fig.3.
Fig.4.
P
Q
F
D
T
R
S
E
C
M
B
G
N
A
H
O
I
L

Jugo Libræ horizontaliter diſpoſito, infundatur Aqua Tubo F, ut in Infundibulo pertingat; & ad altitudinem trium Pedum ſupra Fundum Cylindri elevetur; quæ in interiori ſuperficie Infundibuli, colorato circulo, notanda altitudo eſt. Ponderi, Lanci E jam impoſito, additur Pondus duodecim Librarum, & æquilibrium datur; id eſt, in ſitu horizontali manet jugum, ubi, in eo ſitu poſitum, ſibi relinquitur. Diminuto, aut aucto, Pondere, adſcendit, aut deſcendit, Fundus. Quantitate tamen ad minimum ſemi Libræ, augendum, aut minuendum, eſt Pondus, propter attritum Fundi; ſæpe major differentia deſideratur; quod ab attritu pendet, qui minuitur agitando Fundum ſurſum & deorſum, antequam, in ſitu horizontali, ſibi relinquatur.

Altitudo ſupremæ ſuperficiei Aquæ ſupra Fundum, in hoc Experimento, eſt, ut diximus, trium Pedum. Columnæ aqueæ, cujus hæc eſt altitudo, & quæ baſin æqualem Fundo Cylindri habet, Pondus eſt duodecim Librarum *; & Experimentum demonſtrat tantum *1433. etiam valere Preſſionem Aquæ in Fundum, licet exigua tantùm Aquæ copia hunc premat.

Cum de ſolo motu Fundi agatur, Machina firmanda eſt, ne tota elevetur, quod fit impoſitis Ponderibus P, P *. *1439. 1440.

Experimentum 2.

Sublato Operculo cum Tubo, Cylindrus A conjungitur cum Cono truncato inverſo N, cum quo in inferiori parte cohæret Annulus C cochleam continens, quâ hic, eodem modo, cum Cylindro A jungitur, ut de Operculo dictum *. 1443. TAB. XLVI. Fig. 2. *1438.

Aqua huic Machinæ infunditur ad eandem altitudinem ſupra Fundum, ac in præcedenti Experimento; Experimentum de cætero eodem modo peragitur, & eodem modo procedit; Preſſioque, ſervatâ Aquæ altitudine, ex mutato Vaſe, & Aquæ quantitate, non mutatur. Altitudo Aquæ, in interiori ſuperficie Vaſis, notatur.

EXPERIMENTUM 3.

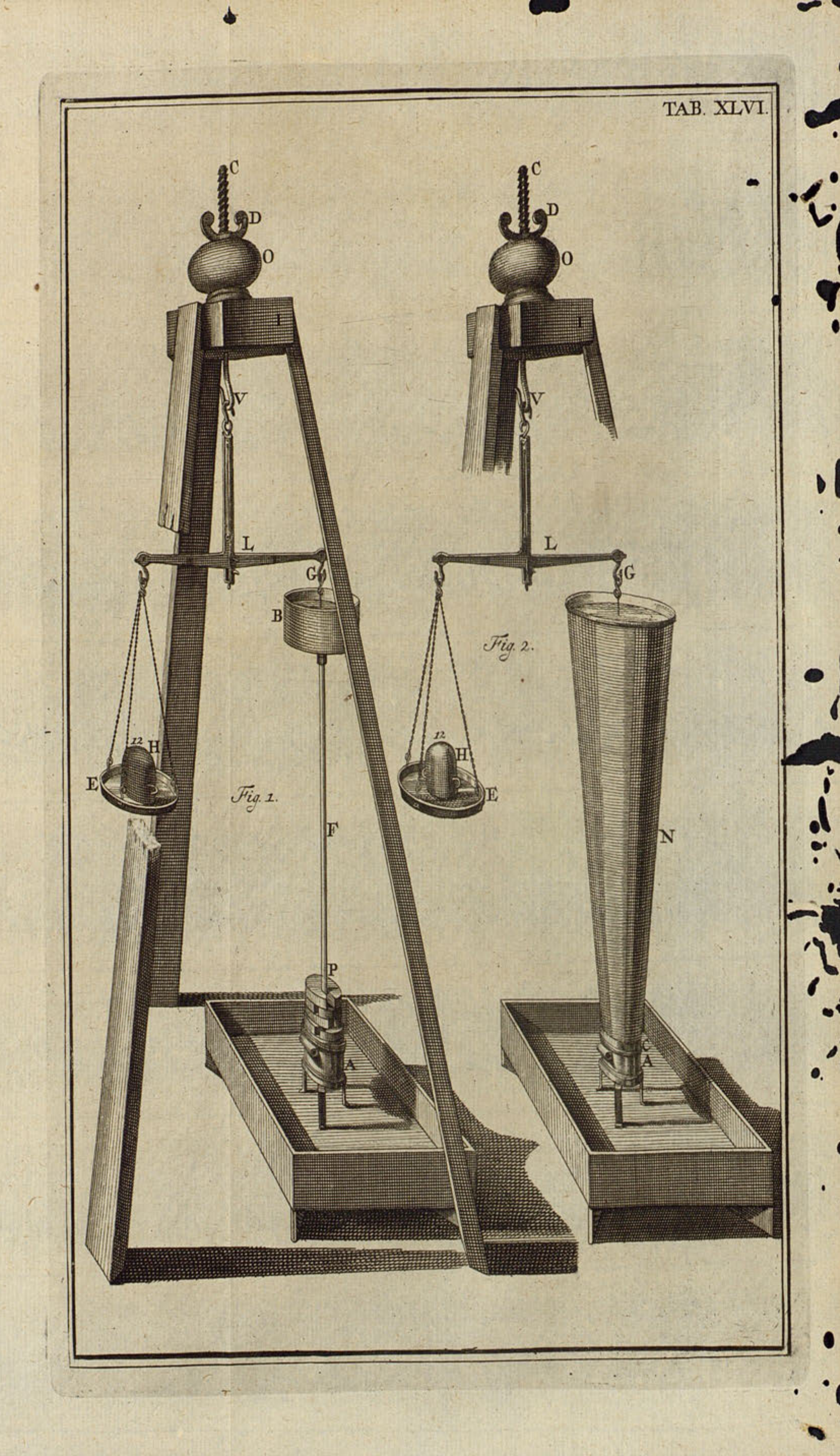
1444. TAB. XLVIII. Fig. 1. * 162. * 165. Columna C *, quam ſæpius jam adhibuimus, in Menſâ firmatur; ipſi conjungitur Brachium Q, cum unco ſuo *v*, huic Libra appenditur L; cujus Lanx E parum à Menſâ diſtat, quando jugum in ſitu horizontali eſt: Brachio alteri appenditur Vas vitreum A, annulo cupreo *ee* cinctum, ut ipſi anſa conjungatur B.

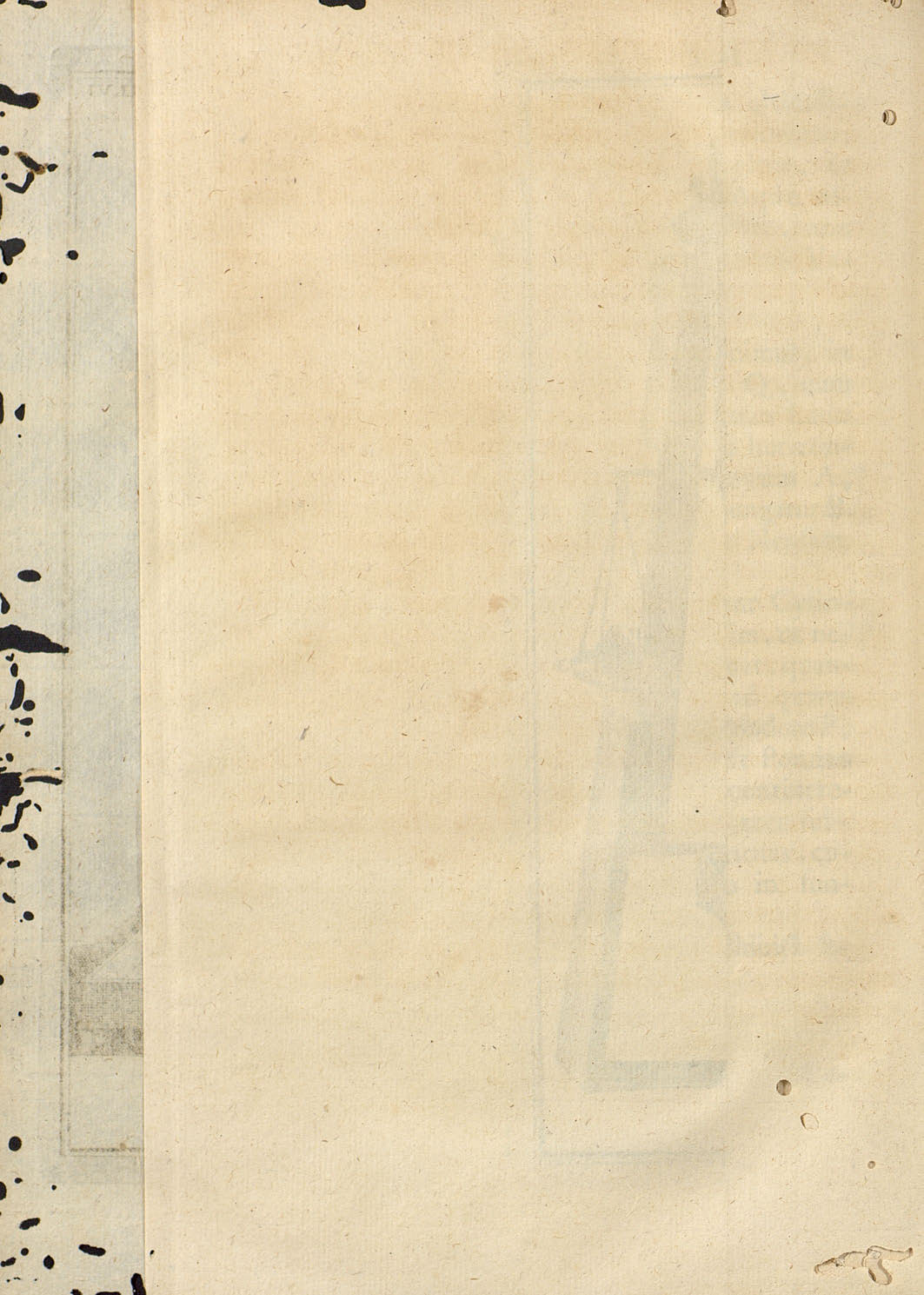
Columna D quoque firmata eſt infra ipſam Menſam, cochleâ per hanc penetrante.

Hac Columnâ, auxilio Brachii H, ſuſtinetur Cylindrus ligneus G, qui in Vas A penetrat; ſed ita, ut neque latera, neque fundum, Vaſis memorati tangat, quando Libra eſt in æquilibrio. Si Vaſi Aqua, ad quamcunque altitudinem, ita infundatur, ut cum Pondere P, lanci E impoſito, æquilibrium detur; hocce erit Pondus totius Aquæ, quæ in Vaſe, ſublato Cylindro, contineretur, poſitâ hac ad eandem altitudinem, quam ante ſublatum Cylindrum habuit; & parva Aquæ quantitas, cujus ſuprema ſuperficies elevatur, quâ Preſſio in fundum augetur, magnum Pondus ſuſtinet.

1445. Preſſionem lateralem verticali æquari, adhibitâ ſequenti Machinâ, ad oculum patebit.

Ma-


TAB. XLVI.
C
D
O
I
V
L
G
B
12
H
E
Fig. 1.
F
P
A
Fig. 2.
N



MACHINA,

Quâ demonstratur Pressio Fluidorum lateralis.

Vas D B est Parallelopipedum ligneum, altum circiter tres Pedes cum semisse; in inferiori parte, Fundum versùs, lateralis datur apertura, in quâ hæret Annulus æneus, cochleam continens, ut Cylindrus A, quem supra memoravimus *, interposito annulo coriaceo, firmetur; sublatis in antecessum Pedibus, qui cochleis Annulo inferiori annectuntur *. Motus Fundi in Cylindro, in hoc casu, est horizontalis. Ad latera Machinæ huic junguntur duæ Regulæ ligneæ, quarum una videtur in GH; super his horizontaliter movetur Regula CC, quæ in medio F ad latus prominet; ut hujus motu intrudatur Cylindri Fundus, quem Regula premit paululum infra centrum. In C & C Funes, ut C*e*, C*e*, huic Regulæ alligantur; hi juxta Regulas, ut GH, protenduntur, transeunt super Trochleis in harum Regularum extremitatibus, ut T, T, & iis appenduntur Pondera, ut P, P. 1446. TAB. XLVI. Fig. 3.

* 1433.
* 1434.

EXPERIMENTUM 4.

Infundatur Aqua Vasi B D ita, ut Aquæ superficies tribus Pedibus elevetur supra lineam, in quâ Fundus premitur. Si Pondera P, P, singula sint sex Librarum, ita ut simul sumta valeant duodecim Libras, Pressio Aquæ Pondera sustinebit; & Fundus in hoc casu æquè facilè intruditur, quàm extrahitur. 1447.

Vim, quâ Aqua sursum premit, æqualem esse illi quâ deorsum, & ad latera, premit, sequenti Experimento probatur. 1448.

EXPERIMENTUM 5.

1449. TAB. XLVII. Fig. 4. In medio superioris superficiei sustentaculi E, datur Cylindrus diametri circiter duorum Pollicum, cui imponitur Fundus mobilis Cylindri sæpius memorati A *; ita ut, manente Fundo, ipse Cylindrus moveri possit; hic Operculo suo tegitur, & cum eo conjungitur Tubus F longitudinis trium Pedum cum semisse; cui in superiori extremitate additur Infundibulum B, cujus diameter æqualis est diametro Cylindri A. Infunditur Aqua, tali quantitate, ut in Infundibulo ad altitudinem quamcumque detur. Manente Fundo, Machina elevatur; imponuntur Operculo Pondera P, P, P *, quæ simul valent Libras novem; hæc, cum Pondere totius Machinæ, ab Aquâ in Tubo sustinentur; Pondus vero Machinæ, cum Tubis & Infundibulo, parum deficit à sex Libris.

* 1413.

* 1439. 1440.

Vis, quæ in Operculum agit, valet Pondus columnæ aqueæ, cujus basis est Operculum, demto foramine cui respondet Tubus, & cujus altitudo est, Aquæ altitudo supra superficiem interiorem operculi *; altitudo hæc est trium pedum cum semisse, ad Aquam enim in Infundibulo non attendimus; nam propter Cylindri A, & Infundibuli, æquales diametros, Pondus hujus Aquæ, valet exactè Actionem, quam in Operculum exserit, sive major, sive minor, fuerit illius quantitas.

* 1431.

1450. Manente Tubo si Cylindri diameter augeatur, actio in Operculum in eadem ratione cum Operculo crescet, ita ut minimâ Aquæ quantitate Pondus maximum sustineatur, ac etiam elevetur.

FOL-

Follis Hydrostaticus.

Duo Orbes lignei AB, AB, diametri quindecim Pollicum, Corio circumdantur, & junguntur ita, ut formetur Vas Cylindricum, Folli aliquomodo simile, quod Aquam continere potest. 1451. TAB. XLV. Fig. 2.

In orbe superiori datur foramen in *l*, cui respondet Cylindrus æneus, cum Orbe cohærens, & cochleâ circumdatus, quo Tubus F, ejusdem longitudinis cum Tubo in præcedenti Experimento, Machinæ jungitur.

Experimentum 6.

Aqua Machinæ per Tubum infundatur, & Aqua in Tubo sustinebit pondera P, P, P, P, P, quæ simul valent trecentas Libras. Hisce in Infundibulum adscendit Aqua; sed exigua in Infundibulo est Aquæ altitudo. Pondera, infundendo Aquam in Tubum, etiam elevari poterunt. 1452.

Hæc omnia, quantumvis paradoxa, ex Naturâ Fluiditatis sequuntur; Gutta quæcunque, quæ quiescit, omnes partes versùs æquali cum Vi conatur recedere*; si ergo ab unâ parte prematur, illam partem versùs, propter æqualem Actioni Reactionem, ipsa premet; & hac eâdem Vi omnes partes versùs recedere conabitur. In primo Experimento, Aqua, quæ Fundum tangit, & Tubo respondet, sustinet Pondus columnæ aqueæ in Tubo contentæ, & ad Fundum usque continuatæ; hac Vi Fundum premit, ut & Aquam vicinam, quæ cum effluere non possit, in Fundum, & Aquam vicinam, hac eâdem Vi agit; quod & ad Aquam huic vicinam applicari potest; quare, in omnibus Fundi punctis, datur Pressio æqualis Pressioni in loco, in quem Aqua in Tubo agit; & ideo Fundus hic gravatur eodem modo, ac si Aquæ columna, ejusdem altitudinis cum 1453.

* 1418.

cum Aquâ in Tubo, & cujus basis esset ipse Fundus, huic imponeretur.

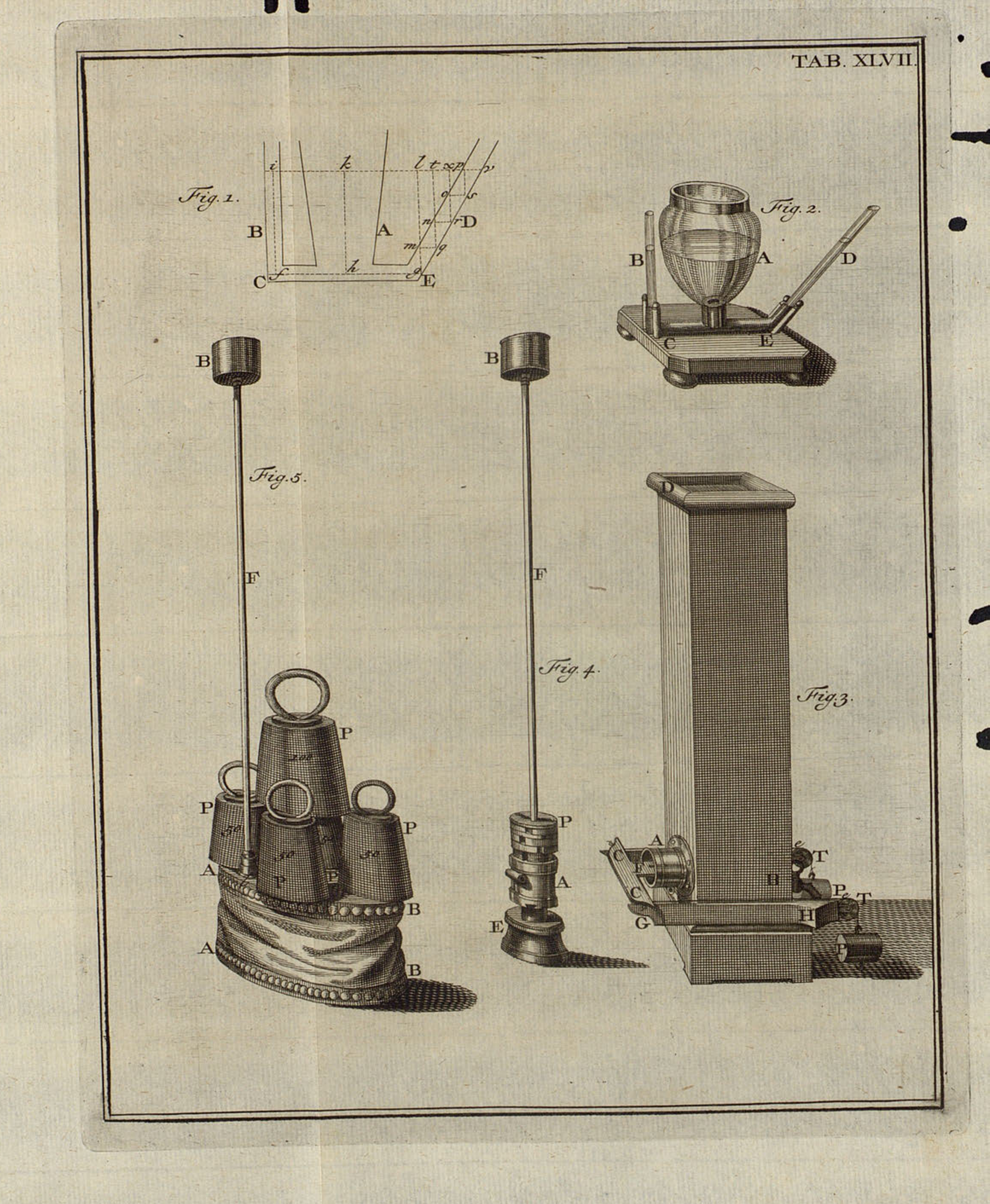
1454. Simili ratiocinio dilucidantur Experimenta 5. & 6. Patet enim singula Operculi puncta sursum premi ab Aquâ eâ Vi, quâ Aqua, quæ in aperturâ Operculi hæret, à superiori, quæ Tubum replet, deorsum premitur.

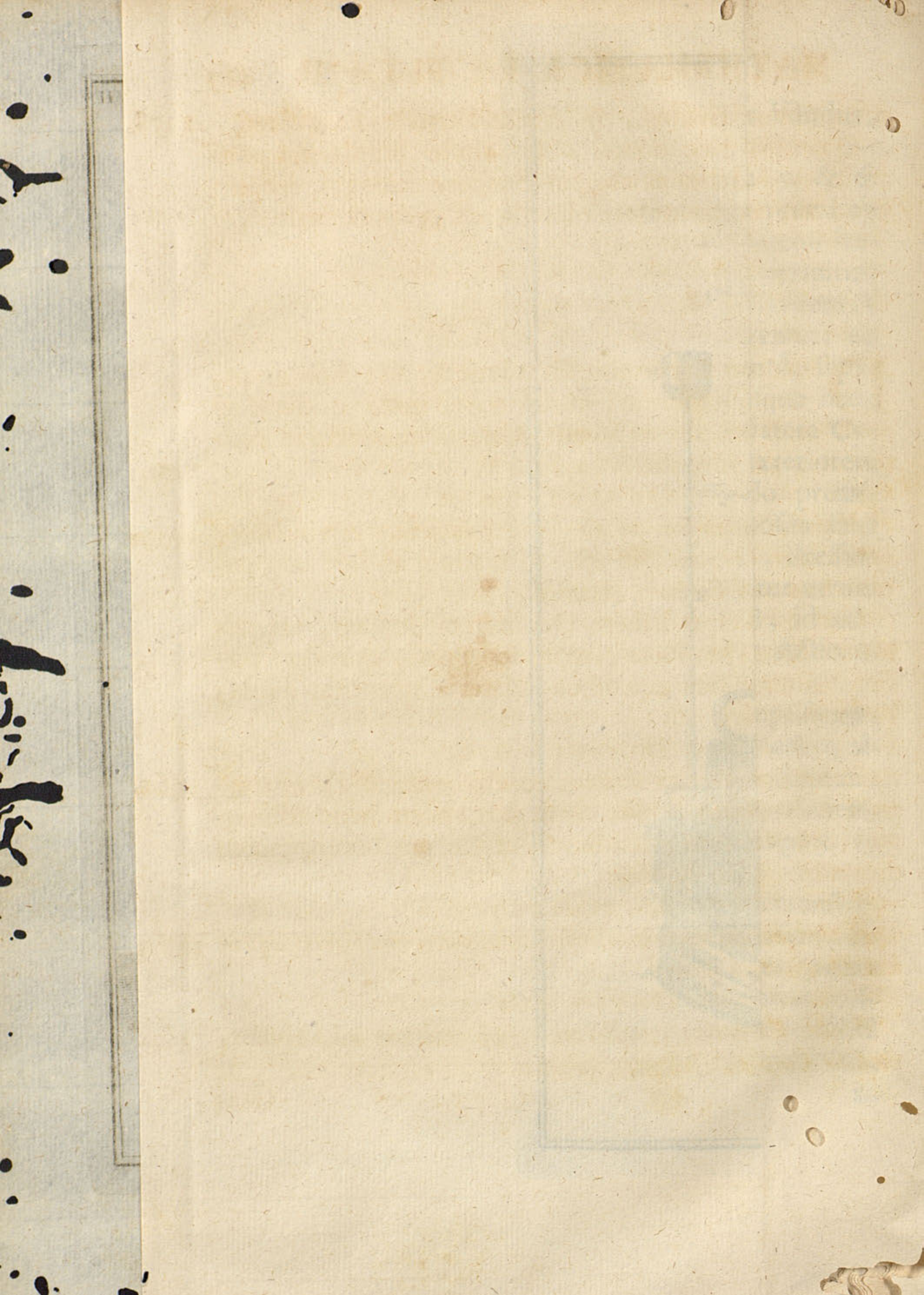
1455. In secundo Experimento concipiatur, Cylindrum A continuari ita, ut ad Aquæ superficiem perveniat; eo Aqua exterior ab Aquâ, hoc Cylindro contentâ, separatur, hæcque sola Fundum premit, Fundusque hanc totam sustinet. Aqua in Cylindro premit latera Cylindri, Aqua exterior premit superficiem exteriorem Cylindri, & superficies exterior eodem modo premitur ac interior, Pressionesque in puncta opposita sunt æquales; ita ut, si hæc superficies tollatur, Pressiones hæ sese mutuò destruant; non interest igitur utrum talis superficies detur, an non; & eâ sublatâ, id est, sublatâ Cylindri continuatione, non mutatur Actio in Fundum.

1456. In Experimento tertio Pondus Lanci impositum, non modò sustinetur ab Aquâ in Vase, sed etiam ab Actione superficiei inferioris Cylindri G in Aquam; quæ Actio æqualis est Actioni Aquæ in hanc superficiem, in quam eodem modò premit Aqua, ac in Exp. 5. in Operculum agit.

1457. Pressionem lateralem, qualem in Exp. 4. demonstravimus, æqualem esse illi, quæ sursum, aut deorsum, dirigitur, ex æqualitate Actionis Fluidi omnes partes versùs, facilè deducitur; clarum ergo est, ipsam nullo modo pendere ab amplitudine Vasis; & sepositâ agitatione, æquè facilè integrum Mare posse cohiberi,

ac


Fig. 1.
i
k
l t x p
p
o
s
B
A
n
r D
m
q
C f
h
g E
Fig. 2.
B
A
D
C
E
B
Fig. 5.
F
P
P
P
A
P
B
A
B
B
F
Fig. 4.
P
A
E
D
Fig. 3.
A
C
F
C
G
H
H
T
P
T
P



ac minimus rivulus, si Aquæ altitudo sit eadem. 1458.

Quamvis hæc omnia à Gravitate Fluidorum pendeant, hæ Actiones ab ipso Pondere distingui debent, quod semper quantitati Materiæ est proportionale *. * 1411.

CAPUT III.

De Solidis Fluidis immersis.

DIversam Corporum Gravitatem, sive Solidorum, sive Fluidorum, ex eo oriri, quod in spatio æquali majorem, aut minorem, Materiæ quantitatem contineant, ex ante dictis sequitur *. * 156.

DEFINITIO 1.

Materiæ quantitas in Corpore, considerata cum relatione 1459.
ad Volumen Corporis, id est, ad spatium ab hoc occupatum, *vocatur Corporis Densitas.*

Corpus dicitur habere Densitatem duplam, aut triplam, &c. Densitatis alterius Corporis, quando, positis Voluminibus æqualibus, Materiæ quantitas dupla, aut tripla, &c. est.

DEFINITIO 2.

Corpus homogeneum dicitur, quod in omnibus Partibus est 1460.
ejusdem Densitatis. Hoc sensu nos vocem hanc adhibemus, ad alia non attendimus, ut Corpus homogeneum dicamus. Ideo quoque

DEFINITIO 3.

Heterogeneum vocamus Corpus, cujus non omnes Partes æqua- 1461.
lem Densitatem habent.

DEFINITIO 4.

Pondus Corporis, consideratum cum relatione ad Volumen, 1462.
vocatur Corporis Gravitas specifica.

Gravitas ſpecifica dicitur dupla, quando, manente, Volumine, Pondus eſt duplum.

1463. *Gravitates* ergo *ſpecificæ*, *& Denſitates*, *Corporum*, *in Corporibus homogeneis*, *in eâdem ſunt ratione*; *& ſunt inter ſe*, *ut Pondera Corporum æqualium quantum ad Volumen.*

1464. *Si Corpora homogenea fuerint ejuſdem Ponderis*, *Volumina* eo *ſunt* minora, quo Denſitates ſunt majores; &, manente Pondere, minuitur Volumen in eâdem ratione, in quâ Denſitas augetur; ſunt ideo in hoc caſu Volumina, *inverſè ut Denſitates.*

Ex his deducimus, quomodo in homogeneis Corporibus, ſi duæ dentur ex tribus rationibus, Ponderum, Voluminum, & Denſitatum, tertia detegatur.

1465. *Pondera ſunt in ratione compoſitâ Voluminum*, *& Denſitatum.*

1466. *Volumina ſunt directè*, *ut Pondera*, *& inverſè ut Denſitates.*

1467. Tandem *Denſitates ſunt directè*, *ut Pondera*, *& inverſè ut Volumina.*

1468. *Quando Solidum Fluido immergitur*, *à Fluido ab omni parte premitur*, *Preſſioque hæc in ratione altitudinis Fluidi ſupra Solidum creſcit.* Ut hoc ex dictis in Capite præcedenti ſequitur, ac etiam directo Experimento probatur.

EXPERIMENTUM I.

1469. TAB. XLVIII. Fig. 2. Extremitati Tubi vitrei B C alligatur Saccus coriaceus S, Mercurio plenus; Veſica etiam poteſt adhiberi; immergitur Saccus hic Aquâ, ſed ita, ut extremitas C Tubi extra Aquam maneat. Preſſione Aquæ, in ſuperficiem Sacci, adſcendit Mercurius in Tubum, & pertingit ad *m*; adſcenſusque Mercurii ſequitur

tur proportionem altitudinis Aquæ supra Saccum.

Quando Solidum ad magnam profunditatem Fluido immergitur, Pressio, in superiorem partem, à Pressione, in inferiorem, vix differt; unde *Corpora, altè immersa, ab* 1470.
omni parte quasi æqualiter premuntur. Pressio autem, quæ 1471.
ab omni parte æqualis est, *à Corporibus mollibus sine figuræ mutatione, & ab admodum fragilibus sine disruptione, sustineri potest.*

EXPERIMENTUM 2.

Frustum Ceræ mollis, figuræ irregularis, & Ovum, 1472.
Vesicæ Aquâ repletæ includuntur; Vesica, exactè clau- TAB. XLVIII.
sa, Pyxidi æneæ A inseritur; nos utimur Cylindro an- Fig. 3.
tea memorato *, cum conjuncto Operculo, sed sublato * 1433.
Fundo mobili, & Annulo cui Pedes adhærent, illumque, in situ inverso, Annulo ligneo * imponimus. Operculo * 1440.
ligneo, quod in B (*Fig.* 4.) separatim exhibetur, tegitur Cylindrus, sed ita, ut illud à Vesicâ sustineatur; Pondus P, centum, aut centum & quinquaginta, Librarum, etiam majus adhiberi potest, superimponitur, quo neque Ovum frangitur, neque Ceræ figura ullo modo mutatur.

Ne quidem Guttæ cujuscunque Fluidi figura, Pressione 1473.
alterius Fluidi, ab omni parte æquali, mutari potest. Sit TAB. XLVIII.
Gutta figuræ irregularis A, quæ alio Fluido ab omni Fig. 5.
parte æqualiter prematur. *Directio Pressionis, in omni-* 1474.
bus punctis, est perpendicularis ad superficiem; quod si negetur, resolvenda erit Pressio in duas *, quarum una * 319.
perpendiculariter agat ad superficiem, alia juxta directionem superficiei parallelam; quæ secunda, in superficiem non agit, & premitur Gutta illâ solâ, cujus directio perpendicularis est ad superficiem. Prematur punctum B; Guttula pressa quaquaversum æquali cum-

*1418. Vi premit *, & Guttæ minores singulæ pressæ eodem
modo premunt; ita ut Pressio statim per integram Gut-
tam datam dispergatur; & particula ut D, quæ in Gut-
tâ ab omni parte æqualiter premitur, conatur recede-
re per DE, cum Vi quâ premitur, id est, cum Vi
quâ externè premitur particula B, sed æquali Vi poni-
mus per ED premi particulam D; non poterit ergo
hæc moveri; eadem demonstratio poterit applicari pun-
cto F, ut & alii puncto cuicunque superficiei; quare
nullus motus in Guttâ dari poterit.

1475. *Solidum Fluido specificè gravius, ad quamcunque altitudi-
nem Fluido immersum*, deorsùm pellitur Pressione, quæ
valet Pondus columnæ, quæ efficitur ex ipso Corpore,
& ex Fluido superincumbenti. Pondus columnæ simi-
lis, sed quæ tota ex Fluido constat, est Vis cum quâ
*1431. 1468. Corpus à Fluido sursum premitur *. Cum verò Soli-
dum ponatur Fluido specificè gravius, Vis hæc minor
est illâ, & ab eâdem superatur, & Corpus *descendit*.

1476. Simili ratiocinio, *Solidum Fluido specificè levius immer-
sum, ad supremam Fluidi Superficiem adscendere* debere,
probatur.

1477. *Positâ* verò *eâdem Solidi cum Fluido Gravitate specificâ*,
neque adscendet, neque descendet, sed *ad quamcunque
altitudinem in Fluido suspensum illud manebit*; & Fluidum
integrum Corpus sustinebit; in quo casu, propter æ-
qualitatem Gravitatum specificarum, Fluidum sustinet
Pondus æquale ponderi Fluidi, quod impleret spatium
à Solido occupatum. Fluidum autem eodem modo a-
git in omnia Solida æqualia, ad eandem profunditatem
1478. immersa, & æqualiter hæc sustinet; *amittit* ergo *Corpus
omne immersum partem Gravitatis suæ, æqualem Ponderi Fluidi,*

quod

quod spatium à Corpore occupatum posset implere.

Non quidem amittit Corpus partem Ponderis, quæ 1479.
à Fluido sustinetur; sed descendit in Fluido, aut trahit funem, quo sustinetur, quasi revera Pondus imminutum foret.

BILANX HYDROSTATICA.

Columnæ C * conjungimus Columnam minorem G, 1480.
interposito Annulo E *. Huic ultimæ Columnæ applicamus Brachium A *, quod firmamus cochleâ F *. TAB. XLIX. Fig. 1. * 162.

Libram *l* suspendimus duobus Funiculis, ut agitationem jugi horizontalem impediamus; eum quoque in finem, annulum *i*, ex quo ansa Libræ dependet, inserimus minori regulæ ligneæ BB, & clavo *b*, qui regulam & annulum trajicit, hunc ipsum annulum sustinemus. * 163. * 170. * 164.

Et aliâ Methodo quoque agitatio dicti Annuli impeditur; si hic appendatur, uncis duobus, cum ipsâ regulâ BB, aut filo æneo, cohærentibus, ut hoc in TAB. LII. exhibemus. 1481.

Funiculi, quibus Filum hoc æneum, aut Regula BB, sustinetur, paralleli sunt, & circumeunt trochleas cum Brachio A cohærentes; inde deorsum deducuntur, ad Trochleas quæ juxta basin cum Columnâ C lateraliter cohærent, & quarum una apparet in S; his quoque circumponuntur Funiculi qui horizontales fiunt & cum minori regulâ ligneâ T cohærent; quæ ipsa conjungitur cum unco Ponderis P, sex aut octo libras grave. 1482.

Motu hujus Ponderis ad libitum elevatur, aut deprimitur, Libra. 1483.

Catenis tenuioribus, loco Filorum, suspenduntur 1484.

 Lan-

Lances; quibus in centro inferioris superficiei unci adhærent; & tribus pedibus, dimidiatum Pollicem altis, insistunt.

Uncis Lancium junguntur fila ænea *a*, *a*; extrema inferiora ita sunt flexa, ut uncos efficiant *c*; sed distinctius hoc apparet in Fig. 2. in quâ eadem Libra exhibetur.

1485. Cum Columnâ C jungitur Tabella H L H, replo circumdata, quæ ad varias altitudines firmari potest; huic Tabellæ Lances Libræ imponimus, & ubi æquilibrium est explorandum, parum elevatur Bilanx, cujus motum nimium ipsa Tabella impedit. Est hæc perforata in *m* & *m*; foramina respondent Uncis Lancium & Fila ænea *a*, *a*, per hæc ipsa foramina penetrant.

1486. Sæpius autem obtingit, non exactè horizontalem esse Mensam, cui imposita est columna C; in quo casu non ipsis uncis exactè foramina Tabellæ respondent; quod incommodum ut vitari possit, in hujus constructione peculiaria quædam observanda sunt. Brachium D O, quod Tabellam sustinet, separatim repræsentamus; hujus cauda per Columnæ aperturam transit & firmatur
* 167. cochleâ O Q, ut de alio dictum *. Brachium hoc perforatum est, & scissura à *d* ad *d* extenditur.

Tabellam ipsam H L H, quoque separatim, hujusque inferiorem superficiem, exhibemus. Juxta hanc superficiem inter duas regulas mobilis est Lamella lignea I; mobilis hæc tantùm est per spatium quod parum Pollicem superat, & in puncto quocunque hujus spatioli firmari potest; hunc in finem cum Lamellâ ligneâ juncta datur Lamella ænea *q*, in quâ scissura datur, quam cochlea *o*, ipsi Tabellæ H L H inhærens,

tra-

trajicit; hac autem cochleâ firmatur Lamina lignea I. Huic in medio ad angulos rectos insistit & firmiter cohæret Lamina cuprea *n*, cochleam conjunctam habens *p*.

Quando Brachio D O applicatur Tabella, Lamella *n* aperturæ *dd* inseritur, in quâ per spatium, quod quoque parum tantùm Pollicem superat, transferri potest, firmatur autem cochleâ *p*, applicatâ hujus parte exteriori *g*, interpositâ Lamellâ *h*, ne lignum lædatur.

Ubi cum Columnâ C Tabella conjuncta est, relaxatis parum cochleis *o* & *p*, Tabella potest à Columnâ removeri, aut huic admoveri, motu Laminæ *n* in scissurâ *dd*; potest quoque, motu Lamellæ ligneæ I inter regulas, lateraliter agitari Tabella; cùmque, in his agitationibus, Tabella motu parallelo feratur, facilè foramina disponuntur, ut cum uncis Lancium respondeant. 1487.

Experimentum 3.

In hoc Experimento Bilance Hydrostaticâ, novissimè explicatâ, utimur; præterea indigemus Cylindro cupreo, accuratè elaborato C, in cujus basis superioris, quam repræsentare non potuimus, centro uncus hæret exiguus. In centro basis inferioris foramen datur *a*, per quod globuli plumbei minores Cylindro inseruntur, quo Pondus ad libitum variari potest; clauditur foramen cochleâ *b*, cujus Caput ita basi inseritur, ut unicam cum reliquâ basi superficiem efficiat. 1488. TAB. XLVIII. Fig. 6.

Cylindrus cavus E quoque cupreus est; ad superiorem partem apertus, & ansâ F instructus, ut ope Capilli equini N suspendi possit. Hujus interior superficies benè est levigata; & exactè Cylindri hujus capacitatem 1489.

tatem replet Cylindrus alter C; ne autem aër ingressum, & extractionem, hujus Cylindri impediat, cochleâ *d*, foramini, in centro basis Cylindri E, inseritur, ut, remotâ hac cochleâ, aër intrare, & exire, liberè possit. Capillus equinus M ipsi cochleæ *d* jungitur.

1490. Unco Lancis Libræ jungitur Capillus equinus cum ansâ Cylindri aperti *, quem in hac Fig. literâ N designamus, cohærens; & Capillo equino hujus fundo adhærenti jungimus Cylindrum clausum *, quem R repræsentat. Lanci oppositæ Pondus imponitur X, ut detur æquilibrium. Elevatur tunc Bilanx *, & admovetur Vas vitreum V, Aquam continens; demissâque iterum Librâ, Corpus R immergitur, & æquilibrium destruitur; quia R pro parte ab Aquâ sustinetur: ad hoc verò redit Libra, si N Aquâ impleatur; id est, si illa affundatur Aquæ quantitas, quæ repleret locum ab R occupatum.

TAB. XLIX. Fig. 1.
* 1489.
* 1488.
* 1483.

DEFINITIO 5.

1491. *Pondus, quod Corpus Fluido immersum servat, vocatur illius Gravitas respectiva.*

1492. Hæcque *Gravitas respectiva est excessus Gravitatis specificæ Solidi super Gravitatem specificam Fluidi*; quia Solidum ex Gravitate amittit quantum valet Fluidi Gravitas.

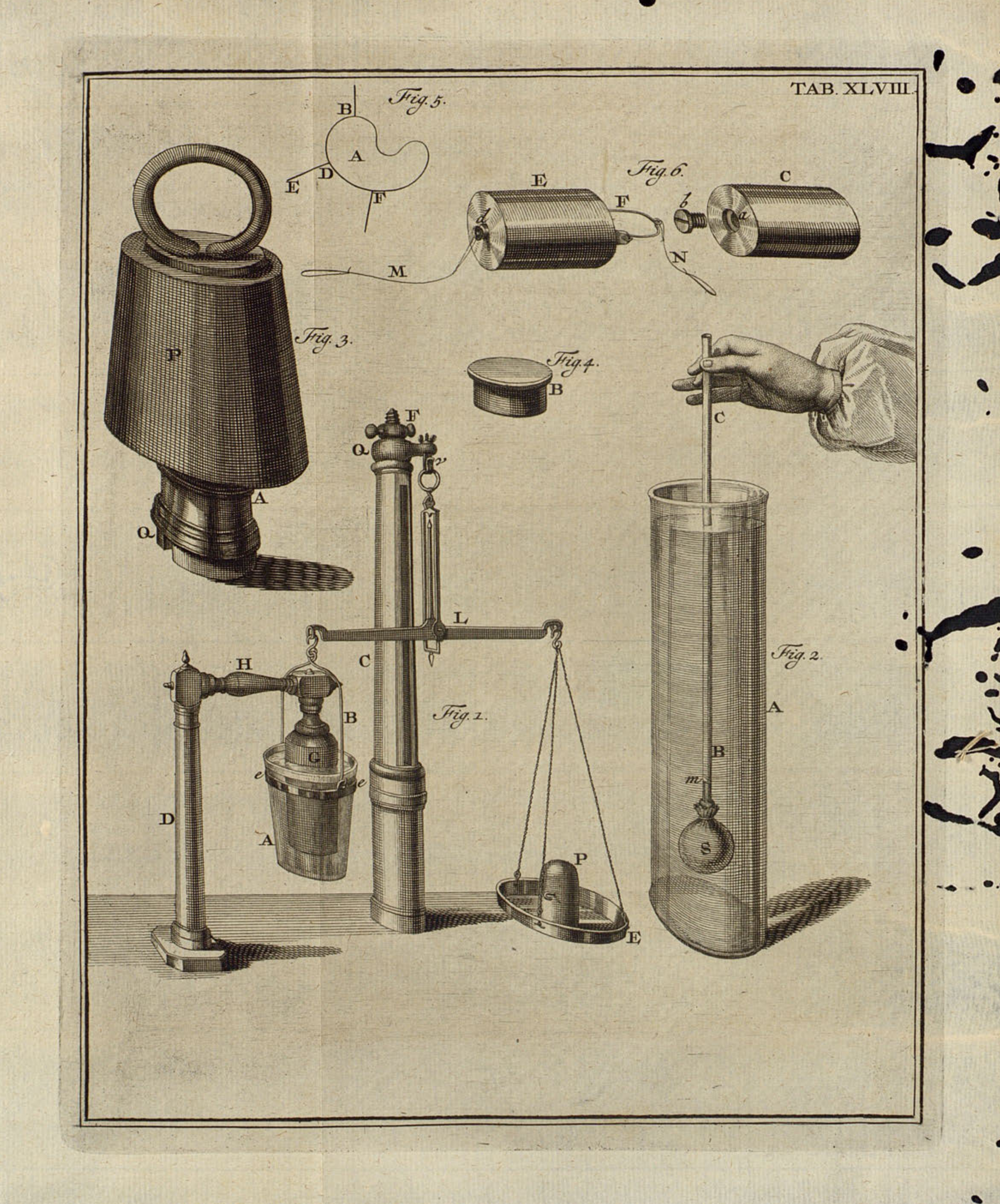
1493. Ex hisce sequitur, *omnia Solida æqualia, licet diversæ Gravitatis specificæ, quando eodem Fluido immerguntur, Pondus æquale amittere* *.

* 1478.

EXPERIMENTUM 4.

1494. Mutetur Pondus Cylindri C, aucto, aut imminuto, numero globulorum plumbeorum in hoc contento-

rum


TAB. XLVIII.
Fig. 5.
B
A
E
D
F
Fig. 6.
E
F
b
C
d
a
M
N
Fig. 3.
P
Fig. 4.
B
F
Q
v
C
A
Q
L
C
H
B
G
e
e
D
A
Fig. 1.
P
E
Fig. 2.
A
B
m
S



rum *; & repetatur Experimentum ultimum, exactis- *1488.
sime eodem modo procedet.

Ex dictis ulterius sequitur, *quomodocunque inter se differant Densitates Corporum inæqualium, si eidem Fluido immergantur, Pondera, ab iis amissa, esse in ratione Voluminum.* In eâ enim ratione sunt spatia ab iis in Fluido occupata. 1495.

Idcirco *Corpora ejusdem Ponderis, sed diversæ Densitatis, partes inæquales Ponderis amittunt, quando eidem Fluido immerguntur*, propter Voluminum inæqualitatem. 1496.

EXPERIMENTUM 5.

Lamellæ duæ ejusdem Ponderis, stannea una S, plumbea altera P, capillis equinis, uncis Bilancis memoratæ * suspenduntur, & æquilibrium datur. Descendat Bilanx, ut Corpora, Aquâ, vitris V & V contentâ, immergantur, æquilibrium destruetur. 1497. TAB. XLIX. Fig. 2. *1480.

Idem solidum, quod Fluidis diversæ Densitatis immergitur, diversam Ponderis sui partem amittit *; ideo quando duo Corpora, ejusdem Densitatis & Ponderis, Fluidis diversæ Densitatis immerguntur, destruitur inter illa æquilibrium. 1498. *1478.

EXPERIMENTUM 6.

Eodem modo ut præcedens instituitur hoc; sed Lamellæ ambæ sunt plumbeæ. Si ambæ Aquæ immergantur, servatur æquilibrium; sed hoc destruitur, si dum una in Aquam penetrat, altera in spiritum Vini descendat. 1499.

Quando Solidum, Fluido specificè gravius, in Fluido suspenditur, hoc ab omni parte, in illud, pro altitudine suâ, agit *; & Solidum æqualiter in Fluidum reagit *; Actiones illæ sunt igitur eædem, ac si Spa- 1500. *1468. *361.

 tium,

tium, à Solido occupatum, ipſo Fluido impleretur;
1501. & ita *non intereſt, reſpectu Gravitatis Fluidi, utrum in eo Solidum ſpecificè gravius ſuſpendatur, an affundatur ejusdem Fluidi quantitas, quæ æquale ſpatium cum Solido occupat.*

EXPERIMENTUM 7.

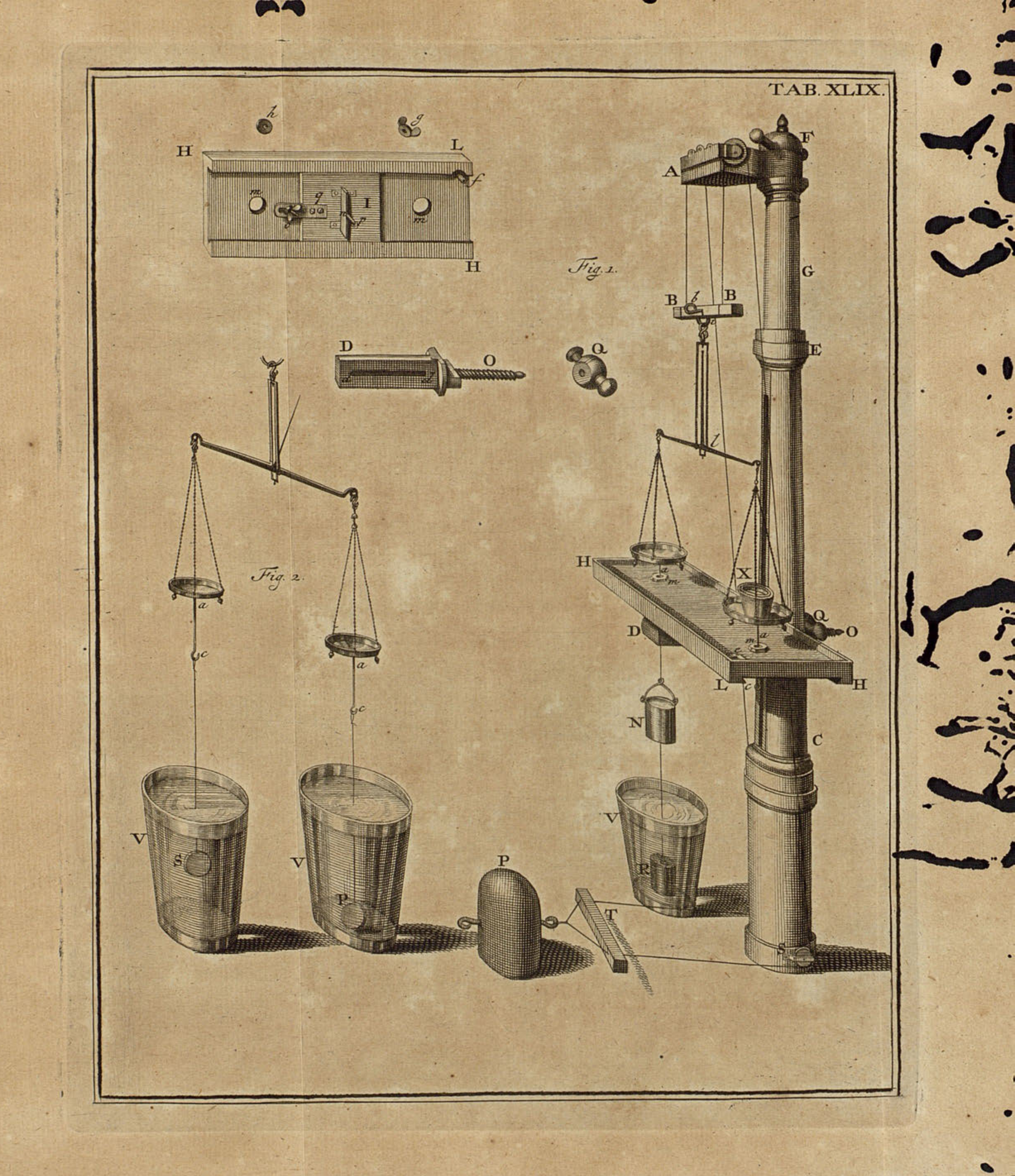
1502. TAB. L. Fig. 1. Vitreum vas V, annulo cupreo circumdatum, & anſâ inſtructum, aquâ fere repletum, brachio L Libræ ſuſpenditur, eique immergitur Cylindrus æneus R, qui capillo equino ſuſtinetur, ne Fundum Vaſis tangat; Pondere, Lanci oppoſitæ impoſito, datur æquilibrium. Deſtruitur hoc extracto Cylindro R, ſed inſtauratur, infundendo Aquam, quæ Cylindro cavo N contineri
* 1488. 1489. poteſt. Sunt hi ipſi Cylindri ſupra memorati *; ſi in N inſeratur Cylindrus R, exactè ab hoc repletur. Si eo tempore, quo ſequens tentamus Experimentum, & hoc demonſtrare in animo habemus, commodè hoc fie-
* 1505. ri poterit, ut ſtatim videbimus *.

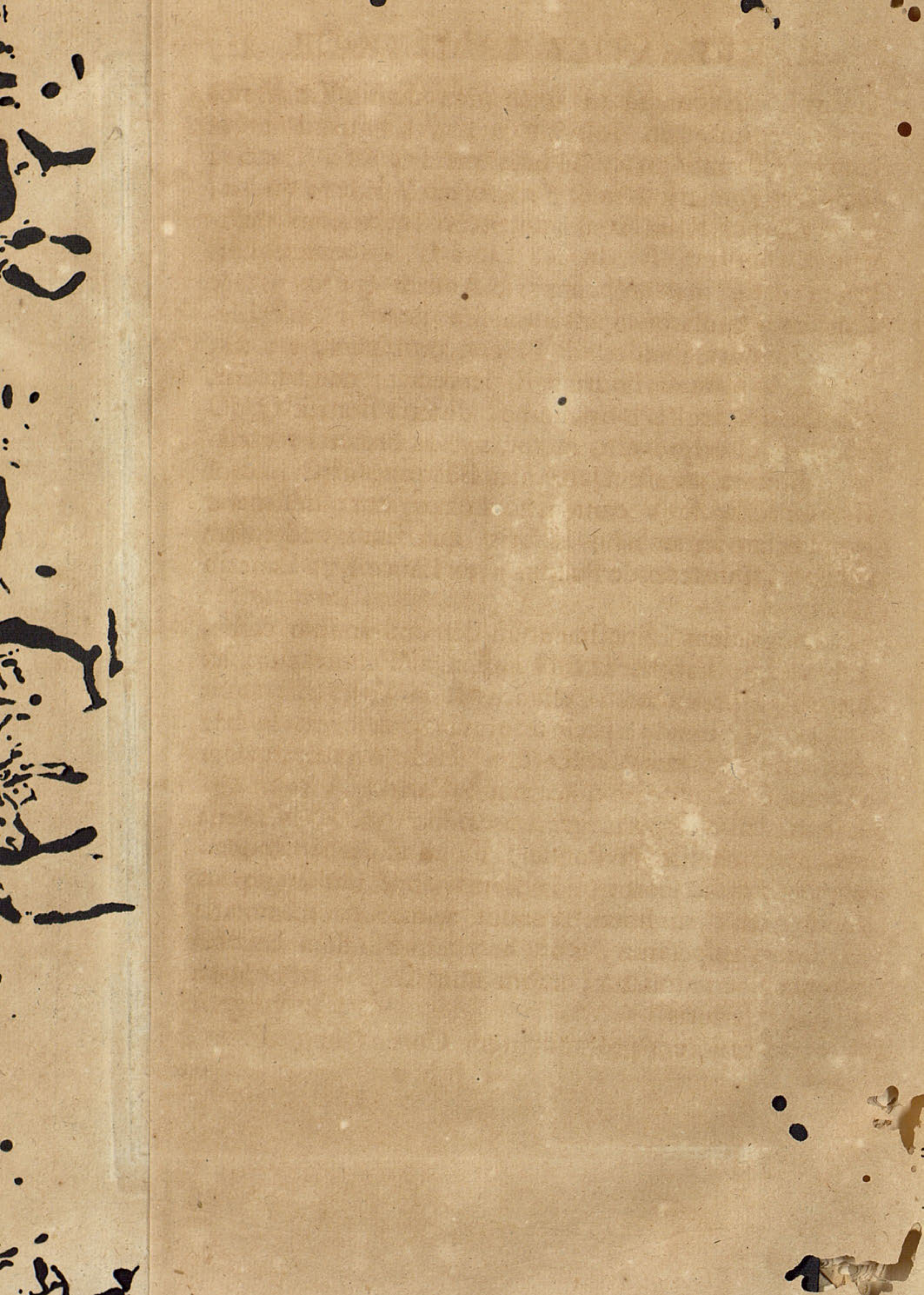
Collatis inter ſe N[is]. 1478. & 1501., ut & Experi-
1503. mentis 3. & 7., quibus illi confirmantur, patet, *Fluidum acquirere Pondus, quod Solidum immerſum amittit.* Vis Gravitatis ſemper proportionalis eſt quantitati Materiæ, & non mutatur immerſione Solidi in Fluidum; quare ſumma Ponderum Solidi & Fluidi, & ante & poſt immerſionem, non differt.

EXPERIMENTUM 8.

1504. Diſponuntur omnia ut in Experimento præcedenti
TAB. L. Fig. 2. tertio; hæc ſola differunt; loco annuli E, Brachium
* 165. Q *, inter Columnas C & G, firmatur; & Cylindrus cavus non adhibetur; ſed Cylindrus R, capillo equino, ipſi unco *c* appenditur. Unco *v*, Brachii Q, ſuſpen-
* 1444. dimus majorem Libram L, quâ antea jam uſi fuimus *;

ſed


TAB. XLIX.
Fig. 1.
Fig. 2.



ſed in hoc Experimento, & in præcedenti, Vas V minus eſt, quàm in Experimento 3. Capitis 2. hujus Libri. Bilanx *l* in æquilibrio conſtituitur, Lanci I impoſitis Ponderibus *z* & *p*; quorum *p* valet Pondus, quod Corpus R in Aquâ amittit, & quæ ſimul ſuſtinent Cylindrum R. In aliâ Librâ L, quoque æquilibrium datur inter Vitrum V, Aquam continens, & Lancem oppoſitam cum impoſito Pondere Y. Elevatur *l*, motu Ponderis P *; convertitur uncus *v* ita, * 1483.
ut Vas V infra Cylindrum R perveniat; quod ut fiat, pro diversâ Jugi L longitudine, diverſa Brachii Q deſideratur directio, quæ, antequam hoc firmetur, variari ad libitum poteſt. Deſcendat Bilanx *l*, ut Cylindrus R Aquæ, Vaſe V contentæ, immergatur; deſtruetur æquilibrium in ambabus Libris, quæ ambæ ad ipſum redeunt, transferendo Pondus *p*, ex Lance I, in Lancem Brachii L.

Si præcedens Experimentum demonſtrandum foret, 1505.
Libra *l* ipſi Tabellæ H E H imponenda eſſet; tunc ex unco fixo dependeret Cylindrus R in Vaſe V.

Corpus, Fluido ſpecificè gravius, & quod in hoc 1506.
deſcendit, majori Vi deorſum fertur, quàm ſurſum premitur, ut antea explicatum *; quarum Virium dif- * 1475.
ferentia eſt Corporis gravitas reſpectiva. Vis prima pro parte conſtat ex Pondere Fluidi Corpori ſuperincumbentis; & Corpus ad talem poteſt immergi profunditatem, ut hocce Pondus æquale ſit memoratæ Gravitati reſpectivæ; ſi in hoc caſu Fluidum hoc ſuperincumbens tollatur, ſuſtinebitur Corpus à Preſſione Fluidi inferioris.

Si ad majorem profunditatem Corpus immergatur, 1507.

& etiam Fluidum cohibeatur ne superficiem Corporis supremam premat, (cùm Pressio, quâ Corpus sursum pellitur, cum profunditate ad quam immergitur crescat *) majori Vi in altum feretur Corpus, quàm Gravitate descendet, quare, si liberè moveri possit, adscendet.

* 1468.

EXPERIMENTUM 9.

1508. Cylindro vitreo C, ab utraque parte aperto, applicetur ab inferiori parte Lamina cuprea F, quartam Pollicis partem crassa; si plana accuratè sit, & ora Cylindri ita levigata, ut Laminæ applicata Aquam excludat, Laminaque filo, unco *v* in centro Laminæ alligato, sustineatur, donec ad profunditatem circiter trium Pollicum Aquæ immergatur, ab Aquâ sustinebitur; quod relicto filo patebit. Ad majorem profunditatem magis arctè cum Cylindro cohærebit Lamina, ad minorem cadet.

TAB. LI. Fig. 1.

1509. Pro ratione crassitiei, & densitatis Laminæ, augenda est profunditas, ad quam immergitur. Si ex. gr. aurea illa esset, Auri Gravitas specifica est ad Aquæ Gravitatem specificam, ut 19. ad 1; quare illius Gravitas respectiva est ad Aquæ Gravitatem specificam, ut 18. ad 1. *; Columna idcirco aquea decies & octies, altitudine suâ, crassitiem Laminæ aureæ superare debet, ut valeat hujus Gravitatem respectivam; requiritur ergo, ut Aquæ altitudo, supra superficiem superiorem Laminæ aureæ, toties ad minimum valeat ipsius Laminæ crassitiem; si non ultra Cylindri basim Lamina se extendat; si enim major sit Lamina augenda erit profunditas.

* 1492.

Ex-

EXPERIMENTUM 10.

Cylindrus A cum Fundo mobili, Operculo tectus, & cum Tubo F conjunctus, ut ante expositum *, Aquæ immergitur; Fundusque, quando ad profunditatem unius Pedis infra Aquæ superficiem pervenit, adscendit; quamvis ope cochleæ, in centro Fundi ab inferiori parte cohærentis, hic conjungatur cum Pondere P, quo Fundi Gravitas ita augetur, ut superet Libras duas, & præter Pondera, quæ elevantur, superetur attritus. 1510. TAB. L. Fig. 3. *1433.

Omne Corpus immersum amittit ex pondere, quantum ponderat Fluidum, quod spatium à Corpore in Fluido occupatum, repleret *. Idcirco si *Corpus Fluido levius* fuerit, & ideo adscendat, *in superficie hærebit, & talis erit pars immersa, quæ si à Fluido occuparetur, hoc æqualiter cum Corpore ponderaret.* *1478. 1511.

Hoc idem ex N. 1415. quoque immediatè deduci potest; nisi enim quiescente Corpore, talis sit hujus immersio, superficies horizontalis, quam in Fluido infra Corpus concipimus, non æqualiter ubique premeretur.

Indicata Regula de Pondere amisso * universalis est; Corpus Fluido levius sursum pellitur, quia plus amittit quam habet; si autem retineatur, statim apparet Actionem Fluidi esse eandem, quàm in Corpus Fluido specificè gravius; & in hoc casu Regula tali Corpori potest applicari. 1512. *1478.

EXPERIMENTUM 11.

Parum hoc differt ab Experimento 1. hujus Capitis. Loco Cylindri cuprei, qui Cylindrum N replere potest, adhibemus Cylindrum ligneum *r*, qui ejusdem 1513. TAB. L. Fig. 4.

est magnitudinis, & quoque exactè replet N, quando huic inseritur. In centro superioris superficiei Cylindri lignei prominentia datur lignea exigua & perforata. Ex filo æneo rectangulum efficitur A, cui conjungitur globulus *b* ex eodem metallo, ut Pondus augeatur. Appenditur rectangulum hoc Capillo equino, cum basi Cylindri N cohærenti, & in Aquâ suspenditur. Cylindrus *r* ipsi N inseritur, aut Lanci B imponitur; & ad æquilibrium reducitur Bilanx *l*.

Tollitur *r*, & in situ inverso conjungitur cum rectangulo A, auxilio unci minoris in *d* hærentis, & qui foramini in prominentiâ memoratâ basis Cylindri lignei inseritur. Acquirit Cylindrus situm, quem Figura indicat; & æquilibrium est destructum; instauratur autem,
*1488. ut in Experimento 1. *, si N Aquâ repleatur.

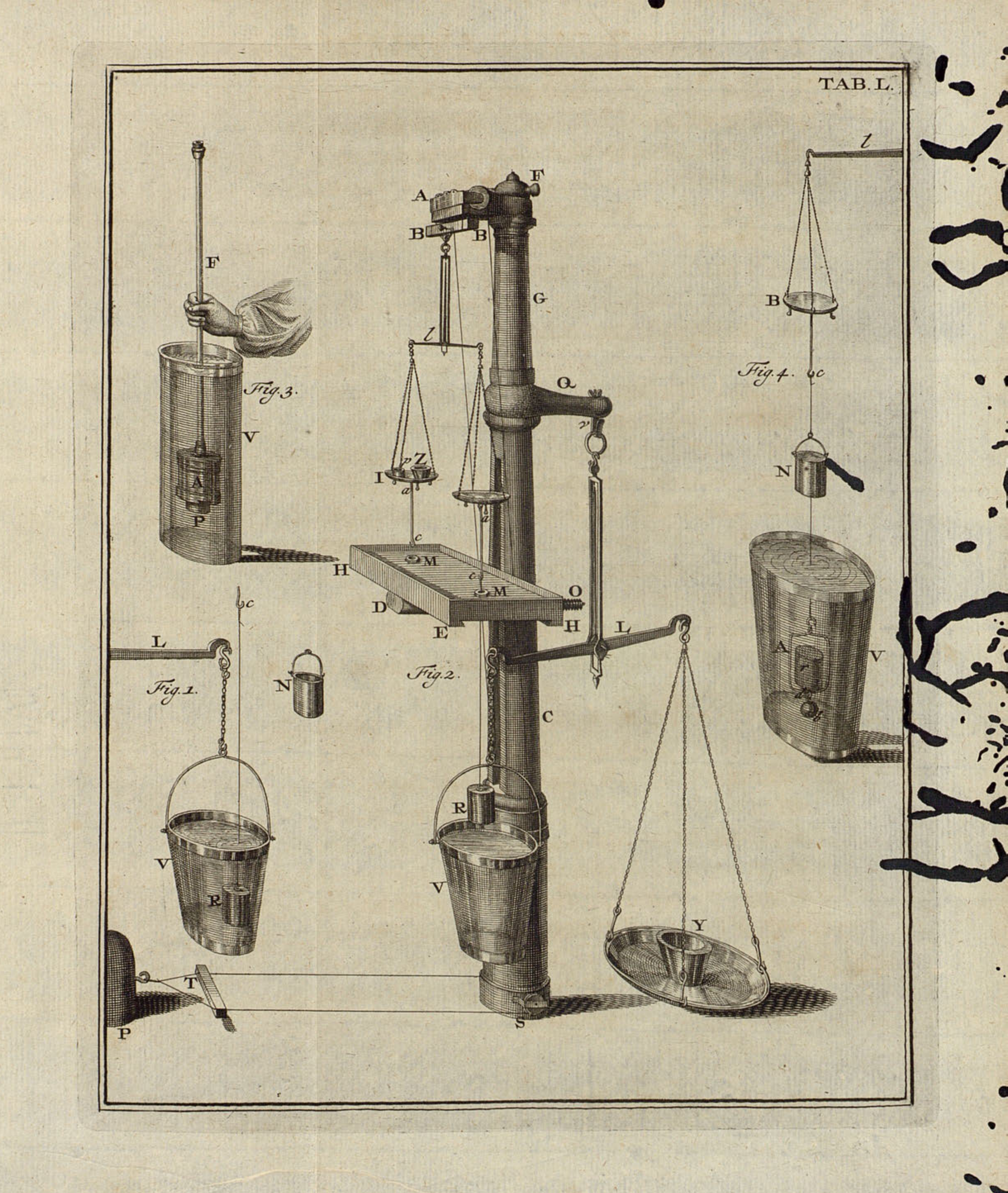
1514. Sublato Cylindro *r*, antequam hoc cum A conjungatur, æquilibrium destruitur; sed hoc instauratur si pro parte tantùm N Aquâ repleatur. Tunc Volumen Aquæ in N, æquale est Volumini immerso, quando *r* in superficie Aquæ natat. Pondus autem Aquæ, quæ deficit ut N repleatur, valet Vim, quâ sursum pellitur *r*, quando, cum A cohærens, infra Aquæ superficiem retinetur.

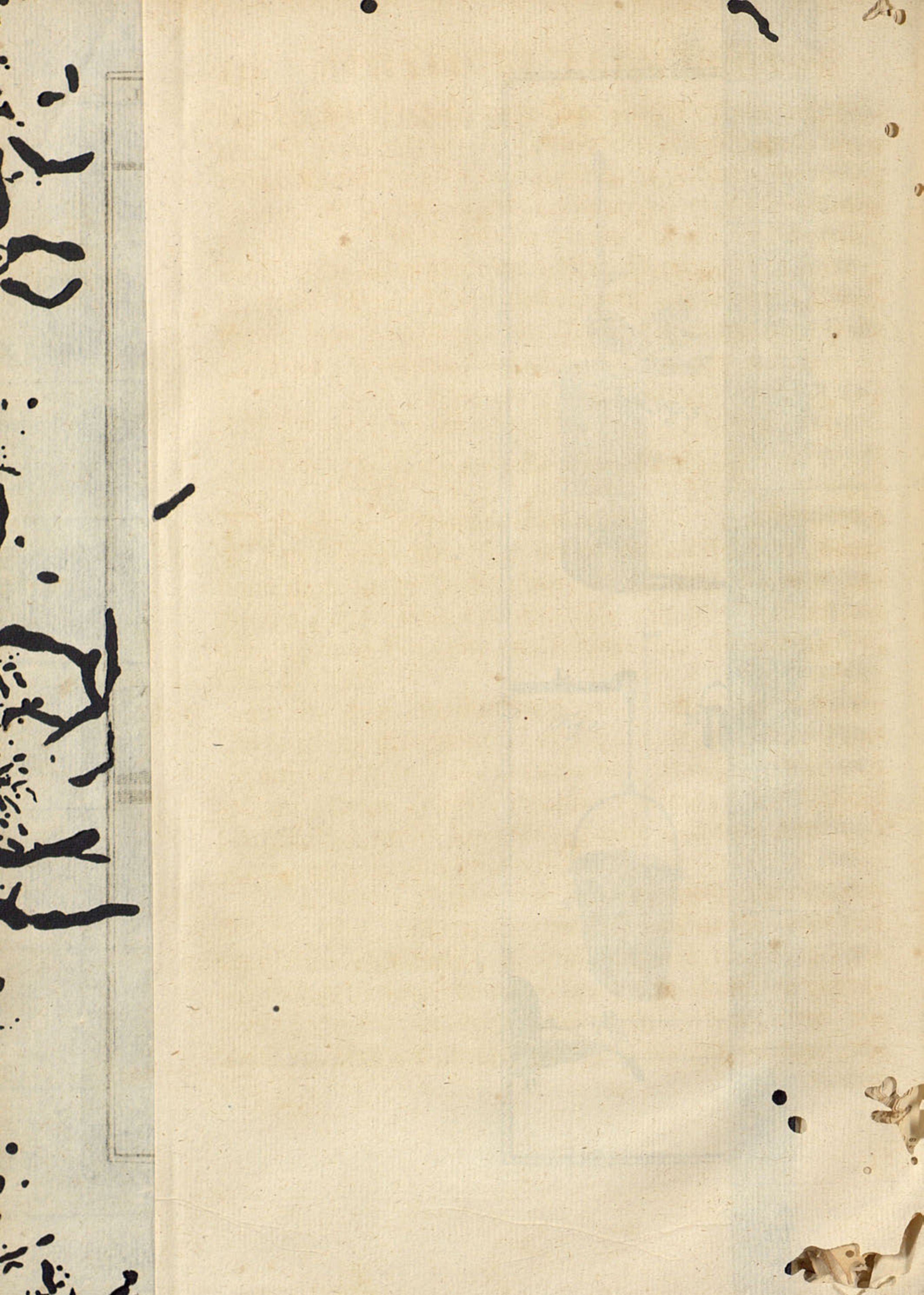
1515. Sequitur ex his, *Corporum, in superficie ejusdem Fluidi natantium, partes immersas esse inter se, ut Corporum Pondera.* Idcirco si, superaddito Pondere Corporis Gravitas mutetur, in eâdem ratione augetur pars immersa;
1516. *& partes, quæ variis Ponderibus in Fluidum descendunt, sunt inter se, ut hæc Pondera.*

EXPERIMENTUM 12.

1517. TAB LI. Fig. 2. Globus cavus G, ex tenuiori Laminâ æneâ effectus,

cohæ-


TAB. I.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.



cohæret cum Cylindro ex eodem metallo, quoque cavo, ſuperius aperto, & accuratè elaborato. Cum Globo quoque cohæret cauda *cd*, quæ ipſi Cylindro opponitur, & in cujus extremitate cohæret Ponduſculum *d*.

Machina hæc Aquâ levior eſt, & ſibi permiſſa, dum natat in ſitu verticali ſeſe diſponit Cylindrus. Diviſa eſt altitudo Cylindri in partes, quæ dimidiatum ſingulæ valent Pollicem, & diviſiones indicantur, circulis, quæ in dicto ſitu Machinæ horizontales ſunt.

Globuli plumbei minores injiciuntur Globo C, donec Aquæ ſuperficies cum uno ex circulis conveniat. Determinatur deinde Pondus, quo ſi Machina oneretur, ſuperficies ad ſequentem diviſionem pertingat; ſi, injectis globulis plumbeis, de novo tale Pondus addatur, & iterum atque iterum eodem modo continuemus, ſingulis vicibus æqualiter deſcendet Machina; id eſt, ad ſequentem circulum pertinget Aquæ ſuperficies.

In N^is^. 1506. & 1507., Experimentis 9. & 10. confirmatis, vidimus, quomodo Corpus Fluido gravius ab hoc ſuſtineatur, & quaſi natet; ſimili methodo Corpus Fluido levius in Fundo retineri poteſt; in illo caſu Preſſio Fluidi ſuperincumbentis tollitur; hic tollenda eſt Preſſio Fluidi in inferiorem ſuperficiem, quâ Corpus ſurſum pellitur. 1518.

EXPERIMENTUM 13.

Lamina ænea *bc*, exactè plana, cum ſuſtentaculo A conjuncta, in Fundo Vaſis vitrei V hæret; Lamina ſimilis *de* cum Cylindro ligneo *f*, fruſto Suberis L circumdato, conjungitur ita, ut cum hoc conſtituat Corpus 1519. TAB. LI. Fig. 3.

pus

pus Aquâ levius; Lamina hæc ultima primæ imponitur, ut conveniant; & baculo Suber retinetur, dum Aqua affunditur; relicto Subere, non hoc adscendit, donec, hoc è loco moto, Laminæ pro parte separentur ita, ut Aqua in Laminam, cum Subere conjunctam, Pressionem suam exserere possit, illamque cum Subere in altum ferre. Planæ desiderantur, & levigatæ Laminarum superficies. Repeti potest Experimentum relictâ Aquâ, si mutua Laminarum detur applicatio.

CAPUT IV.

De explorandis Corporum Ponderibus.

1520. Pondera Corporum explorari Librâ, instrumento notissimo, antea jam observavimus *; & eâ occasione de hujus proprietatibus, & ad perfectionem requisitis, fusè satis egimus. De ejusdem Instrumenti usu, quando Pondera exactissimè sunt determinanda, nihil diximus.

* 179.

1521. In iis, quæ, in duobus sequentibus Capitibus, de Densitatibus comparandis explicabimus, accurata Ponderum determinatio omnino necessaria est; cùm verò accuratissimam hujus Methodum demonstrata Capitis præcedentis nobis suppeditent, de hac ipsâ hoc loco agere, necessarium mihi visum est.

1522. Ante omnia desideratur Bilanx, perfectissimè elaborata; quæ, ubi, antequam Ponderibus gravetur, in æquilibrio constituta, quotiescunque agitetur, ad æquilibrium redeat; & ne difficultatem inutiliter augeamus, loquimur de agitatione exiguâ. Requiritur ulterius, ut Bilancis hujus, quando tribus aut quatuor un-

ciis

ciis ab utraque parte gravata eſt, æquilibrium, quinquageſimâ, aut minori, Grani parte, turbetur.

Primum requiſitum haud facile obtinetur; & deficiente hoc, ſecundum adeſſe non poteſt.

Secundo deſiderantur Pondera, exactiſſimè determinata. Omnium maximè commodum eſt; cùm agatur de Ponderibus comparandis, Granis Pondera exprimere. 1523.

Hiſce ſequentibus utor; uno mille Granorum; uno 500. Gr.; uno 400. Gr.; duobus 200. Gr.; duobus 100. Gr.; duobus 50. Gr.; duobus 30. Gr.; duobus 20. Gr.; duobus 10. Gr.; quibus varia minora addenda, ſex, quinque, quatuor &c. Granorum, non tamen minora uno Grano. Talia hæc deſiderantur Pondera, ut æquilibrium inter hæc detur, quoties idem numerus Granorum ſingulis Lancibus imponitur, variatis ad libitum ipſis Ponderibus impoſitis.

Bilancem & Pondera Artifex nobis ſuppeditare debet; quid ulterius addendum ſit, ut difficultates, quæ in uſu occurrunt, removeantur, dicam.

Bilancem ſuſpendimus, ut antea diximus *. Jugi longitudo eſt octo Pollicum; annulata eſt Anſa in *o*, ut diſtinctius percipiamus, quomodo Examen cum Indice, fixo in ſuperiore Anſæ parte, reſpondeat. Non nimium tenue eſt Examen, & obtuſa ejus extremitas in motu juxta ſimilem extremitatem Indicis tranſit ita, ut diſtantia ſit exigua; cum etiam Indicis & Examinis eadem ſit craſſities, ſitus æquilibrii quàm exactiſſimè percipitur. 1524. TAB. LII. Fig. 1. *1480.

Funiculi, quibus Bilanx ſuſtinetur, Trochleas, ſupra indicatas *, circumeunt, & cum Unco *v* conjunguntur. 1525. *1482.

tur. Uncus hic, auxilio Cochleæ P, mobilis est, ut Bilanx elevetur, aut deprimatur; sed motus hic non
1526. ultra Pollicem cum quadrante extenditur. Quando major necessaria est Libræ translatio, ipse tubus S, cum quo ea cohærent, quæ motui Unci *v*, & Cochleæ P, inserviunt, & qui firmatur cochleâ *q*, movetur juxta virgam ferream, quadratam, VK. Tubus S, cum adjunctis, separatim exhibetur in Fig. 3., & in hujus constructione difficultas non datur.

1527. In angulo E, Tabellæ HEH, hæret tubulus æneus, qui, ut benè firmetur, cum Lamellâ cohæret quadratâ, quæ ligno inseritur; tubulus apparet in *f*, & Lamella in *e* (*TAB.* XLIX. *Fig.* 1.); tubulum hunc trajicit Cylindrus tenuis æneus *h l*, qui circa axem convertitur, ope Capitis I.

1528. Juxta hunc Cylindrum mobilis est tubulus Q; qui firmiter satis hæret, ubicunque Cylindro applicetur; quia extremitates incisæ & elasticæ sunt. Cum hoc tubulo conjunctus est Index T, qui horizontaliter movetur, quando, conversione Capitis I, Cylindrus *h l* circa axem rotatur.

1529. Unco *d*, fili ænei *a d* *, Cylindrus tenuis æneus *r s*,
* 1484. cujus ambæ extremitates perforatæ sunt, suspenditur; hujus longitudo superat quatuor Pollices; & chartâ involutus est, ut ipsi magis commodè inscribantur divisiones postea memorandæ.

1530. In præsenti negotio solidum L removetur, & extremitas *p*, fili ænei *p n*, quæ in Uncum flexa est, foramini *s* inseritur.

Longitudo hujus fili est circiter quinque Pollicum, & in extremitate inferiori, cum ipso cohæret Globulus æneus *g*, cujus diameter quartam Pollicis partem non superat.

Filum

Filum hoc desideratur exactissimè ubique ejusdem crassitiei, & quidem tale, ut partis ipsius, cujus longitudo esset unius Pollicis, pondus parum superaret Grana quatuor.

Aquæ Vase vitreo contentæ immergitur *pg*, & omnia 1531.
disponuntur, ut *pg* ferè totum immergatur, quando lances Tabellæ HEH sunt impositæ.

Unco *c* applicatur Globus æneus F; concipimus 1532.
remotum R, cum Vase in quod immergitur. Tale determinandum est Pondus F, ut sit in æquilibrio cum iis, quæ oppositæ Lanci sunt appensa, elevatâ Librâ ita, ut dimidium fili *pn* sit immersum. Index T applicatur puncto a, quod in antecessum notatur in medio Cylindri *rs*, ut sit divisionum initium.

Hisce positis Granum unum Lanci d imponitur, & 1533.
elevatur Bilanx; in eo motu filum æneum *pn* Aquâ continuò extrahitur, quo illius Pondus augetur * ita, *1478.
ut æquilibrium instauretur elevatâ Bilance ad altitudinem circiter duorum Pollicum. Notatur tunc punctum *s*, quod Indici T respondet. Transponitur Granum, Lanci d impositum, ex hac in aliam, & deprimitur Bilanx, ut iterum æquilibrium detur, & notatur punctum *r*. a*r* & a*s* sunt æquales. Hoc autem variis vicibus potest repeti, ut circa distantiam inter *r* & *s* dubium non detur.

Singulæ hæ partes uni Grano respondent, & in vi- 1534.
ginti partes æquales minores dividuntur; hæ singulæ respondent 0,05. Gr., & in quinque minores iterum subdividi possunt; quod in ipso usu Machinæ oculis fieri potest ita, ut non sensibilis erroris periculum detur.

Divisionum initium est in a sursum & deorsum. 1535.

Scalam vocamus adſcendentem inter a & r, deſcendentem inter a & s.

PONDERANDI METHODUS.

1536. Ubi Corporis Pondus determinandum eſt, Libra in æquilibrio diſponitur, & Index applicatur, ut in N°.
* 1526. 1532. diximus. Demittitur Bilanx *, ut parum à Tabellâ H E H diſtet; Corpus explorandum Lanci d imponitur & Pondera Lanci e; & ubi hæc ita ſunt determinata, ut deficiant à Pondere quæſito, ſed defectus minor ſit duobus Granis, motu tubuli S elevatur Bilanx,
* 1526. donec ab æquilibrio hæc parum deficiat *; tunc firmato S, motu cochleæ P, quàm exactiſſimè Libram ad
* 1525. æquilibrium reducimus *. Index T demonſtrat quid Ponderi, Lanci e impoſito, ſit addendum, aut detrahendum. Si ex. gr. Index reſpondeat diviſioni 36. Scalæ deſcendentis, & Pondera impoſita valeant 1095 Grana, Pondus addendum eſt partium centeſimarum unius Gr. triginta ſex, & Pondus Corporis eſt Granorum 1095,36. Si ageretur de Scalâ adſcendenti, magis immerſum filum *s t* minus ponderaret; & numerus, Indice indicatus, ſubtrahendus foret. In ultimo exemplo Pondus quæſitum fuiſſet 1094,64. In praxi ulterius ad illa quæ ſequuntur debemus attendere.

1537. Oleo illiniri debet *p n*, antequam Aquæ immergatur, & linteo abſtergendum eſt Oleum; ſat pinguedinis remanebit: etiam lentè admodum elevanda eſt Bilanx. Hæ cautelæ obſervantur, ne Aqua ipſi filo *p n* adhæreat, dum extrahitur; ſi nihilominus hoc contingat, quod ſtatim apparet, (in Guttulas enim, facilè viſibiles, quamvis exiguas, ſeſe conſtituit Aqua,) de novo deprimitur Libra, & lentius elevatur, quo

omne

omne incommodum vitari potest.

Ulterius observandum, Indicem T Cylindro diviso 1538.
applicari, quando ille constituendus est, ut cum initio divisionum congruat, aut quando examinare debemus, cui divisioni respondeat; sed dum Bilanx movetur, Index removetur conversione Capitis I.

Ubi Bilanx ad æquilibrium pervenit, parum agitanda 1539.
est, semel & alterâ vice; ut pateat an ad æquilibrium redeat accuratè; minimum quid axi adhærens turbat æquilibrium, sed hac agitatione illud ipsum removetur.

Cavendum ne nimium agitetur Bilanx, quod casu 1540.
contingere potest, quando Libra elevata est; nam Tabella HEH, semel firmata *, situm servare debet. * 155.
Ut hoc impediamus, Columnæ C jungimus Brachium M *, huic addita est Lamella ænea, incurvata, *xy*, * 1673.
quæ caudam in medio habet, penetrantem per ipsum hoc Brachium, ut cochleâ m firmetur Lamella. In hujus extremitatibus, ad Angulos rectos cum hac conjunctæ sunt regulæ minores æneæ *t*, *z*, parallelæ ipsi Brachio.

Quando Libra elevata est, Brachium ita firmatur ut parum à jugo distent regulæ *t* & *z*, ut nisi agitationi minori locum non relinquant.

CAPUT V.

De comparandis Fluidorum Densitatibus.

CUm Corporis Densitas sequatur proportionem Ponderis ipsius, dato Volumine, comparando

* 1463. Corporum æqualium Pondera, detegimus ipsorum
1541. Densitates *. *Si ergo Vas quodcumque exactè Fluido repleatur, & Fluidum hoc ponderetur; idemque alio Fluido repleatur, quod etiam ponderetur; Pondera erunt, ut Densitates.* Sed cum hæc methodus in praxi variis obnoxia sit difficultatibus, in hac explicandâ non inhæremus.

1542. *Quando duorum Fluidorum Pressiones sunt æquales*, Materiæ quantitates, id est, Pondera, in Columnis, æquales Bases habentibus, non differunt *; quare Volumina, quæ sunt ut Columnarum *Altitudines*, *sunt inversè ut Densitates* *; ex quo deducitur Methodus hasce comparandi in Tubis communicantibus; in quibus tamen non desiderantur bases Columnarum æquales; id est, non interest an Tubi sint inæquales nec ne, quo Altitudo non mutatur *.

* 1414. * 1464. * 1422.

EXPERIMENTUM I.

1543. TAB. LI. Fig. 4. Tubo vitreo curvo A infundatur Mercurius, quo pars inferior Tubi à *b* ad *c* impleatur; infundatur Aqua ab unâ parte à *b* ad *e*; in crus oppositum infundatur Oleum Terebinthinæ, donec ambæ superficies *b*, *c*, Mercurii sint in eâdem lineâ horizontali; sitque altitudo Olei *c d*; erunt hæ altitudines, ut 87. ad 100, in quâ ratione inversâ est Densitas Aquæ ad Olei Terebinthinæ Densitatem; sunt ergo hæ, ut $\frac{1}{87}$ ad $\frac{1}{100}$, aut ut 100. ad 87.

Mercurius infunditur, ne Fluida in fundo Tubi misceantur.

1544. Hæc quoque Methodus obnoxia est difficultatibus. Minores differentiæ non satis benè determinantur; difficulter hac Methodo vera ratio, inter Densitates Aquæ pluviæ & Aquæ stillatitiæ, detegeretur. Mercurius quoque

non

non potest adhiberi pro omnibus Fluidis; & tunc separatio Fluidorumi in inferiori Tubi parte sæpe difficilis erit.

Sequens Methodus est omnium maximè universalis & accurata. . Pro fundamento habet demonstrata de Immersione Solidi Fluidis gravioris. *Quando idem Corpus variis Fluidis immergitur, Pondera ab illo, in his amissa, sunt inter se ut horum Densitates* *. 1545. * 1463. 1478.

MACHINA,

Quâ Fluidorum Densitates conferuntur.

Utimur Bilance Hydrostaticâ *, cum omne suo apparatu, superiùs explicato *. 1546. TAB. LII. Fig. 1. * 1480. * 1524.

Tollitur Ponduſculum F *, & in ejus loco suspendimus solidum vitreum R, capillo equino annexum. * 1532.

Solidum hoc in se cavitatem vacuam continere potest; melius etiam est si hujus pondus minuatur tali cavitate; nam sufficit, si Solidum gravius sit omnibus Fluidis, Mercurio excepto, ad quem hæc Methodus non pertinet; sed de quo sequenti Capite dicam.

Pondus quoddam determinamus ad libitum; sed tale ut aliquando superet, aliquando deficiat à Pondere, quod R in diversis Fluidis amittit. In nostrâ Machinâ determinavimus Pondus 700. Gr. 1547.

Solidum æneum L tale est, ut inter s & p suspensum, æquilibrium detur cum R, non immerso, impositis 700. Gr. lanci e; & immerso filo æneo pn, ut supra diximus *. Et ipsi L inscribimus numerum hunc 700. 1548. * 1532.

Si nunc sublato pondere 700. Gr. Lanci e imposito, Vitrum R in Fluido quocunque suspendatur, & imposito Pondere, Lancium uni aut alteri, æquilibrium detur *, Densitas Fluidi detegitur; si Lanci d, additur numerus Gr., huic impositorum, differentiæ memoratæ 1549. * 1536.

Gr.

Gr. 700.; si Lanci e, subtrahitur numerus ille ex iisdem 700., & in utroque casu, ex numero ita detecto subducitur numerus, in scalâ a s descendente indicatus; aut ipsi additur, si scalæ adscendenti a r Index respondeat. Habemus tunc Pondus à Corpore amissum; id
* 1545. est, Pondus Densitatem Fluidi exprimens *.

EXPERIMENTUM 2.

1550. Rebus, ut explicavimus, dispositis *, Aquæ im-
* 1546. mergatur Solidum vitreum R, Lanci d suspensum; æquilibrium habemus, si undecim Grana Lanci e imponantur, & Bilanx elevetur, ut Index divisioni quinquagesimæ sextæ, scalæ descendentis, respondeat; Pondus ergo ex 700. subtrahendum est $11,_{56}$; & Aquæ Densitas
* 1549. hoc numero exprimitur $688,_{44}$ *. Si verò de Lacte agatur decem Gr. Lanci d imponenda sunt; quæ septingentis addenda sunt, & 710. Lactis Densitatem exprimit. Aliquando numerum hunc habui, aliquando paulò minorem, quia non omne Lac eandem habet Densitatem.

1551. Sit nunc aliundè notum, Pedem cubicum Aquæ ponderare Libras 63. cum Unciis 7. Drachmis 2. & Scrup. 2.: quod detegimus determinando Pondus in Aquâ a-
* 1478. missum à Corpore cujus capacitas nota est *. Usus ego sum Cubo cupreo, cavo, cujus latera exactè erant sex Poll. Rhenolandicorum. Pondus memoratum valet Gr. 487360. dum Volumen Aquæ æquale Vitro nostro R ponderat Grana $688,_{44}$; unde constat Volumen hoc debere multiplicari per $707,_{92}$. ut habeamus Pedem cubicum; & multiplicatis per hunc numerum 710. habebimus Grana in pede cubico Lactis; & hac Methodo Pondus Pedis cubici Fluidi cujuscunque detegitur.

Aliam

Aliam quoque nunc addam Methodum, quâ compa- 1552.
rantur Fluidorum Densitates, quæ admodum est compendiosa; sed commodè tantùm adhiberi potest in Fluidis, quæ parum Densitate differunt. Usu præcipuè venit, ubi agitur de conferendis Densitatibus variorum Vinorum; aut variarum Cerevisiarum.

Pro fundamento hæc quoque Methodus habet demonstrata de Corporibus Fluidis immersis, sed his levioribus.

Si Solidum, Fluidis comparandis levius, variis Fluidis im- 1553.
mergatur, partes immersæ erunt inversè, ut Fluidorum Densitates; nam, quia idem Solidum adhibetur, portiones variorum Fluidorum, quæ singulis casibus spatium à parte immersâ occupatum possent implere, essent ejusdem Ponderis *; ergo Volumina, illarum portionum *1511.
immersarum, essent inversè ut Densitates *. * 1464.

MACHINA SECUNDA,

Quâ Fluidorum Densitates conferuntur.

Machina hæc A vitrea est, constat ex Globo cavo, 1554. TAB. LI. Fig. 5.
cum Tubo Cylindrico, in partes æquales diviso. Infra Globum alter minor additur, qui pro parte Mercurio, aut Globulis exiguis plumbeis, impletur, ut eo Pondere Tubus verticaliter in Fluida descendat, & in hoc situ retineatur: ne nimium Ponderis in minori Globo detur cavendum; nam, ut Machina Fluidis comparandis levior sit, requiritur. In variis Fluidis ad varias profunditates descendit Machina; & Densitates horum, sunt inversè ut partes immersæ *, quæ ergo *1553.
inter se comparandæ sunt.

Filum in *a* Machinæ alligatur; Machina Aquæ im- 1555.
mergitur, Pondere inferioris Globi ita aucto, ut

Machina quidem natet, ſed maximâ parte Tubus in Aquâ hæreat. Machina, cum filo annexo, exactè ponderatur; Pondus noſtræ fuit Gr. 550. Machina, Aquæ immerſa, ad *b* deſcendit; Pondus ergo Aquæ ejuſdem Voluminis cum parte Machinæ immersâ valuit
*1511. Gr. 550. *, & hocce Volumen, hoc numero, poteſt exprimi. Filum memoratum unco Lancis Bilancis Hy-
*1480. droſtaticæ * annectitur; Machinâ manente immersâ, Lanci oppoſitæ Pondus viginti Gr. imponitur, & lentè Bilanx elevatur, (quo Tubus pro parte Aquâ extrahitur, & gravior fit,) donec detur Æquilibrium; ſuperficies Aquæ tunc pertingit ad punctum *d*. Aqua ſuſtinebat Pondus totius Machinæ, demtis Granis viginti; id eſt, ſuſtinebat Gr. 530.; & Pondus Aquæ, ejuſdem Voluminis cum parte tunc immersâ, tot Grana valuit, & hoc numero exprimitur; Volumenque partis *db* Tubi fuit 20. Si ſpatium *db* dividatur in partes æquales 10, & diviſiones continuentur adſcendendo ultra *b*, & deſcendendo infra *d*, ſingulæ valebunt 2; poſſuntque hæ diviſiones in minores dividi; & ex notâ diviſione, ad quam Machina in Fluidum deſcendit, dabitur Volumen partis immerſæ. Ex. gr. ſi totus Tubus extra Aquam hæreat, Volumen immerſum erit 526; ſi ad ſupremam hìc notatam diviſionem deſcendat, Volumen immerſum erit 556; & Denſitates Fluidorum, in quibus hoc contingeret, eſſent inversè ut illi numeri, id eſt, ut 556. ad 526; & ſolæ Denſitates intermediæ, ope hujus Machinæ, comparari poſſunt. Si Globus minorem ad Tubum rationem haberet, Fluida, quorum Denſitates magis inter ſe differrent, comparari poſſent.

Quando Fluida pluim comparantur, numeri, Volumina partium immerſarum deſignantes, habentur pro denominatoribus fractionum, unitatem in numeratore habentium; deſignantque hæ fractiones rationem Denſitatum; ſunt enim inter ſe inversè, ut denominatores. 1556.

EXPERIMENTUM 3.

Sint comparandæ Denſitates Aquarum, diverſas Salis quantitates continentium; in unam deſcendit Machina ad diviſionem *e*; alteri ſi immergatur, deſcendit tantùm ad diviſionem *c*; Denſitates harum erunt inter ſe, ut $\frac{1}{546}$ ad $\frac{1}{542}$. 1557.

CAPUT VI.

De Hydroſtaticâ Solidorum Comparatione.

IN Corporibus homogeneis Denſitates ſunt in ratione compoſitâ, ex directâ Ponderum, & inversâ * 1467. Voluminum *; ideò *dantur Denſitates*, id eſt, dantur numeri, qui ſunt inter ſe, ut hæ Denſitates, *dividendo Pondera per* Volumina. 1558.

In omnibus Corporibus, adhibitâ Librâ, *Pondera* comparantur; Volumina deteguntur ponderando Corpora *in eodem Fluido*; Pondera enim, ab illis *amiſſa*, ſunt ut ipſorum Volumina *. * 1495.

MACHINA,

Quâ Solidorum Corporum Denſitates conferuntur.

Hic iterum Bilanx hydroſtatica uſu venit *, cum omni ſuo apparatu *; ut ubi agitur de Fluidorum Denſitatibus comparandis *. 1559. TAB. LII. Fig. 1, 2. * 1480. * 1524. * 1546.

Loco Solidi R adhibemus Vas vitreum N, cui Corpora

pora comparanda imponi poſſunt. Loco Solidi L adhibemus Solidum, quoque æneum, O; quod ita determinatur, ut immerſo in Aquâ Vaſe N, æquilibrium detur,
*1532. poſitâ Bilance, ut antea diximus *.

1560. Corpus, cujus Denſitas quæritur, Lanci d imponitur,
Fig. 2. *1536 & Pondus ipſius notatur *. Mutatur ſitus Indicis T ita, ut hic cum a reſpondeat, manente Librâ in ſitu æquilibrii, quo dictum Pondus determinavimus. Idem hoc Corpus, reliquis manentibus, in Vas N Aquæ, ut dictum, immerſum, transfertur; Lancique d imponuntur Pondera, & Bilanx ad æquilibrium reducitur, & habemus Pondus à Corpore in Aquâ amiſſum; per hoc ergo ipſius Corporis Pondus dividendum eſt, ut habea-
*1558. mus Denſitatem *: id eſt, dividimus Pondus in Lance e per Pondus in Lance d, correcto utroque additione, aut ſubtractione, fractionis, quam ſcala indicavit.

EXPERIMENTUM.

1561. Fruſtum Auri puriſſimi z, quod, ut extranei nihil ipſi adhæreret, per aliquot horas igni fuit expoſitum, poſtea in Aquâ lotum, & linteo nitido abſterſum, Lanci d fuit impoſitum, & Lanci e Grana nongenta & ſexaginta. Quando Bilanx ad æquilibrium fuit re-
*1536. ducta *, Index reſpondebat diviſioni decimæ ſeptimæ ſcalæ deſcendentis; Pondus Auri ergo erat $960{,}_{17}$ Gr.

*1560. Mutato Indice *, & Vaſi N impoſito Auro, reliquis manentibus, æquilibrium fuit deſtructum; Grana quinquaginta Lanci d fuere impoſita, & Bilance elevatâ, ut Index reſponderet nonæ diviſioni ſcalæ deſcendentis, Æquilibrium fuit inſtauratum, Pondus ergo de-
*1536. *1558. ſtructum fuit $49{,}_{91}$ *. Inſtitutâ diviſione *, Denſitas erat $19{,}_{238}$. Proximè $19\frac{1}{4}$.

Cum

Cum Argento ſimile inivi tentamen. Fruſti Argenti benè depurgata fuit ſuperficies, quæ levis erat; Pondus erat 439,15; Pondus amiſſum 42,58; ergo Denſitas 10,31. Puriſſimi Argenti Denſitas major eſt. 1562.

Mercurii Denſitas detegitur, ut ſi de Corporibus Solidis ageretur. Exiguum quoddam Vas vitreum Lanci d imponitur, & conſtitutâ Bilance in Æquilibrio, Index ut dictum diſponitur *; infunditur huic Vaſi Mercurii quantitas ad libitum, & Pondus inveſtigatur. Transfunditur tunc Mercurius in Vas N, & aliud Vaſculum, ut ante, Lanci d imponitur; & Pondus à Mercurio in Aquâ amiſſum determinatur. 1563. *1532.

Benè quoque depurgari debet Mercurius, nam hujus ſuperficiei facile pinguedo quædam adhæret, quæ immediatam Aquæ applicationem quodammodo impedit, & tunc Denſitatem verâ minorem detegimus.

Mercurii, ſatis benè depurgati, Denſitatem detexi 13,54. aut 13,57., plus & minus; hujus ejuſdem optimè depurgati Denſitas fuit 13,62.

In hiſce Solidorum Denſitates conferimus cum Denſitate Aquæ; & hujus ope, cum Denſitatibus reliquorum Fluidorum. 1564.

Denſitas autem Aquæ Unitate exprimitur; talis enim detegeretur Denſitas Corporis, quod cum Aquâ eandem Gravitatem ſpecificam haberet.

Hac Methodo Denſitates etiam Corporum Aquâ ſpecificè leviorum deteguntur; ſi ita cum Vaſe jungantur, ut hujus Pondere in Aquam trahantur. 1565.

Si Pondus Pedis cubici Aquæ * multiplicemus per numerum, qui Corporis Denſitatem exprimit, habemus Pondus Pedis cubici ipſius Corporis; quæ Pon- 1566. *1551.

 deris

deris determinatio in multis occasionibus usum magnum habet.

MACHINA,

Quâ Monetæ explorantur.

1567. TAB LI. Fig. 6. Sit Machina A, similis Machinæ in Capite præcedenti descriptæ *; in inferiori parte cum hac cohæret annulus DE; proprio Machinæ Pondere Globus pro parte tantùm Aquæ immergitur.

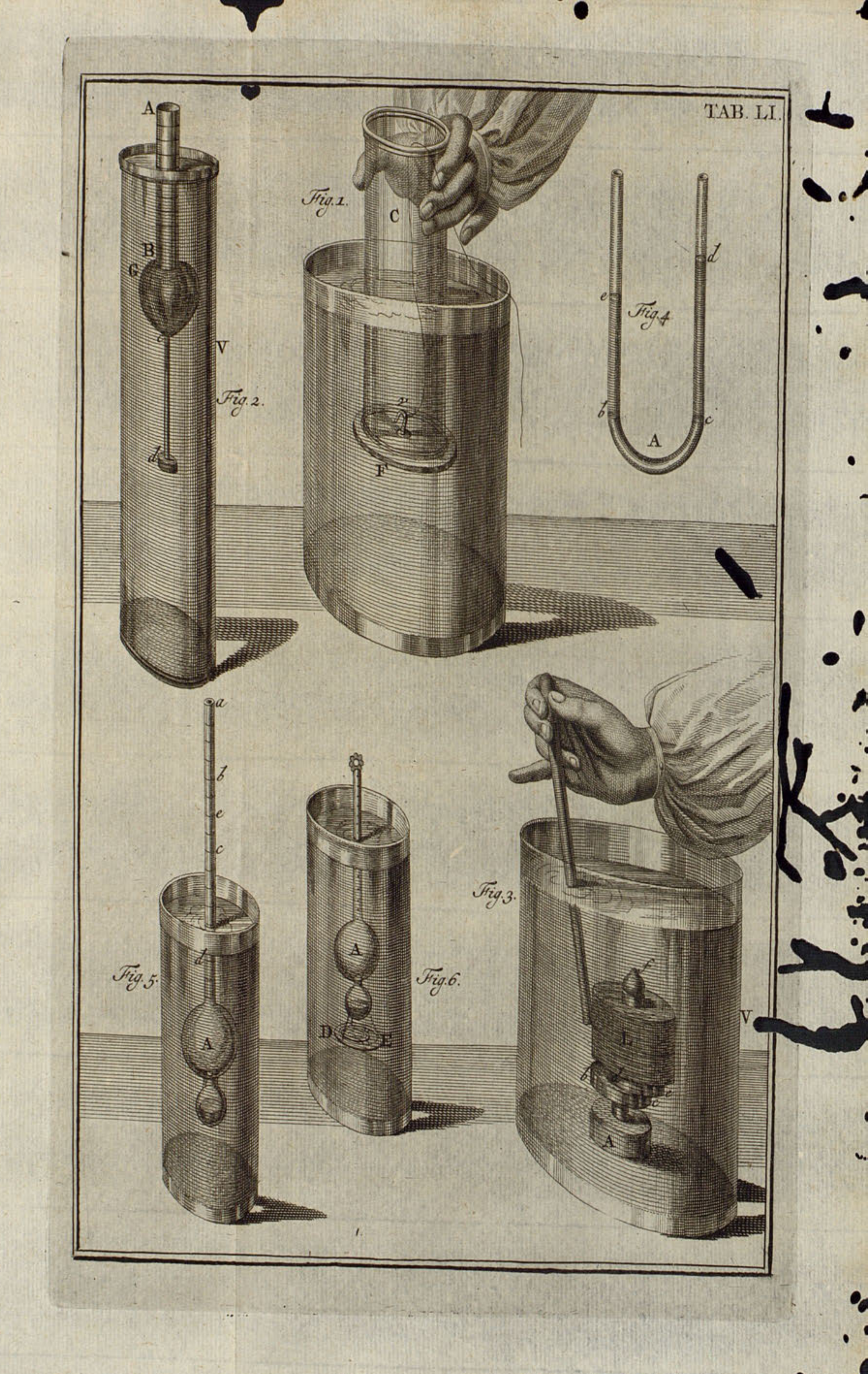
* 1554.

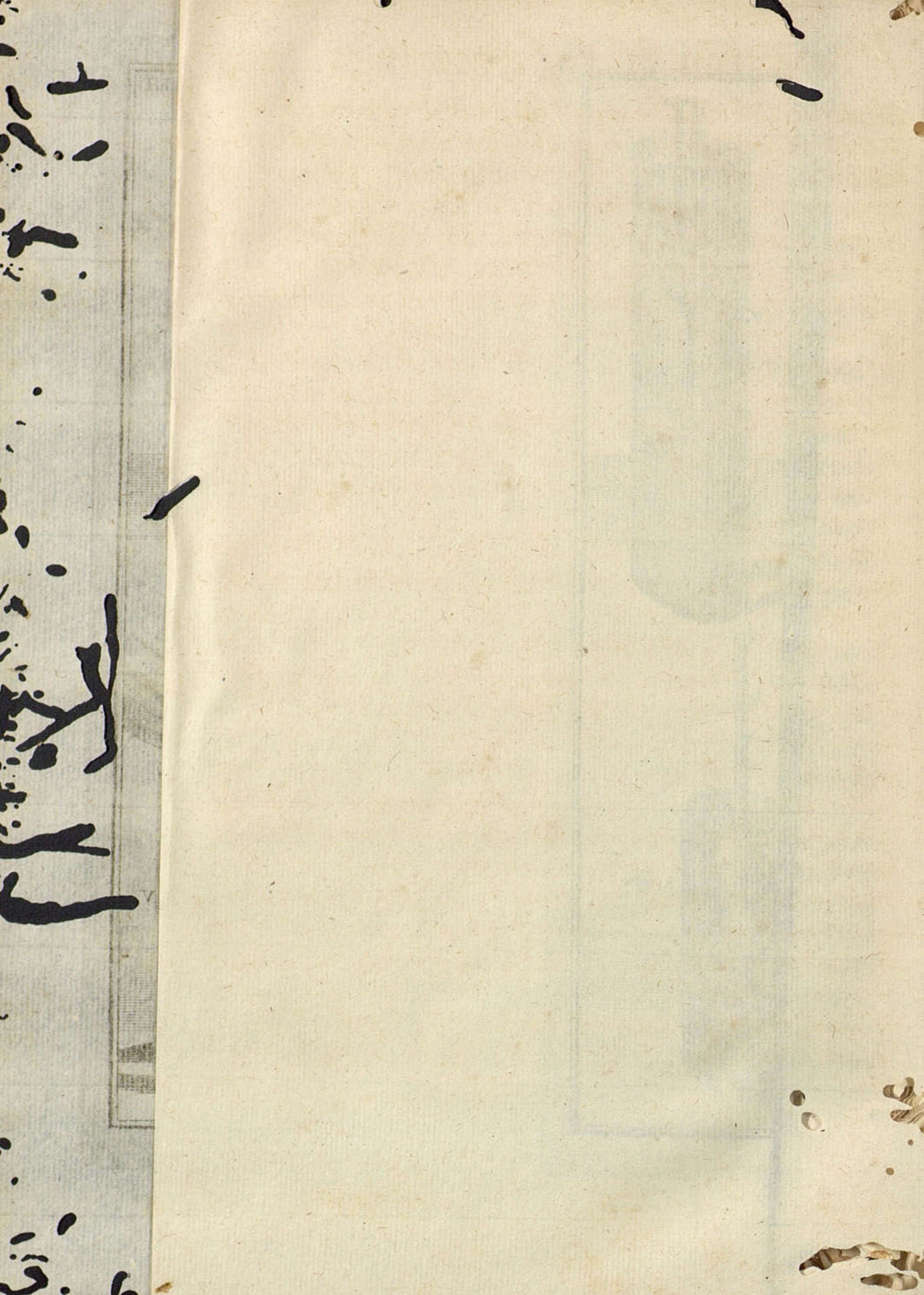
1568. Moneta suspecta cum aliâ probâ, ejusdem Ponderis, confertur, successivè has imponendo ipsi Annulo; si enim spuria Moneta sit, minus immergetur Machina.

Ut Monetis diversis inserviat hæc, ita construenda est, ut si de leviori specie agatur, ne quidem, hac impositâ, integer Globus Aquâ tegatur; tuncque Lamella cuprea, aut plumbea, adhibetur talis, quæ si Monetæ addatur, superficies Aquæ circa medium colli pertingat.

1569. Si non ad manus habeamus Monetam probam, exactè ejusdem Ponderis cum suspectâ, hac utimur Methodo. Monetam non suspectam Annulo impono, & noto quo usque immergatur; Machinæ aliam Monetam, ejusdem speciei, sed quæ parum à primâ Pondere differt, uno Grano ex. gr., postea impono, & detego immersionis differentiam; sit hæc unius divisionis cum semisse. Si nunc mihi notum sit suspectam Monetam duobus Gr. differre à primâ ex præcedentibus, etiam mihi notum erit, immersionem differre debere tribus divisionibus; & novi quo usque, impositâ suspectâ Monetâ, Machina debeat immergi; si minus immergatur, spuriam ipsam esse patebit.

Collatis Densitatibus Metallorum celebre Archimedeum


TAB. LI.
Fig.1.
C
F
A
B
G
V
Fig.2.
d
Fig.4
e
d
b
c
A
a
b
e
c
d
Fig.5.
A
A
Fig.6.
D
E
Fig.3.
f
L
V
A



deum de Metallis mixtis solvimus Problema.

Detur Mixtum, ex Metallis duobus notis; determinandum, quantum utriusque contineat, si Metallorum & Mixti Densitates dentur. 1570.

Sint Metallorum Densitates A B, A D; Mixti Densitas A C. Sint etiam A L & L I, ut Volumina Metallorum primi & secundi in Mixto. Ponamus formata rectangula A F, L H, A G. TAB. LII. Fig. 4.

Pondus primi Metalli in Mixturâ Rectangulo A F repræsentari potest *; repræsentatque in hoc casu rectangulum L H Pondus Metalli secundi; & Figura A B F M H I A indicat Pondus integri Mixti; hoc etiam rectangulo A C G I exhibetur *; quod idcirco Figuræ memoratæ æquale est. * 1465. 23. El. VI. * 1465.

Subtractâ utrimque Figurâ communi ACNMHI, restant æqualia rectangula B N, N H; quorum latera sunt reciprocè proportionalia *, F N ad N M, ut N G ad N C; id est, L I ad A L *; ergo conv. & inv. F M ad F N, ut A I ad L I. *Volumen Mixti ad Volumen secundi Metalli in Mixto, ut differentia Densitatum Metallorum primi & secundi ad differentiam Densitatum Metalli primi & Mixti.* * 14. El. VI. * 34. El. I. 1571.

Pondus autem *totius Mixturæ est ad Pondus Metalli secundi in Mixto*, in ratione compositâ Densitatum Mixti & secundi Metalli, & ratione Voluminis Mixti & Voluminis secundi Metalli in Mixto *, id est, *ut productum Densitatis Mixti, per differentiam Densitatum Metallorum, ad Densitatem secundi Metalli, ductam in differentiam Densitatum primi Metalli & Mixti.* 1572. * 1465.

Hæc solutio hac nititur Hypothesi, Metalla singula in ipso Mixto suum integrum Volumen servare; si autem 1573.

tem

tem partes quædam unius in poros alius penetrent, solutio accurata non est. Quis autem affirmabit simplicem dari partium minimarum appositionem, in omni Metallorum Mixturâ; Experimentis nondum satis accuratè quæstionem ad examen vocatam fuisse videtur. Inter Experimenta, quæ Hookius coram societate Regiâ Anglicanâ demonstravit, unum memoratur, in quo cupri Densitas aucta fuit permixtione stanni metalli levioris.

LIBER III.

Pars II. De Motu Fluidorum.

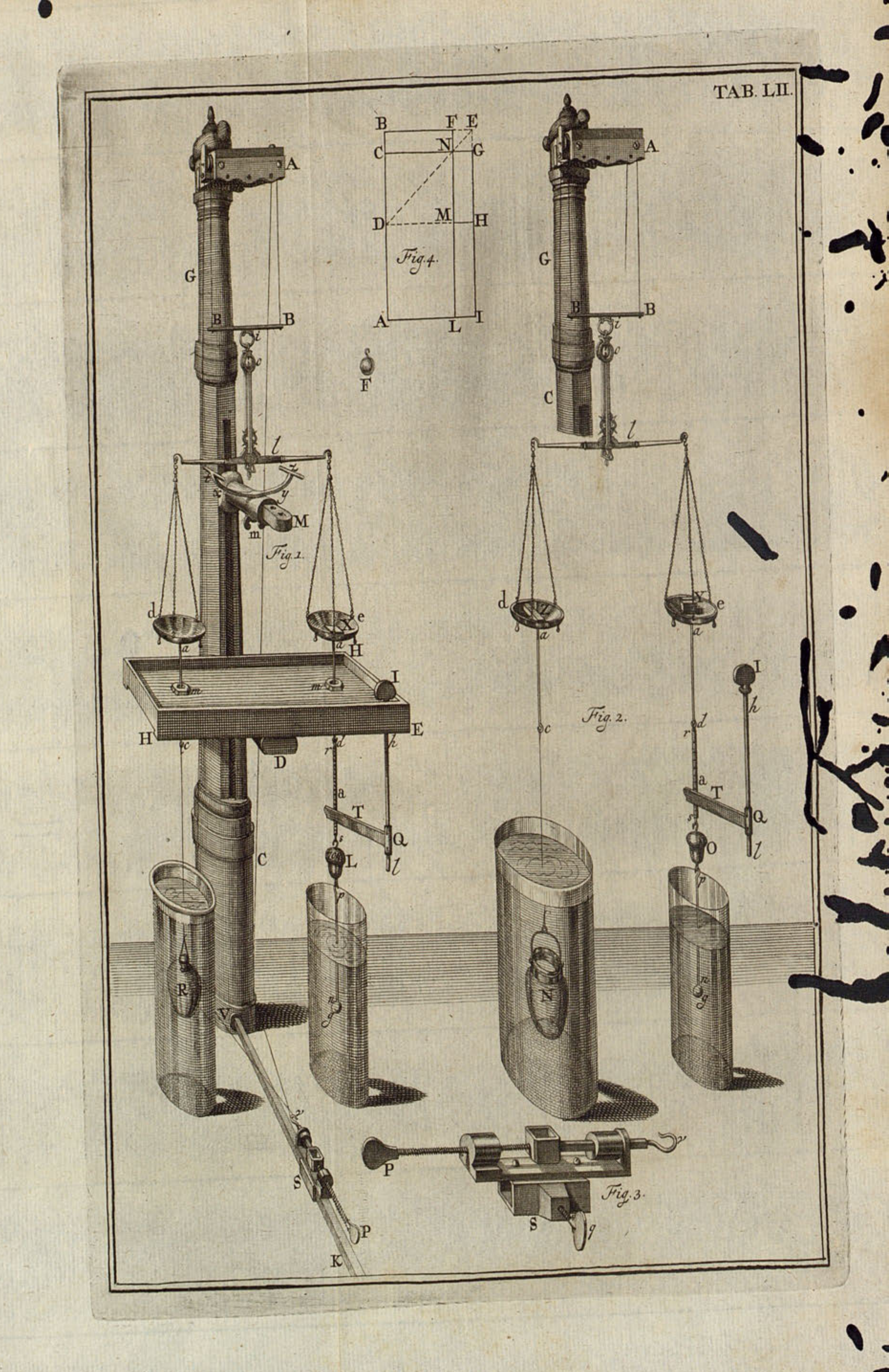
CAPUT VII.

De Celeritate Fluidi, ex Pressione Fluidi superincumbentis.

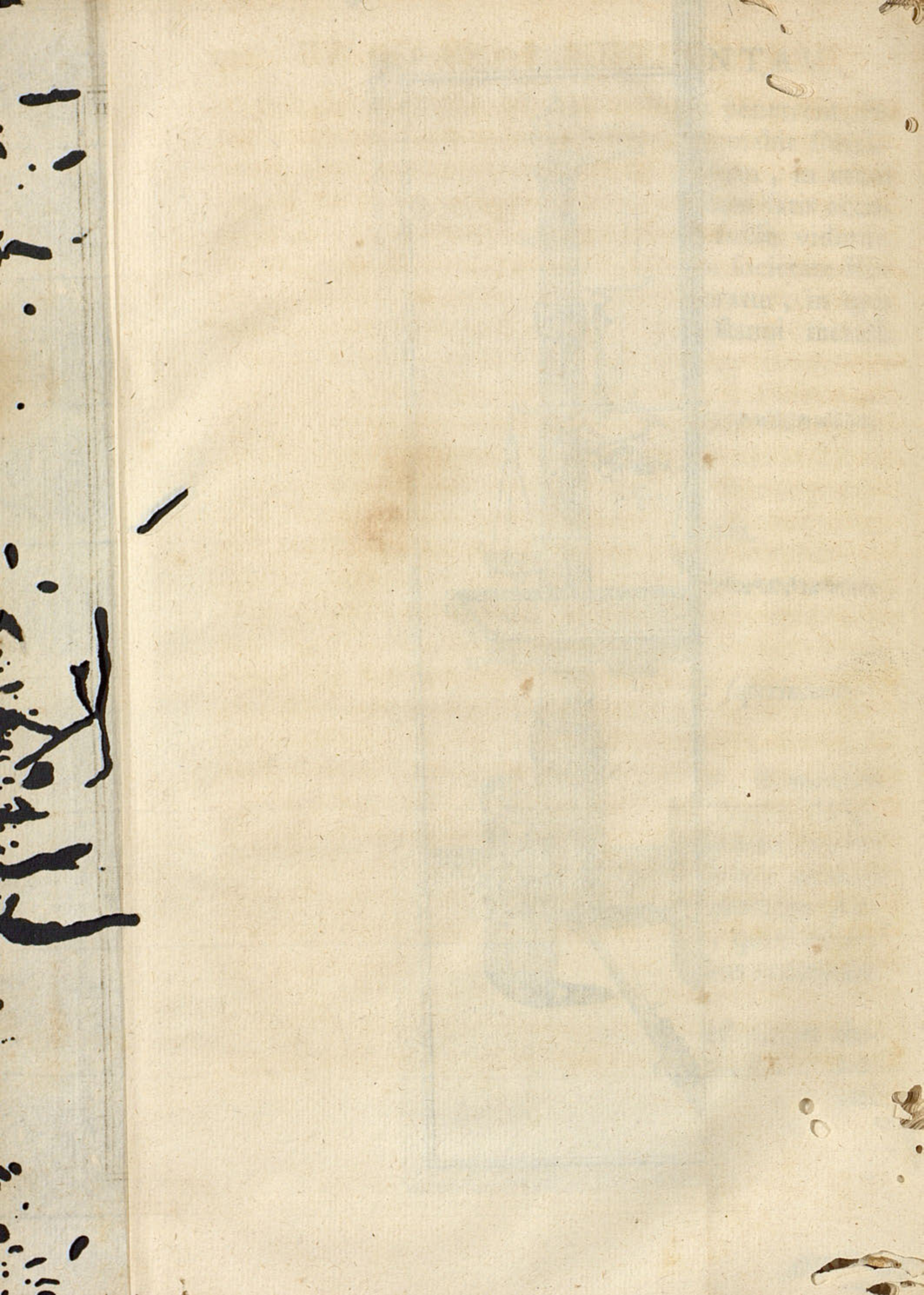
FLuidum inferius à superiori premitur, & quidem æqualiter omnes partes versùs hæc Pressio dirigi-
* 1418. tur *, & æqualiter omnes partes versùs Fluidum conatur
1574. recedere; idcirco *si Pressio ab unâ parte tollatur, ad illam partem movetur Fluidum*; & non interest *à quacunque parte Pressio tollatur, eâdem Celeritate movetur*; quod Experimentis, in capite de Fluidis prosilientibus memorandis, confirmatur.

Ad eandem profunditatem Celeritas est etiam ubi-
* 1413. 1414. que eadem, propter Pressionis æqualitatem *; mu-

tatâ



TAB. LII.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.



tatâ vero profunditate mutatur Celeritas.

Hanc dicimus *Pressione communicari Velocitatem*, non 1575.
autem Particulas hanc cadendo acquirere : nam *primæ* 1576.
Particulæ, quæ exeunt, non lentius illis, quæ sequuntur, moventur; non enim aliam primæ, quam sequentes, viam sequuntur, si obliquè exeant. Præterea non tantùm exeunt, quæ descendunt, sed & quæ lateraliter adfluunt; moveturque Particula Pressione omnium Particularum circumambientium, exceptis illis quæ in motu præcedunt; & Particulæ, quæ descendunt, non tam à superincumbentibus, sed præcipuè lateralium Pressione, Velocitatem acquirunt; ab insequentibus enim, eâdem Velocitate motis, accelerari non possunt.

Sit Vas A, Fluido repletum ad altitudinem *a b*; 1577.
effluat Aqua per foramen *c d* in fundo. Particulæ sese TAB. LIV. Fig. 1.
mutuò sequentes omnes eâdem Velocitate exeunt. Concipiamus Lamellam *c f*, quæ foramini respondet; sustinet hæc Pondus Columnæ *e m*; & integrâ hac Actione, ut & proprio pondere, deorsum premitur, quamdiu quiescit: aperto autem foramine Actio Columnæ *e m* statim cessaret, nisi hæc ipsa Columna, à Fluido circumambiente, continuo comprimeretur. Particulæ, quæ cedunt, sese subducunt ab Actione insequentium, si hæ non majori Actione propellantur; sed hoc ad Pressionem lateralem applicari non potest, quæ tamen eundem præstat Effectum cum directâ, cùm omnis Pressio eandem producat Actionem omnes partes versùs *. *1418.

Illi Pressioni laterali soli, quam Fluidum, Colum- 1578.
nam *c m* circumambiens, in hanc exserit, Velocitatem, quâ Lamella *c f* exit, tribuendam esse statim patet, si

Preſſionem hanc ſublatam concipiamus, & Columnam
cm Tubo eſſe incluſam. Hæc tunc integra caderet,
ut Corpus ſolidum, & motus Lamellæ *cf*, congrueret
cum motu Lamellæ ſeparatæ *n*; id eſt, Velocitate mi-
* 1576. nimâ ex foramine exiret, quod non obtingit *.

1579. Ipſam autem Velocitatem, quâ reverà ex foramine,
ſepoſitis retardationibus, exit Lamella *cf*, detegimus,
determinando Vim quâ ejicitur.

1580. Lamella hæc, durante Actione quâ expellitur, per-
currit altitudinem ſuam *df*; ponamus Lamellam *n*, ca-
dendo, etiam percurrere altitudinem ſuam; Vires, hiſ-
ce Lamellis æqualibus, æqualia percurrendo ſpatia,
communicatæ ſunt inter ſe, ut Intenſitates Preſſio-
* 727. num, quibus Vires fuere communicatæ *; quæ Inten-
* 1577. ſitates ſunt, ut pondus Columnæ *cm* * ad pondus La-
mellæ *n*.

Si quoque concipiamus integram Columnam *cm*, ſo-
lam, proprio pondere cadere, & per eandem altitu-
dinem *df* deſcendere, hæc Velocitatem acquiret illi
æqualem, quam acquiſivit Lamella *n*; & Vis, quam
Columna acquirit, ſe habet ad Vim Lamellæ *n*, ut
* 748. 156. Pondus illius ad hujus pondus *; Vires ergo Colum-
næ, & Lamellæ *cf*, eandem rationem habent ad Vim
* 9. El. V. Lamellæ *n*; ſuntque illæ æquales inter ſe *. Vires au-
tem, cadendo acquiſitæ, ſunt æquales, quando alti-
* 790. * 156. tudines ſunt inverſè ut Maſſæ *; id eſt, ut pondera *;
unde ſequitur Lamellam *n* illâ exire Vi, quam acquire-
ret liberè cadendo ab altitudine *md*.

1581. Univerſalis admodum hæc eſt demonſtratio, ſive
Lamella craſſior, ſive tenuior, ſit; hæc eâ ſemper ex-
pellitur Velocitate, quam Corpus acquirit cadendo à
dictâ

dictâ altitudine *md*, hancque acquirit Velocitatem, dum percurrit ſpatium *fd*. Demonſtratio verò pro fundamento habet, Preſſionem omnes partes versùs eſſe æqualem *; idcirco, quamvis ad determinatam magnitudinem Particularum non reſtringantur, tantùm locum habere poteſt in Particulis ſatis tenuibus, ut ex his Fluidum efficiatur; cùm autem admodum tenues in hoc caſu Particulæ requirantur, ſequitur primas exeuntes, breviſſimo, & omnino inſenſibili, momento, Velocitatem ſuam integram acquirere.

* 1577.

Si hæ tantùm ſucceſſivè exirent particulæ, ex quibus Columna *cm* conſtat, effluxus non daretur continuus; ſed, interpoſitâ morulâ, Lamellæ ſucceſſivè exirent. Reverà autem quantitas, quæ exit, in Tempore in quo Corpus altitudinem *dm* poteſt percurrere, integram dictam Columnam ſuperat, & exceſſus ſupletur à Fluido laterali ita, ut effluxus ſit continuatus ſine ullâ interruptione.

In eo momento, in quo prima Lamella, quæ exit, 1582.
Velocitatem acquirit, propelluntur & adjacentes ita, ut plures, durante effluxu, continuo in motu ſint; quibus ſingulis, in exitu, tantum communicatur quantum deficit ab illâ, quam cauſa movens ipſis communicare poteſt, Velocitate maximâ, ſuperius determinatâ.

Ex hiſce ſequitur *Fluidum*, *Preſſione Fluidi ſuperincum-* 1583.
bentis, (ab hac enim pendet etiam Preſſio lateralis) *ex foramine*, *jactu continuo*, *eâ proſilire Velocitate*, *quam Corpus acquirit cadendo à ſupremâ Fluidi ſuperficie ad foramen uſque*; *ſepoſitâ* nempe, ut in hac demonſtratione, *partium Cohæſione*, quæ licet exigua ſit, in Fluidis ple-

 risque

risque tamen observatur; *quâ* Cohæsione *particulæ exeuntes* retinentur, dum Fluidum, quod exit, à remanente separatur; ideòque *retardantur*. Sed & præter hanc retardationem, quæ ab ipso Fluido pendet, ex variis aliis causis extraneis Velocitas Fluidi minuitur; de quibus in Capite sequenti agam.

MACHINA,

Quâ Experimenta de Fluidis prosilientibus instituuntur.

1584. TAB. LIV. Fig. 2. Parallelopipedum ligneum AB, Longum & Latum octodecim Pollices, & cujus altitudo duos Pedes superat, Aquâ impletur, & ita disponitur, ut Fundus ejus elevetur circiter uno Pede supra Fundum horizontalem Arcæ ligneæ CD, cujus longitudo est fere quatuor Pedum, latitudo unius Pedis cum semisse, profunditas quinque aut sex Pollicum.

In F, ad altitudinem Sesqui-pedis supra Fundum Arcæ CD, hæret Tubulus æneus horizontalis, cujus cavitatis diameter excedit Semipollicem; pars anterior laminâ clauditur, in cujus medio foramen datur diametri partis duodecimæ unius Pollicis: foramen hocce clauditur operculo, ut R, quo pars Tubi anterior obtegitur, & quod cum hoc, ope cochleæ, jungitur: duo Tubi similes aptantur in E, circa Fundum vasis AB, & in G; hicque supra F elevatur, quantum ille infra F deprimitur.

Circa fundum etiam ejusdem Machinæ firmatur Epistomium N, cochleâ instructum, ut ipsi Tubus jungatur.

EXPERIMENTUM I.

1585. Vas AB Aquâ impletur ita, ut altitudo, superficiei supremæ Aquæ supra Fundum Arcæ CD, foramine

in

in F in duas partes æquales dividatur, quæ singulæ in nostrâ Machinâ sunt Sesqui-pedis. Aqua ex hoc foramine per FM prosilit, & distantia horizontalis puncti, ad quod in fundo Arcæ CD pertingit, à foramine superat 34. Poll., non duobus Poll. deficiens ab altitudine Aquæ supra dictum Fundum: si ad distantiam 36. Poll. pertingeret, percurreret Aqua, motu æquabili, Celeritate cum quâ exit, in Tempore in quo Corpus cadere potest ab F ad fundum Arcæ CD, spatium duplum hujus altitudinis *; & ideo agitaretur celeritate, quam Corpus ab hac altitudine cadendo potest acquirere *; hæc autem altitudo æqualis est altitudini superficiei Aquæ supra foramen. Cùm verò tantùm pertingat ad distantiam circiter $34\frac{1}{2}$ Poll. deficit vera Aquæ Velocitas à Velocitate memoratâ, vigesimâ quartâ parte circiter. *547. *376.

Sepositis retardationibus, Quadrata Velocitatum, quibus Fluidum ex variis foraminibus exit, sunt inter se ut altitudines Fluidi supra foramina *. Experimentis etiam constat retardationes parum admodum hanc proportionem turbare, quamdiu altitudines non excedunt Pedes 30. aut 35. In minoribus altitudinibus proportionem hanc sequenti Experimento ante oculos ponimus. 1586. *1583.374.

EXPERIMENTUM 2.

Usu hîc venit Machina superius memorata *; & ad hoc attendere debemus, distantias, ad quas prosilit Aqua in Fundo Arcæ CD, dum horizontaliter exit ex foramine ut E, positis diversis superficiei Aquæ altitudinibus, esse spatia horizontaliter, motu æquabili, percursa, in Tempore in quo Corpus cadendo potest percurrere IL, æqualem altitudini foraminis supra fun- 1587. TAB. LIV. Fig. 1. *1584.

*541. dum Arcæ *: hasque idcirco distantias esse ut Veloci-
*149. tates *.

Si nunc detur Aqua in Vase AB, ad altitudinem octo Pollicum supra foramen in E, & mensuretur distantia ad quam prosilit, & infusâ ulterius Aquâ, donec altitudo sit octodecim pollicum, iterum mensuretur distantia; erunt hæ ut 2. ad 3. Quadrata distantiarum sunt hîc ut Aquæ altitudines, in quâ ratione Quadrata Celeritatum.

CAPUT VIII.

De Fluidis prosilientibus.

1588. F*Luidum verticaliter ex Foramine prosiliens*, eâ Velocitate in altum adscendit, quâ *ad altitudinem supre-*
*1583.380. *mæ superficiei Fluidi* pervenire potest *; *nunquam* tamen ad hanc altitudinem *pertingit*, variis ex causis, præter par-
*1583. tium cohæsionem supra memoratam *.

1589. 1. Celeritas, quâ Fluidum in altum adscendit, omnibus momentis minuitur, & Columna, Fluidi prosilientis, constat ex partibus, ad varias altitudines, Celeritate diversâ motis: Columnæ ubique ejusdem crassitiei partes omnes necessariò eâdem Celeritate moventur; prædicta Columna fit ergo latior, omnibus momentis, dum Fluidi Celeritas minuitur; cujus dilatationis causa est Impetus Fluidi insequentis, & sequitur ex Naturâ Fluidi Impressioni cuicunque cedentis, & facile omnes partes versùs moti; ex hoc Impetu motus ubique retardatur.

1590. 2. Minuitur & hicce motus Fluido, quod, cùm totum motum amisit, hæret in superiori parte Columnæ,

&

& Fluido insequenti sustinetur per momentum Temporis, antequam ad latera defluat, quo Fluidum hoc insequens retardatur, quæ retardatio toti Columnæ communicatur.

3. Attritu juxta latera Foraminis minor est Fluidi prosilientis Celeritas; qui Attritus augetur, quando per Tubos & Epistomia Fluidum deducitur. 1591.

4. Tandem Aëris Resistentia motui Fluidorum remoram facit. 1592.

Causam primam Retardationis memoratam * corrigi minimè posse, nemo est qui non videt. 1593. * 1589.

Secunda * corrigitur paululum inclinando Fluidi directionem, ut per se patet; hac de causâ, *Fluidum, directione paululum ad horizontem inclinatâ, altius quàm verticaliter adscendit.* * 1590. 1594.

Experimentum I.

Machinæ superius descriptæ *, ope cochleæ in N, jungitur Tubus curvus N O, ex quo Aqua per foramen exiguum in altum prosilit verticaliter; convertendo paululum Tubum, quod facile fit propter cochleam in N, inclinatur directio motus Aquæ, & altius hæc adscendit. Hac autem inclinatione spectaculi amœnitas sæpius destruitur. 1595. TAB. LIV. Fig. 1. * 1584.

Circa tertiam causam Retardationis * notandum, eo majorem, servatâ proportione, dari Attritum, quo Foramen minus est; circumferentia enim, in quâ Attritus datur, crescit ut diameter, & ipsum foramen augetur ut Quadratum diametri *; augeturque magis Fluidi prosilientis quantitas quàm Attritus. Etiam auctâ Celeritate Attritum augeri clarum est, quare *Foramina cum Altitudine Aquæ prosilientis sunt augenda*, ut dum 1596. * 1591. * 2. El. XII. 1597.

dum ex unâ causâ Attritus augetur, ex aliâ minuatur.

1598. Extremitates Tuborum, ex quibus Aqua prosilit, vulgò figuram Coni truncati habent, ut in P repræsentatur; in quâ extremitate magnum Aqua Attritum patitur, & irregulariter movetur, motuque irregulari in altum exit.
TAB. LIV. Fig. 3.

1599. Corriguntur hæc *obtegendo extremitatem Tubi laminâ planâ, & politâ, in quâ Foramen datur*, cujus latera admodum polita etiam desiderantur; *altius* tunc *Aqua prosilit*; &, quia motu omnino regulari adscendit, *perfectè est transllucida.*

EXPERIMENTUM 2.

1600. Detur Tubus memoratus P; ut & Cylindrus Q, ab unâ parte, laminâ perforatâ, clausus; hi successivè, ope cochleæ, jungantur extremitati O Tubi NO; manente Aquâ ad eandem altitudinem in Vase AB, prosilit Aqua ex Cylindro Q ad majorem altitudinem, & duorum Pollicum ad minimum, in hac exiguâ altitudine, differentia datur.
TAB. LIV. Fig. 3.

1601. *Tubi, per quos Aqua ex Receptaculo deducitur, latissimi, respectu Foraminis, requiruntur*; ut lentè Aqua in hisce Tubis moveatur, & sensibilis Attritus non detur. Etiam *Epistomiorum aperturæ latissimæ desiderantur*, ut Attritus minuatur.

EXPERIMENTUM 3.

1602. Vasi AB, ad eandem altitudinem cum Tubo F, inseritur Tubus, in quo Epistomium datur; angustior hic est, etiam laminâ clauditur, eodem modo ac Tubus F, & similiter hæc lamina perforatur, sed Foramen minus est; ipsius Epistomii apertura est quartæ partis unius Pollicis. Aqua, quæ per hoc Epistomium transit, in spatium magis angustum redigitur, quàm
TAB. LIV. Fig. 2.

quæ

quæ per tubum F movetur; hæc magis eſt tranſlucida, & ad majorem diſtantiam proſilit. Si ſurſum hi Jactus dirigerentur, altitudo Jactûs, per F, dupla eſſet alius Altitudinis; ut ex ipſis diſtantiis, ad quas Aqua proſilit, facile detegimus.

Reſiſtentia Aëris ſenſibilem in motu Fluidorum exſerit Effectum. Ut Corpora omnia ſic & Aër motui reſiſtit; daturque Fluidi proſilientis in particulas aëreas Actio, & harum Reactione *, minuitur Fluidi motus. 1603.

* 709.

Præter hanc reſiſtentiam, datur & alia minimè contemnenda Aëris Actio in Fluidum proſiliens. Fluidorum proprietates Aërem habere, in Libro ſequenti videbimus. Circumdat Fluidum hoc totam Columnam Fluidi ſalientis, motuique hujus, quo ad latera ſeſe expandit, dum latior fit *, reſiſtit, & major impetus Fluidi inſequentis requiritur, quàm ſi reſiſtentia hæc ſublata eſſet; reſiſtit ergo Aër etiam Preſſione laterali. 1604.

* 1589.

Reſiſtentia, ex Fluidi Ictu in Aërem, creſcit cum ſuperficie, quæ in Aërem incurrit; id eſt, ſi maneat Celeritas, augetur, cum Foramine; in quâ etiam ratione creſcit quantitas Materiæ motæ, & hujus reſpectu non intereſt, cujuſcunque magnitudinis fuerit Foramen. 1605.

Preſſio lateralis ſequitur proportionem ſuperficiei Columnæ; Materia mota, quæ, manente Celeritate, ſequitur rationem ipſius Vis inſitæ *, ad inſtar totius Columnæ, id eſt, Quadrati ſuperficiei hujus, mutatur: magis ergo, ſi Foramen augeatur, creſcit Vis Fluidi, quàm ipſa Cauſa retardans; *in majoribus* ideo *Fluidorum proſilientium Altitudinibus*, ut Preſſio lateralis, quæ, cùm diutius agat, majorem Actionem exſerit, melius ſupe- 1606.

* 748.

1607.

rari possit, *majora desiderantur Foramina*; quod & in eodem casu ex aliâ causâ requiri antea diximus*: in quo loco, ut & hìc, majora Foramina in majoribus tantùm Altitudinibus necessaria ponimus, licet demonstrationes probent, hæc Foramina, in majoribus Altitudinibus maximè necessaria, in genere esse anteponenda. Hujus distinctionis causam explicabo.

* 1597.

1608. Magna Foramina etiam motui obstant; nam 1°. Major datur superficies, cui incumbit Fluidum supremum, quod totum motum amisit, ibique diutius hæret, antequam ad latera defluat.

1609. 2°. Fluidum non tantùm illud ex Foramine exit, quod huic respondet; sed, ut Effluxus continuus detur, Fluidum vicinum continuo adfluit, quod obliquè movetur, &, dum prosilit, motu composito agitatur, quo motus Fluidi prosilientis turbatur; & in majoribus Foraminibus major est perturbatio ex hac causâ oriunda.

In minoribus Foraminibus prævalent Retardationes, quæ, aucto Foramine, minuuntur; ita tamen potest augeri Foramen, ut hæ prævaleant Retardationes, quæ
1610. aucto Foramine crescunt. Quare *datur in omnibus Altitudinibus certa Foraminis mensura, per quod Fluidum ad maximam quam potest adscendit Altitudinem.* Regulæ tamen, de determinando Foramine, dari nequeunt; quia latitudo Tuborum, per quos Aqua deducitur, horumque inflexiones, illud mutant ita, ut variatio in infinitum detur.

1611. Notandum autem *Altitudinem, ad quam Fluidum adscendere potest, ut & Foraminis magnitudinem, limites habere*, quos excedere vetitum.

Nam

Nam auctâ nimium Fluidi Celeritate, tantâ Vi in Aërem impingitur hoc, ut in guttas dispergatur; in quo casu, minuendo Celeritatem, Altitudo, ad quam adscendit Fluidum, augetur; & Altitudo omnium maxima, ad quam Fluidum adscendere potest, in diversis Fluidis differt: hæcque, in Aquâ prosilienti, vix centum Pedes superat. Diameter Foraminis, quod huic maximæ Altitudini respondet, vix excedit Pollicem cum quartâ parte.

Fluida, quæ obliquè prosiliunt, non ex tot causis, neque tantum, quàm verticaliter prosilientia retardantur. Secunda Retardationis causa, antea memorata *, hîc locum non habet, & Effectus primæ * minor est. De cætero in his locum habent, quæ de Solidis, obliquè projectis, dicta sunt in Capite 22. Libri primi; & *Fluidum ut innumera Solida, sese mutuò insequentia, & eandem Viam percurrentia, considerari potest.* In motu Fluidi Via percursa sensibilis est; & quæ de Solidis, obliquè projectis, dicta sunt, ope Fluidorum ad Experimentum vocantur; ad quod Hydrargyro utendum, propter hujus Fluidi, præ cæteris, Gravitatem specificam. Hæc autem, Machinâ peculiari, instituenda sunt Experimenta. 1612. * 1590. * 1589. 1613.

MACHINA,

Quâ instituuntur Experimenta de Fluidis obliquè prosilientibus.

Arca lignea ABCDEFH quatuor Pedes longa est, & lata decem aut duodecim pollices; altitudo est sex, aut septem, Pollicum. Fundus constat ex Tabulâ ligneâ excavatâ ad profunditatem Semi-pollicis, ut melius Mercurium contineat. 1614. TAB LIII. Fig. 1.

In extremitate H, lateris EFH, datur asser, aut

Tabula, HI, lata ſex pollices, alta duos pedes; in quâ datur ſciſſura *ot*. Hujus ope Solidum ligneum *s*, cui à poſteriori parte cochlea cohæret, ad altitudinem quamcumque firmatur.

Solidum hoc ſeparatim exhibetur in S (Fig. 2.). Huic additur Pyxis buxea cylindrica P, quæ ſulco circumdatur, cui inſeruntur Laminæ duæ æneæ, quarum una videtur in *fe*, harum extremitates junguntur cochleâ *g*, quâ Pyxis immobilis redditur; hæc verò circa axem eſt volubilis, quando relaxatur paululum cochlea.

In fundo hujus Pyxidis datur cavitas cylindrica *ab*, diametri quartæ partis unius pollicis. Habet hæc communicationem cum ſimili cavitate *bc*, quæ terminatur in medio cavitatis majoris *cd*, cujus diameter Semipollicem excedit; huic inſeritur Conus truncatus H (Fig. 3.) buxeus, cujus exterior ſuperficies, cum interiori cavitatis ſuperficie congruit ita, ut Conus circa axem, in hac cavitate, rotari poſſit; dum firmiter retinetur cochleâ R, anſam æneam QO trajiciente.

Ad angulos rectos cohæret Conus truncatus H cum Cylindro IL; Conumque cum Cylindro flexa trajicit cavitas *hil*, ejuſdem diametri cum cavitate *bc*, & huic reſpondens. Latior autem illa eſt in L, ut ipſi inſeratur Tubus vitreus NM.

Tubi longitudo eſt Seſqui-pedis; extremitas altera videtur in NM (Fig. 5.), quæ inſeritur Cylindro buxeo LI, ad formam Gnomonis excavato in *lih*; in *hc* datur cavitas major, cui inſeritur Conus truncatus ED, quo hæc exactè repletur, & qui in hac circa axem convertitur, ope manubrii EA.

Ca-

Cavitas *h i* respondet cavitati *d e*, quæ communicatur cum *f g*; pars hæc buxi annulo ferreo B Q circumdatur, in quo exiguum admodum datur foramen *g*, quod, partibus Machinæ junctis, cum cavitate Pyxidis P (Fig. 2.) communicationem habet.

Ne Tubus frangatur, extremitates L, L, Cylindrorum buxeorum (Fig. 3. & 5.), cum Tubo intermedio applicantur Regulæ ligneæ *m n* (Fig. 1.). Cum quâ, in extremitate inferiori *m*, jungitur compages ferrea L P B Q (*Fig.* 6.); extremitas L (*Fig.* 5.) Cylindri buxei respondet extremitati M, Regulæ M N (*Fig.* 6.), in quo situ pars crassior I Cylindri Fig. 5. cum I Fig. 6. congruit; & cochlea Q in *o* comprimit Cylindrum B D Fig. 5., huncque firmiter cum Cylindro L I conjungit.

Machinæ omnes partes conjunctæ videntur in Fig. 1.; Hydrargyrum Pyxidi *p* infunditur, & ex foramine *g* (*Fig.* 5.) prosilit. Manente Mercurio ad eandem altitudinem in Pyxide, & non variatâ Regulæ *n m* inclinatione, eâdem cum Celeritate, juxta directionem quamcunque, prosilit Hydrargyrum *; variatur autem * 1574.
inclinatio directionis, motu Manubrii *e a* (E A in Fig. 5.). Angulus, quem directio, juxta quam Mercurius ex foramine exit, cum Horizonte efficit, mensuratur ope Quadrantis Circuli divisi *q*, juxta quem movetur Index *f h*, qui pondere suo semper in situ verticali retinetur. Quadrans hicce videtur in Fig. 7. Index est F H. A posteriori parte duo dantur annuli, per quos transit Manubrium E A (Fig. 5.); quando Manubrium hocce est in situ verticali, Index cum divisione anguli 45. Gr. congruit, & directio mo-

tûs Mercurii exeuntis, in eo casu, Angulum Semi-rectum cum Horizonte efficit.

In Fig. 1. Jactus Mercurii juxta varias directiones repræsentantur: sensibiles hæ redduntur ope Tabulæ ligneæ G, nigro colore tinctæ, quam Mercurius in motu suo fere radit; in hac, quod hìc repræsentari non potuit, secundum dicta in N. 545., delineantur Viæ à Corpore, eâdem celeritate, juxta directiones varios angulos cum Horizonte formantes, percursæ; Semi-circulus etiam AL (Fig. 5. Tab. XIX.) in hac Tabulâ describitur.

Variæ tales Tabulæ dari possunt, in quibus hæc eadem, pro diversis Celeritatibus, repræsentantur.

Tabula fere in medio Arcæ erigitur, & cohæret cum latere EFH ita, ut juxta longitudinem Pyxidis moveri possit.

Celeritas Mercurii prosilientis variatur, mutando inclinationem regulæ *nm*; &, descensu Pyxidis *p*, apertura, ex quâ prosilit Hydrargyrum, ad Altitudinem, cum puncto infimo delineationis in Tabulâ congruentem, disponitur.

Sistitur Hydrargyri eruptio, obturando cavitatem *ab* (Fig. 2.) paxillo DE (Fig. 4.).

EXPERIMENTUM 4.

1615. TAB. LIII. Fig. 1. Partibus Machinæ conjunctis, & dispositis, ut in descriptione dictum, inclinetur Regula *nm*, donec Altitudo, ad quam prosilit Mercurius, quando directione, quæ à verticali paululum admodum divergit, in Altum adscendit, fere æquet diametrum Semi-circuli in Tabulâ G delineati. Ad talem altitudinem Pyxis *p* constituatur, & Tabula G disponatur, ut axis circumvolutionis Cylindri BD (Fig. 5.) respondeat puncto infimo

ſimo Semi-circuli memorati. Quomodocunque inclinetur Jactûs directio, hujus Amplitudo ſemper ferè quadrupla erit lineæ B M in Semi-circulo A B L (Tab. XIX. *Fig.* 5.) Exigua quædam datur differentia, quæ præcipuè Aëris reſiſtentiæ tribuenda eſt.

EXPERIMENTUM 5.

Machinâ, ut in præcedenti Experimento, diſpoſitâ, 1616.
ſi proſiliat Hydrargyrum per duas directiones, quarum unius inclinatio Angulum Semi-rectum excedit, quantum alterius inclinatio ab hoc deficit, Mercurius in punctis, parum diſtantibus, ſecabit lineam horizontalem, quæ per Semi-circuli, in Tabulâ G delineati, punctum infimum tranſit.

EXPERIMENTUM 6.

Manente Machinæ diſpoſitione, ſi via pro quacunque 1617.
motûs directione in Tabulâ, ut in Machinæ deſcriptione dictum, delineata ſit, & index *f h* cum diviſione Quadrantis, hanc denotans inclinationem, congruat, Hydrargyrum in motu ſuo à Viâ delineatâ parum aberrabit. Si pro variis Angulis viæ delineantur, motu manubrii *a e* ſucceſſivè hoc idem in diverſis hiſce Viis obſervari poterit.

EXPERIMENTUM 7.

Si alia Tabula ut G adhibeatur, in quâ prædicta pro 1618.
aliâ Mercurii Celeritate ſunt delineata, Experimenta eodem modo procedunt.

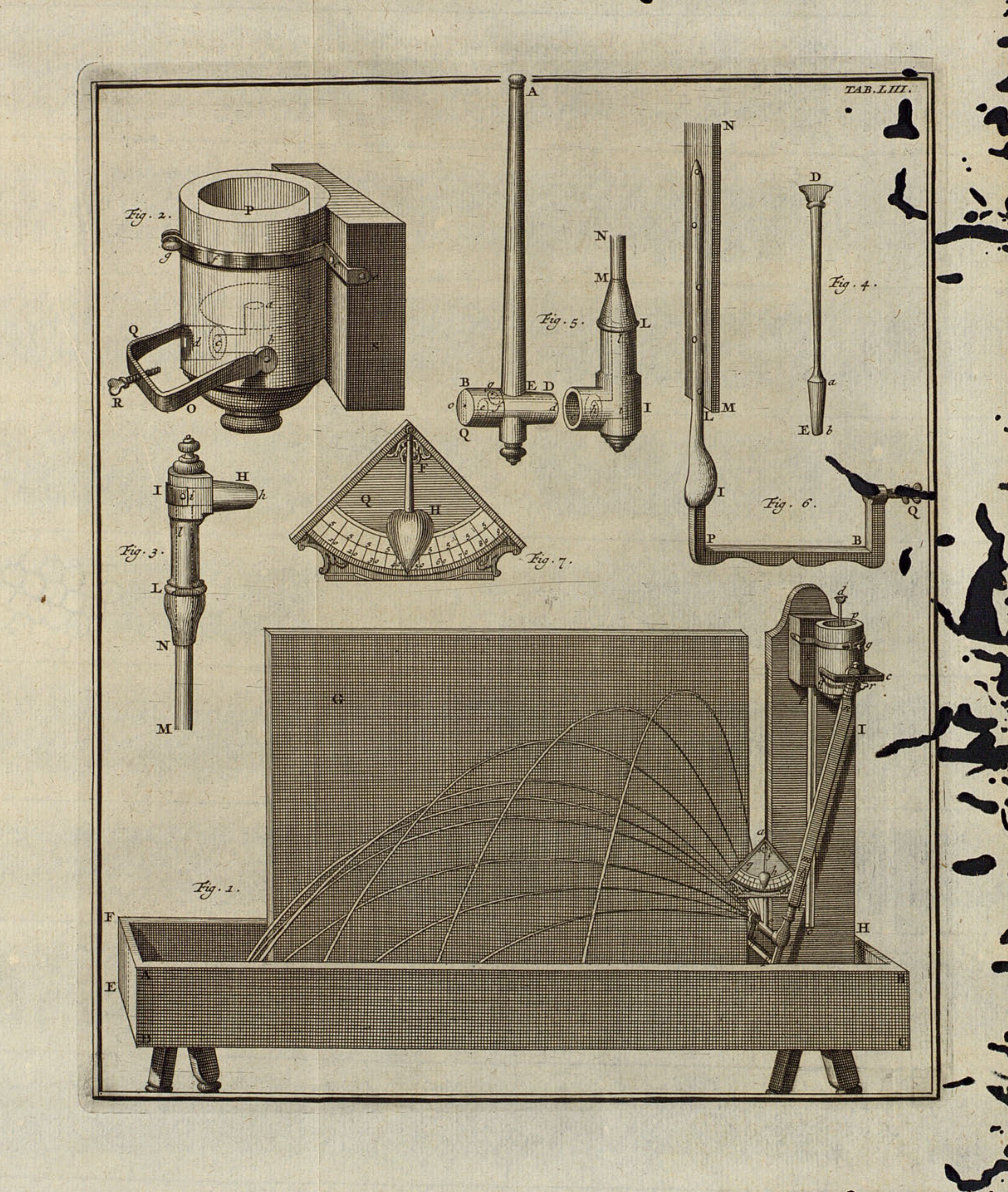
Simili methodo, quâ per Circulum determinatur diſtantia, ad quam Corpora obliquè projecta cadunt, detegitur diſtantia, ad quam Fluidum, ex foramine in latere vaſis, proſilit, quando vas plano horizontali imponitur: diverſa eſt hæc diſtantia pro variâ foraminis

minis Altitudine, manente ſuperficie ſuperiori Fluidi.

1619. *Sit A B Vaſis Fluido repleti Altitudo*; ſecetur hæc in
TAB. LIV. Fig 4. duas partes æquales in C; centro C & radio C A Semi-circulus deſcribatur; *detur foramen in E*; tandem ducatur ad A B perpendicularis E D, in Semi-circuli circumferentiâ terminata in D. *Proſiliat Fluidum ex E ad F in plano horizontali, diſtantia B F, ſepoſitis omnibus retardationibus, dupla erit ipſius perpendicularis E D.*

1620. Quod ut demonſtretur, conſiderandum Fluidum, motu æquabili, Celeritate quâ ex foramine exit, in Tempore in quo Corpus cadere poteſt ab E ad B, per-
*541. 1587. currere ſpatium B F *. In omni Motu Spatium percurſum ſequitur rationem compoſitam Celeritatis &
*120. Temporis *; & hoc per illam multiplicando datur ſpatium percurſum; id eſt, ſi pro variis Motibus hæc inſtituatur operatio, dantur quantitates, quæ ſpatiorum percurſorum proportionem exprimunt. Si cum Quadratis Celeritatum & Temporum computatio ineatur, dabitur ratio Quadratorum ſpatiorum percurſorum.
*1586. A E hìc deſignat Quadratum Celeritatis *; E B autem
*374. Quadratum Temporis *; harum linearum productum exprimit ergo Quadratum ſpatii percurſi B F. Hocce
*13. 17. El. VI. autem productum eſt Quadratum lineæ E D *; quæ idcirco, mutato foramine, creſcit & minuitur in eâdem ratione cum diſtantiâ B F. Poſito foramine in centro C, diſtantia B G, ad quam Fluidum proſilit, ſepoſi-
*1583. 1585. tis omnibus retardationibus, ipſi B A æqualis eſt *, & æqualis eſt perpendiculari, quæ in C ad A B in Semi-circulo duci poteſt, duplicatæ; quod ergo in omnibus foraminibus obtinet, & E D erit dimidium ipſius B F.

Ex


TAB. LIII.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.



Ex hisce sequitur, *Fluidum ex foramine in centro* C *ad distantiam omnium maximam prosilire.* 1621.

EXPERIMENTUM 8.

Utendum hìc Machinâ, in Capite præcedenti descri- 1622.
ptâ *. Prosiliat Aqua ex foramine F, ut in Experi- TAB.LIV. Fig. 2.
mento 1. Capitis VII.; prosiliat eodem tempore ex E, * 1584.
ut & ex G; foramen G minus quam F, foramen E verò magis à superficie Aquæ distat, ex horum neutro pervenit Aqua ad illam distantiam, ad quam ex F prosilit.

Ex dictis ulterius sequitur, *ex foraminibus* E & *e*, *æquè* 1623.
distantibus à centro C, *Fluidum ad eandem prosilire distan-* TAB LIV. Fig. 4.
tiam; quia in eo casu perpendiculares E D, *e d*, sunt æquales.

EXPERIMENTUM 9.

Per F concipiatur linea horizontalis, quæ transit 1624.
per H; H G & H E sunt æquales, & ex utroque fo- TAB LIV. Fig. 2.
ramine G & E Aqua prosilit ad L.

CAPUT IX.

De Quantitate Fluidi, ex Vasis profluentis, determinandâ, & Irregularitatibus in hoc Motu.

FLuidi quantitas, quæ *in dato Tempore*, *ex dato Fo-* 1625.
ramine, fluit, ad instar Fluidi exeuntis Velocitatis crescit: pendet hæc Velocitas ab altitudine Fluidi supra Foramen, & non interest quamcunque partem
versùs motus Fluidi dirigatur *; &, *sepositis retardatio-* * 1574.
nibus, *Quadrata Quantitatum effluentium sunt in ratione*
altitudinum Fluidi supra Foramina *. * 1586.

In Tempore, *in quo Corpus*, *liberè cadendo*, *percurrit al-* 1626.
titudinem Fluidi supra Foramen, *exit ex Foramine*, *sepositis*

* 1583. 376. *Retardationibus*, *Fluidi Columna*, *cujus longitudo dupla est*
1627. *illius altitudinis* *. Foramen ipsum est basis Columnæ,
& datur: si altitudo Fluidi supra Foramen nota sit, datur tota Columna; Tempus etiam facile Experimentis
* 415. 883. determinatur *: detectâ autem Quantitate, quæ in Tempore noto exit, quid, in Tempore quocunque dato effluat, non latet.

1628. Si autem quod hìc *, de Quantitate Fluidi exeun-
* 1626. tis, demonstramus, conferamus cum demonstratis de
* 1431. Fluidorum Pressionibus *, paradoxi quid sequetur,
TAB. LIV. Fig. 1. quamvis illud ex hoc deductum fuerit. Pressio, quæ motum communicat Fluido exeunti ex *cd*, valet Pondus
* 1577. Columnæ *cm*; ut supra vidimus *. Si ipsa hæc Columna Tubo inclusa esset, & sola suo Pondere caderet, ut Corpus Solidum, hac eâdem Pressione illa deorsum pelleretur. Agant hæ duæ Pressiones æquales per Tempus, in quo Corpus cadit ab altitudine *md*; Columnæ *mc* communicabit Pressio hæc Velocitatem, quâ Pressio illa Flui-
* 1583. dum expellit *: Velocitates sunt æquales, & Tempora æqualia; sed Materia agitata in ultimo casu dupla
* 1626. est *. Ideoque integer Effectus duplus.

1629. Differentiam hanc deducimus ex iis, quæ supra observavimus. Si sola Columna *cm* ageret, non ille esset
* 1577. motus qui revera obtinet *; sed Pressio lateralis addenda est, ut Pressio indicata, in Fluidum, quod exit,
* 1578. sine intermissione continuetur *. Hæc ipsa est Actio, quæ propellit causam moventem, & sine cujus auxilio Effectum suum præstare hæc non potest; illa ergo huic superaddenda est, ut causam integram habeamus, quæ
* 706. Effectum exserit *, & cujus hic proportionem sequitur.

In

In momento primo ſolum pondus Columnæ *cm* agit; ſtatim autem agit Preſſio lateralis, quam cauſam adjutricem vocabimus, cujus auxilio in eodem ſtatu ſervatur cauſa prima; quantum ergo hæc cauſa agendo amitteret, ſuppletur ab adjutrice; amitteret autem pro ratione Effectûs; Ergo Actio cauſæ adjutricis valet Effectum quem prima cauſa, ſi ſola ageret, præſtaret. Idcirco dum ſimul agunt, Effectus duplus eſt; hoc autem ipſum illud eſt quod illuſtrandum erat.

Quantitas verò Fluidi, quam, computatione indicatâ*, detegimus, ſenſibiliter admodum excedit illam, 1630. * 1627.
quæ revera exit: & quod maxime notabile eſt, *Experimenta quæ circa Velocitates, & illa, in quibus Quantitates Fluidorum, certo Tempore ex Foraminibus fluentium, immediatè menſurantur, minimè reciprocantur*; & non poteſt Quantitas hæc, ex notâ Velocitate, determinari. 1631.

Præcipua hujus differentiæ cauſa eſt motûs irregularitas, de quâ ſupra egimus*; & quæ, quamvis in magnis Foraminibus maximè noxia ſit, in omnibus tamen locum habet; hac irregularitate, magis impeditur egreſſus Aquæ, quàm hujus Velocitas minuitur: Baſis Columnæ minor eſt quàm ſuperficies Foraminis, ut ad oculum patet, ſi Columna, ad exiguam à Foramine diſtantiam, menſuretur. Hac de cauſa, ſi Aqua per brevem Tubum, Ex gr. unum Pollicem longum, effluat, majori copiâ exibit quàm, ſublato Tubo, per Foramen ejuſdem amplitudinis. 1632. * 1609. 1633.

In ipsâ menſurâ Velocitatis etiam error datur. Fluidum, quod juxta latera Foraminis tranſit, attritum patitur, & retardatur; quam Retardationem non patitur Fluidum illud, quod ex Foraminis centro irrumpit; 1634.

retardatur quidem hoc à Fluido laterali, cum quo cohæret; sed Fluidi partes facile moventur inter se, & Retardatio hæc exigua est respectu alterius; idcirco parum etiam acceleratur Fluidum laterale Actione illius, quod per medium Foraminis transit, & hoc continuò celerius illò movetur; non tamen à medio Fluido separatur laterale; nam quamvis facile juxta se invicem Fluidorum partes moveantur, difficilius à se invicem divelluntur: Fluidum ergo medium, fluxu suo continuo, secum fert laterale, quod licet lentius motum, ad eandem distantiam, aut altitudinem, cum medio pertingit.

Judicium autem de Velocitate, nisi ex distantiâ, aut altitudine, fertur; Velocitas verò quæ sic determinatur, paululum deficit à Velocitate, quâ Fluidum ex medio Foraminis exit, quia hoc in toto motu suo à laterali Fluido, & aliis causis, retardatur. Sed Velocitas hæc multo magis excedit lateralis Fluidi Velocitatem, ut ex his omnibus sequitur; si quis ergo toti Fluido exeunti mensuratam tribuat Velocitatem, Quantitatem Fluidi, certo Tempore exeuntis, determinabit veram excedentem; minus tamen veram excedet, quàm si in determinandâ Velocitate omnes retardationes seponat, & juxta Regulam, in N. 1626. indicatam, computationem ineat.

1635. *Experimentis* autem *constat*, *Quantitates Aquæ ex æqualibus Foraminibus*, *determinato Tempore*, *exeuntes*, si per latiores Tubos Aqua deducatur, & per Foramen in laminâ exeat, *rationem sequi*, *à subduplicatâ altitudinis Aquæ supra Foramen*, *parum differentem*; cum verò hæc ratio tantùm quam proximè locum habeat, si nimium

mium differant altitudines, Regula usum habere non potest.

Ubi computationes ineundæ erunt de Aquæ Quantitate, quæ effluit ex Foramine dato, manente altitudine Aquæ supra Foramen, subjecta Tabella usu venire poterit, quæ ad altitudines majores aut minores non producenda est. Quo Experimento nitatur hæc, & quæ in computatione hujus observanda fuere, in Scholio huic Capiti subjuncto dicam. 1636.

Pono Aquam fluere ex Foramine circulari, cujus diameter est Semi-pollicis Rhenolandici; agitur ulterius hìc de Pedibus Rhenolandicis. 1637.

Altitudo Aquæ.	*Tempus in quo Pes cylindricus Aquæ effluit.*	*Altitudo Aquæ.*	*Tempus in quo Pes cylindricus Aquæ effluit.*
4. Pedes	52,16. Min. S.	13. Pedes	28,94. Min. S.
5.	46,66.	14.	27,88.
6.	42,59.	15.	26,94.
7.	39,43.	16.	26,08.
8.	36,89.	17.	25,30.
9.	34,78.	18.	24,59.
10.	32,99.	19.	23,93.
11.	31,55.	20.	23,33.
12.	30,12.	21.	22,71.

Si Foramina differant, & altitudo maneat, Quantitas Fluidi, quæ determinato Tempore exit, ipsius Foraminis rationem sequitur, si in omnibus punctis Foraminis æquali Velocitate Fluidum feratur; quod quamvis non obtineat, parum tamen à memoratâ ratione aberrare Quantitates, quæ revera exeunt, Experimentis cum Aquâ institutis constat. 1638.

1639. Cæteris paribus, *Quantitates quæ effluunt*, esse ut Tempora clarum est: *sunt* ergo Quantitates hæ *generaliter in ratione compositâ Temporum*, *Foraminum* *, *& Radicum quadratarum altitudinum Fluidi supra Foramina* *.

* 1638.
* 1635.

1640. In Vasis, in quibus Fluidi adfluxus non datur, hujus Celeritas, dum effluit, continuò mutatur, ad quod attendendum in comparatione Temporum, in quibus Vasa diversa evacuantur.

Vasa Cylindrica hìc consideramus, & dicta, ad Vasa quæcunque, eandem juxta integram altitudinem capacitatem habentia, referri poterunt; ponimus Fluidum per Foramen in fundo effluere.

1641. *Tempora, in quibus Vasa cylindrica, ejusdem diametri & altitudinis, evacuantur, Fluido ex Foraminibus inæqualibus fluente, sunt inter se inversè, ut hæc Foramina.*

Vasa hæc, planis ad basin parallelis, concipiantur divisa in partes æquales minimas; & divisiones utriusque Vasis non differant inter se: cùm agatur de partibus minimis, concipere possumus Celeritatem, in evacuatione unius partis, non mutari. Fluidi Quantitas, quæ ex Foramine fluit, si altitudo non mutetur, crescit cum Foramine, & eo breviori Tempore evacuatur determinata Fluidi Quantitas, quo Foramen majus est; & minuitur Tempus hoc in ratione, in quâ Foramen augetur. Dum partes respondentes in Vasis evacuantur, altitudines sunt æquales; partes etiam ipsæ, & ideo Quantitates Fluidi, quæ effluunt, sunt æquales; ergo Tempora in inversâ ratione Foraminum; quod cùm in singulis partibus respondentibus locum habeat, ad Tempora evacuationum integrorum Vasorum etiam referri debet *.

* 12. El. V.

Quan-

Quando Vasa cylindrica sunt inæqualia, & æquè alta, per Foramina æqualia, in Temporibus, quæ sunt ut Cylindrorum bases, evacuantur. Vasa iterum in partes minimas, & numero æquali in utroque Vase, divisa concipiantur ita, ut partes respondentes æquales habeant altitudines, ideoque æqualiter à fundo distent. Quando partes respondentes evacuantur, Fluidum, per Foramina æqualia, Velocitatibus æqualibus, effluit ex utroque Vase; quantitates ergo quæ effluunt sunt ut Tempora: & ideò in hac Temporum ratione sunt ipsæ partes respondentes, quæ sunt ut Cylindrorum bases: Tempora autem, integrarum evacuationum, sunt ut Tempora in quibus partes respondentes evacuantur *. 1642. * 12. El. V.

Dentur tandem duo Vasa cylindrica EI, AD, *quorum bases sunt æquales, altitudines verò diversæ*, ex. gr. ut 1. ad 4. *& evacuentur hæc per Foramina æqualia:* concipiantur etiam hæc Vasa planis ad basin parallelis in partes minimas divisa, quales sunt H*i*, C*d*; sitque idem numerus partium in utroque Vase, & sint partes inter se, ut ipsa Vasa, id est, ut 1. ad 4. Partes singulæ motu æquabili evacuantur, quia de minimis agitur: Celeritates in partibus respondentibus sunt ubique ut 1. ad 2. *; quia altitudines harum partium supra bases sunt ut Vasorum altitudines, quæ sunt ut horum numerorum Quadrata. Unde sequitur Tempora, in quibus partes respondentes evacuantur, etiam esse inter se ut unum ad duo; quia in Tempore duplo, Celeritate duplâ, Quantitas quadrupla evacuatur. Cum autem Tempora sint in eâdem ratione pro singulis partibus respondentibus, Tempora, in quibus integra Vasa evacuantur, sunt etiam ut unum ad duo *. Si 1643. TAB. LIV. Fig. 5. 6. * 1586. * 12. El. V.

Vasa

Vaſa ſint ut 1 ad 9, Tempora, ut demonſtratione ſimili evincitur, erunt ut 1. ad 3; & in genere Tempora ſunt ut Celeritates, quibus partes reſpondentes evacuantur, quarum Celeritatum Quadrata ſunt *ut*
*1586. *Vaſorum altitudines* *; in quâ ratione ergo etiam *ſunt Quadrata Temporum.*

EXPERIMENTUM I.

1644. TAB. LV. Fig. 1. 2. Dantur ex Metallo tenui tria Vaſa Cylindrica A, C, B, diametros æquales habentia, & quorum altitudines ſunt ut unum, tria, & quatuor; unumquodque inciſionem in ora habet, quâ effluit Aqua certam ſuperans altitudinem, quæ pro Vaſis altitudine habetur; in fundis Vaſorum A & B, quæ ſunt ut unum & quatuor, Foramina æqualia dantur, & Aquâ implentur; eodem momento Foramina aperiuntur; ſi Aqua ex B fluens Vaſe C recipiatur, impletur hoc in Tempore, in quo A evacuatur: C continet tres partes quartas Vaſis B; partem quartam, quæ ſupereſt, æquali etiam Tempore cum Vaſe A evacuari, à nemine in dubium vocari poteſt; bis ergo evacuatur A, dum B ſemel.

1645. *Tempora, in quibus Vaſa cylindrica quæcunque evacuantur,*
*1642. *ſunt in ratione compoſitâ baſium* *, *& Radicum qua-*
*1643. *1641. *dratarum altitudinum* *, *ut & inverſâ Foraminum* *.

1646. TAB. LIV. Fig. 6. *Dividi ita poteſt, Vas cylindricum, ut partes, inter diviſiones interceptæ, æqualibus Temporibus evacuentur, quod fiet, ſi diviſionum à baſi diſtantiæ fuerint, ut numerorum naturalium Quadrata*; Tempora enim evacuationum Vaſorum, quorum altitudines hanc ſequuntur proportio-
*1641. nem, ſunt ut numeri naturales *, & Temporum differentiæ æquales.

1647. Tempus in quo Vas cylindricum evacuatur eſt ut Cele-

Celeritas, cum quâ Fluidum effluere inchoat *; Celeritas ergo, dum Fluidum in Vase descendit, in eâdem ratione minuitur, cum Tempore evacuationis Fluidi in Vase superstitis; & *motus Fluidi, ex Vase cylindrico fluentis, est retardatus æqualiter in Temporibus æqualibus.* *738. 742. 1648.

1649. *Si ex Cylindro, & alio Vase ejusdem altitudinis, & Fluidum semper ad eandem altitudinem continenti, per Foramina æqualia fluat Fluidum, in Tempore in quo evacuatur Cylindrus, ex Vase memorato fluit dupla Fluidi quantitas quàm ex Cylindro.* 1650. Nam, propter altitudines Vasorum æquales, Celeritates in principio sunt æquales; Fluidi, quod ex Vase semper repleto exit, Celeritas est æquabilis; Celeritas Fluidi, ex Cylindro fluentis, est æquabiliter retardata *. *16 Idcirco ex isto Vase, dum Cylindrus evacuatur, fluet dupla Aquæ quantitas quàm ex Cylindro. Si enim duo Corpora eâdem Celeritate propellantur, & primum motu æquabili progrediatur, secundum autem motu æquabiliter retardato, & moveantur donec hoc totum motum amiserit, primum in eo tempore percurret spatium duplum spatii à secundo percursi *; *377. 378. 376. hìc Fluidum, quod effluit, pro spatio percurso haberi potest, quia Foramina sunt æqualia.

1651. Notavimus supra, partium cohæsionem motum Fluidorum retardare, contrarium etiam in multis occasionibus observamus; & licet Velocitas, ex Pressione oriunda, quascunque partes versùs eadem sit, omnium tamen celerrimè movetur Fluidum, dum verticaliter descendit; hoc, in motu suo, cadendo continuò acceleratur, cum insequenti cohæret, & hoc secum trahit, Velocitatemque Fluidi, ex Vase profluentis, auget.

1652. TAB. LV. Fig. 3. *Motus ex Vase, cum quo in inferiori parte Tubus conjungitur,*

gitur multo magis acceleratur. Sit Vas tale E, quod cum Tubo *c b* cohæret, cujus ambo orificia æqualia ponimus.

1653. Statim apparet, non majorem Fluidi copiam per orificium inferius Tubi effluere posse, quàm per superius intrat; ut autem Vim determinemus &, datâ hac, detegamus Velocitatem, quâ Fluidum in orificium hoc penetrat, causas, quibus Fluidum introducitur, indicare debemus.

1654. Pressione Fluidi superincumbentis, particulis exeuntibus ex Vase, & in Tubum penetrantibus, communicatur Vis, quam singulæ acquirerent, cadendo ab altitudine *a b* *, sed præterea hæ quoque deorsum trahuntur pondere Columnæ Tubo contentæ.

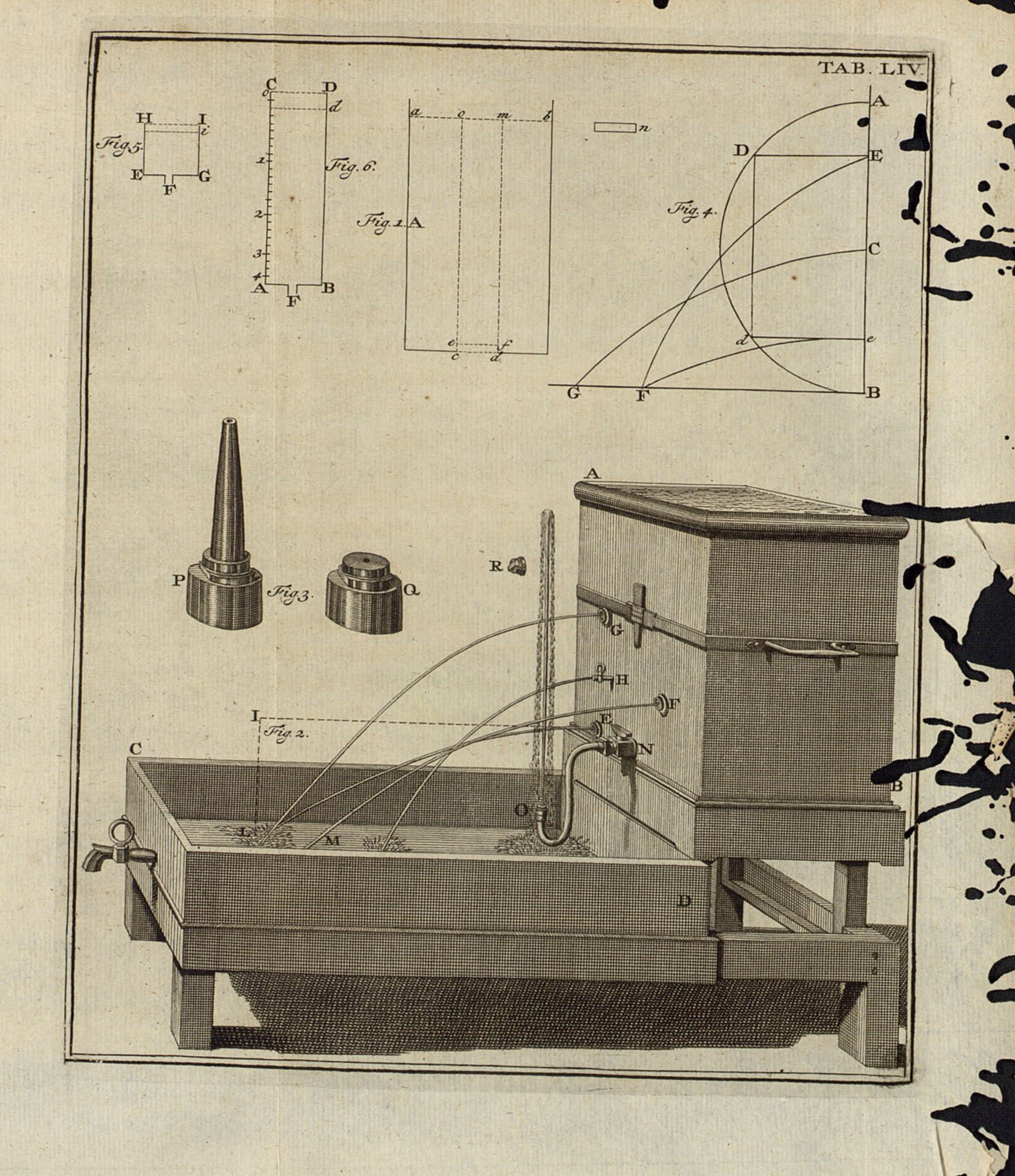
*1583.

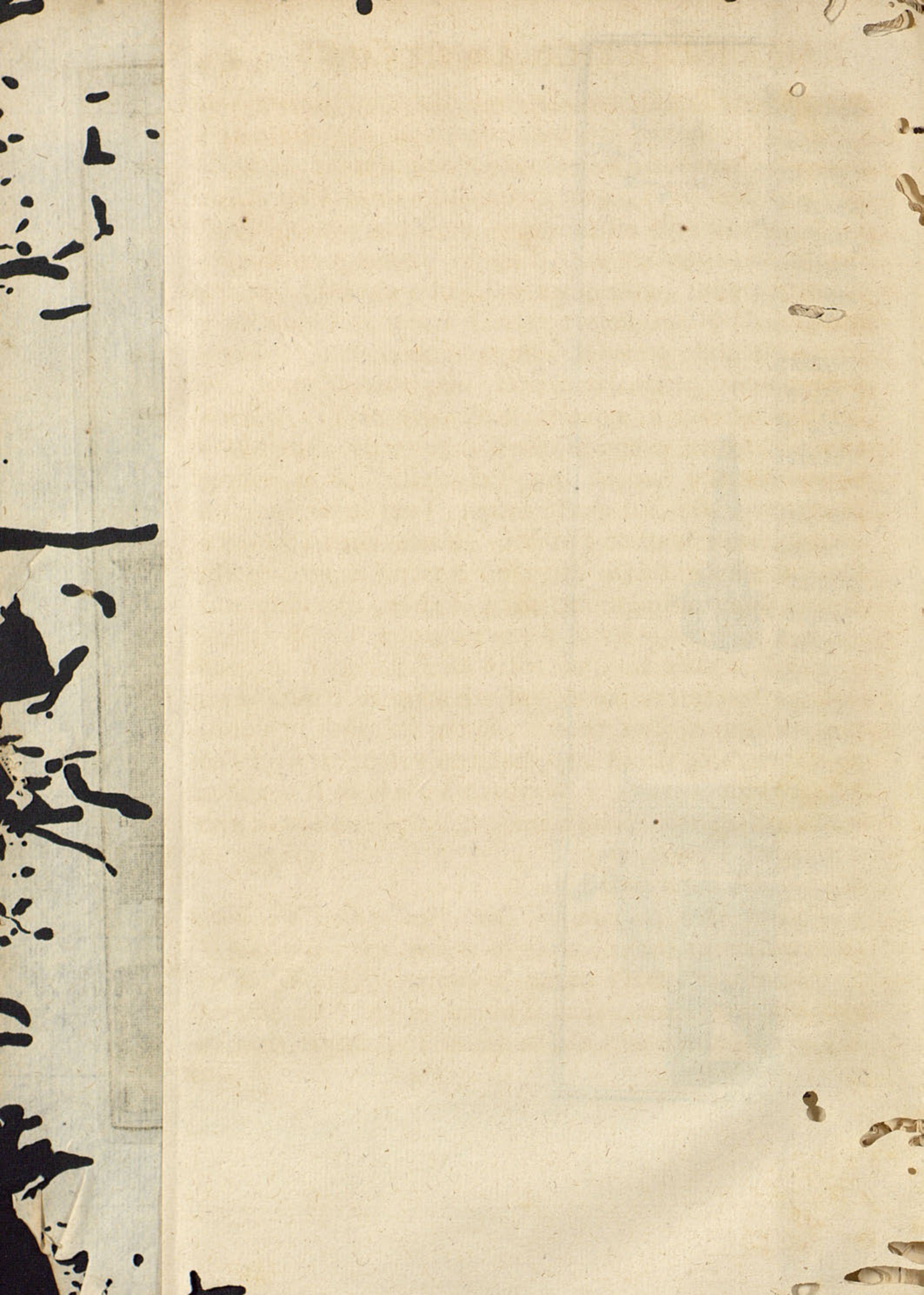
1655. Partes Fluidi non tantum cohærent inter se ita, ut omnes, quæ in Tubo sunt, unicum quasi Corpus efficiant, sed etiam ipsi Tubo adhærent; quâ de causâ hic continuo Fluido repletus manet; & propter æqualitatem inter orificia, eâ Velocitate exit ex Tubo, quâ ipsum intrat, & in toto descensu per *b c* non datur Acceleratio. Hanc autem impedit Reactio particularum, quæ Actione inferiorum accelerantur in ingressu in Tubum.

Particulæ dum per integram Tubi longitudinem descendunt, pondere suo integro continuo agunt; Effectus Pressionis, manente hujus intensitate, & spatio percurso, semper est idem *; ergo Actio hæc particularum valet Vim, quam Gravitas ipsis communicare potest in descensu per *b c*; quæ Vis semper est eadem, sive particulæ velocius, sive lentius, hoc spatium percurrant *.

*727. *754. 755.

1656. Si nunc integram Vim agentem, durante Tempore quo-


TAB. LIV.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.



quocunque effluxûs, consideremus, habemus primum Vim
quam particulæ acquirerent cadendo ab altitudine *ab* *; *1654.
præterea habemus Vim, quam acquirerent cadendo
ab altitudine *bc* *; quæ conjunctæ valent Vim acqui- *1655.
sitam cadendo ab altitudinibus ambabus conjunctim *, *754.
nempe ab altitudine *ac*. Tali Vi omnes particulæ ef-
fluentes agunt, antequam ex Tubo exeant; hæcque
integra Actio consumitur motum communicando his i-
psis particulis; & valet Vim communicatam *. Ergo, *700.
cùm omnes particulæ eâdem Velocitate exeant, ut
Effectus Actioni sit æqualis, necessariò eâ Vi, & Velo-
citate, singulæ exeunt, quam acquirerent cadendo ab
altitudine *ac*; hacque ipsâ Velocitate in *b* in Tubum
penetrant. Attritu juxta latera Tubi minuitur Ve-
locitas, sæpe parum tantùm. Magis autem minuitur
hæc, si minor fuerit altitudo *ab* respectu longitudinis
Tubi, etiam si angustior fuerit Tubus, aut longior.

EXPERIMENTUM 2.

Vas E æquale & simile est Vasi A, Fig. 1. & cum 1657.
Tubo altitudinem habet Vasis B Fig. 2. Ambo Tubi TAB. LV. Fig. 4.
orificia æqualia sunt inter se, & Foraminibus in Fundis
Vasorum A & B; id est, diametri valent tertiam Pol-
licis partem. Aquâ impleantur Vasa B & E; eodem
momento apertis foraminibus, celerius quidem descen-
det Aquæ superficies in B quàm in E: sed exigua ad-
modum est differentia.

Maneat apertura superior Tubi, quâ cum Vase Tubus 1658.
*communicationem habet, ut & hujus longitudo; augeatur a-
pertura inferior; major Aquæ quantitas effluet*, & magis
accelerabitur Aqua, quæ Tubum intrat. In hoc ca-
su, per aperturam Tubi superiorem, major fluit A-

quæ quantitas quàm ex aperturâ æquali ad profunditatem quadruplam.

1659. Si huic casui applicemus ratiocinium, quod præcedenti casui fuit applicatum, clarum erit, sepositis caussis retardationis, singulas particulas eam præstare Vim, antequam exeant, quam acquirere possunt cadendo ab altitudine *a c*; ideoque ex orificio inferiori exire, eâ Velocitate, quam Corpus, cadendo ab hac eadem altitudine, acquirere potest. Dum per orificium superius in Tubum penetrant Particulæ, majori quidem feruntur Velocitate, & singularum Vis superat illam, quam indicavimus; sed hanc iterum amittunt, dum insequentes in Tubum trahunt, hisque talem majorem Vim communicant, quam & hæ statim consumunt. Vis, quâ Particulas ex orificio inferiori exire diximus, illa est, cujus Effectus superest, ubi Particulæ ad inferius orificium pervenere, & hæc sola hìc considerandа venit. Quantitas quæ exit, seposito attritu, illa est, quæ, si Vasis altitudo foret *a c*, manente ipsius capacitate, ex Foramine in fundo exiret, æquali orificio inferiori Tubi, si nempe Tubus semper repletus maneret; quod continget semper, quando inferius Tubi orificium superius non nimium superat; quo usque autem illud hoc superare possit, à cohæsione partium Fluidi pendet.

EXPERIMENTUM 3.

1660. TAB. LV. Fig. 5. Vas F in hoc solo cum E (*Fig.* 4.) differt, inferius Tubi orificium majus est; & collatis inter se F, E, & B (*Fig.* 2.), trium Vasorum Diametri sunt æquales, & aperturæ in fundo æquales, nempe diametrum habentes quatuor Lin. id est, tertiæ partis Poll.; Tubi

bi verò, cum Vaſe F cohærentis, orificium inferius *c* eſt quinque Lin. Impleantur Aquâ Vaſa F & B; ſi eodem momento Aqua fluat ex utroque Vaſe, celerius Aquæ ſuperficies in Vaſe F quàm in B deſcendet. Altitudo Vaſis B eſt circiter ſedecim pollicum.

His Experimentis duo alia notabilia admodum circa partium cohæſionem ſubjungam, quibus effectus hujus cohæſionis dilucidantur.

EXPERIMENTUM 4.

Antliæ, duæ æquales A, B, cochleis junguntur 1661.
Tubis duobus E*da*, F*db*, inter ſe cohærentibus; Tu- TAB. LV. Fig. 6.
borum horum axes in eodem plano dantur, & ſeſe mutuò ad angulos rectos ſecant, confunduntúrque Tubi in *d*.

Antlia A repletur Aquâ rubro, aut alio colore, tinctâ; B repletur Aquâ purâ; Emboli junguntur laminâ L, quæ cochleis firmatur. Simul ſi intrudantur Emboli, tincta Aqua Viam ſequitur E*db*, alia Viam F*da*; & vix ſenſibilis Aquarum permixtio datur, dum in *d* juxta ſe invicem tranſeunt, & vias flectunt.

EXPERIMENTUM 5.

Differt Experimentum hoc cum præcedenti in unicâ 1662.
tantùm circumſtantiâ, Effectus tamen diverſus omninò TAB. LV. Fig. 7.
eſt. Tuborum E*da*, F*db*, axes non in eodem dantur plano, ſed unius axis alterius cavitatem quaſi tangit ita, ut pro parte tantùm Tubi confundantur in *d*. Intruſis nunc Embolis, colorata Aqua, quæ pro parte liberè tranſit per E*da*, omnem aliam coloratam ſecum trahit; dum eodem modo Aqua pura per F*db* fertur; his vix ſenſibiliter permixtis, quamvis juxta ſe invicem Aquæ in *d* tranſeant.

1663. Experimentum hoc celebrem Auctorem in errorem induxit, qui hoc ipsum instituit Experimentum, cum in animum haberet præcedens tentare, conclusionemque deduxit ambobus Experimentis contrariam; Fluidi nempe particulas liberrimè, sine confusione, inter aliûs Fluidi particulas Viam continuare, agitato licet hoc Fluido juxta aliam directionem.

SCHOLIUM.

DIxi me in hoc Scholio explicaturum, ex quo Experimento, & quomodo, computatio Tabulæ N. 1637. fuerit inita.

1664. Mariotte Experimento, variis vicibus repetito, observatisque cautelis necessariis, determinavit, ex Foramine, cujus diameter erat $\frac{1}{4}$ Poll., servatâ Aquæ Altitudine supra hoc 13. Ped., singulis vicibus effluxisse, in uno minuto primo, Pintas 28., quarum Pes cubicus continet 70. Agitur hîc de Pede regio Gallico, qui ad Pedem Rhenolandicum se habet, ut 144. ad 139.

Dato hoc Experimento, detegendum in quo Tempore Pes Cylindricus evacuari potest, per Foramen cujus diameter est Semi-Poll., positâ etiam Aquæ Altitudine supra hoc 13. Pedum, dum mensura Rhenolandica adhibetur.

1665. Tempus, quo certa Aquæ quantitas evacuatur, eo brevius est, quo major quantitas, determinato Tempore, exit; Tempora ergo sunt inversè ut hæ quantitates, quæ, cæteris paribus, sunt in ratione subduplicatâ Altitudinum *.

* 1635.

Tempora etiam sunt eo minora, quo Foramina sunt majora, id est, cæteris paribus, sunt in ratione inversâ Quadratorum diametrorum Foraminum.

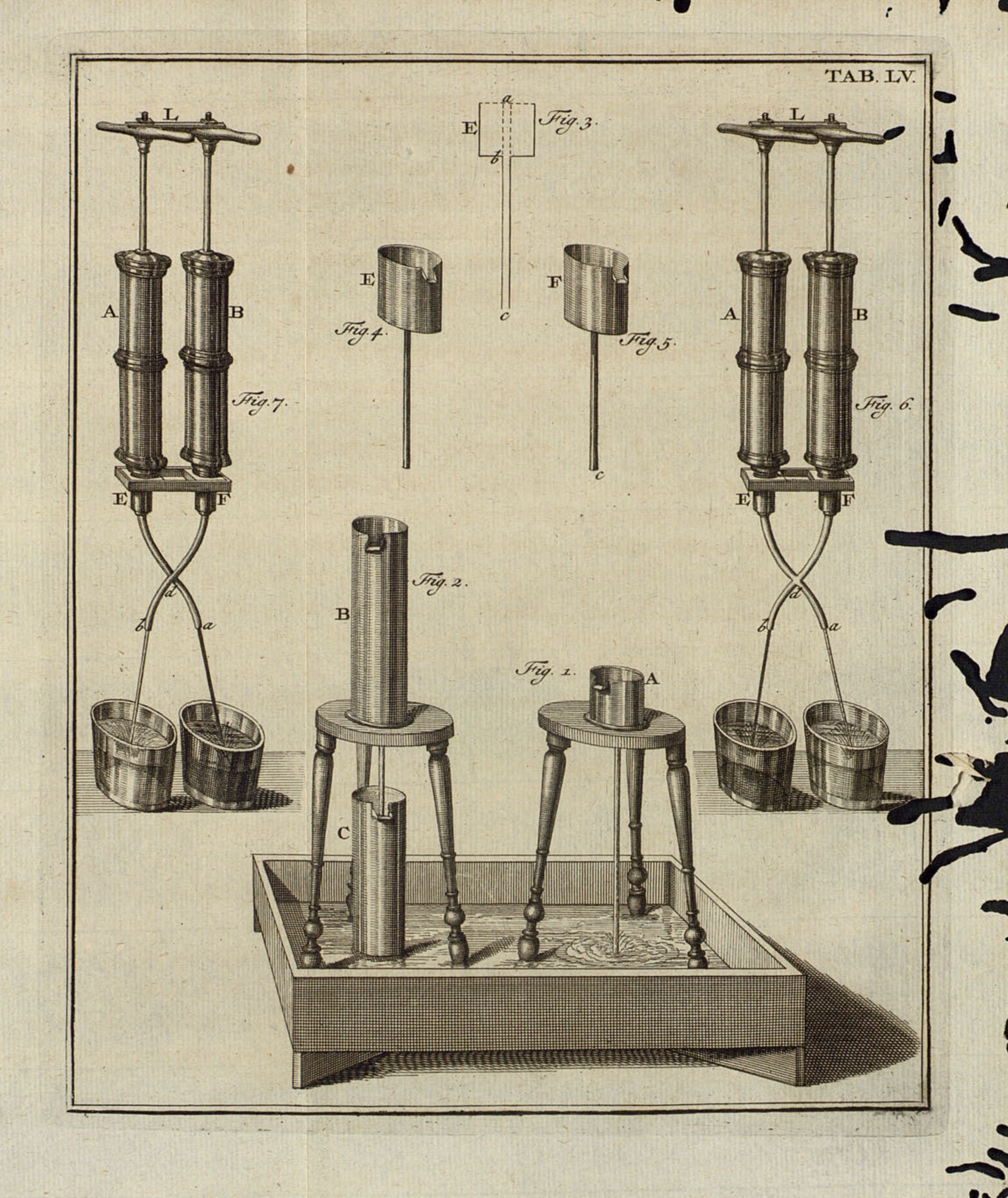
Tandem, cæteris paribus, Tempora sunt directè ut quantitates quæ effluunt.

In Experimento à Mariotte instituto, Altitudo tredecim Pedum Gallicorum est ad Altitudinem totidem Pedum Rhenolandicorum, in casu de quo agitur, ut 144. ad 139.

Quadrata diametrorum Foraminum sunt ut 1. ad 4. & ut $\overline{144}^{q}$. ad $\overline{139}^{q}$.

Quantitates Aquæ sunt, ut Pintæ 28 ad Pedem Cylindricum Rhenolandicum; quæ quantitates sunt in ratione compositâ, rationis 28. ad 70. aut 14. ad 35., id est, quantitatis quæ effluxit ad Pedem cubicum Gallicum, & rationis Pedis cubici Gallici ad Pedem cubicum Rhenolandicum, ut & rationis Pedis cubici ad Pedem cylindricum, aut 452 ad 355.

Idcirco Tempus unius minuti primi, aut 60. m. s., ad Tempus quæsitum,


TAB. LV.
Fig. 3.
E
a
b
c
E
Fig. 4.
F
Fig. 5.
c
L
A
B
Fig. 7.
E
F
d
b
a
L
A
B
Fig. 6.
E
F
d
b
a
Fig. 2.
B
C
Fig. 1.
A



tum, in ratione compositâ ex hisce sex rationibus, $\sqrt{139}$. ad $\sqrt{144}$., 4 ad 1., $\overline{139}^{q}$. ad $\overline{144}^{q}$., 14. ad 35., $\overline{144}^{c}$. ad $\overline{139}^{c}$., & 452. ad. 355.

Rationes prima, tertia, & quinta, reducuntur ad rationem, $\sqrt{144}$. ad
139; & *sunt 60. m. s. ad Tempus quæsitum, ut* $4 \times 14 \times 452 \times 12$. *ad* 1666.
$1 \times 35 \times 355 \times \sqrt{139}$. quod tempus detegitur 28,94. m. s. Quo tempore dato reliqua, quæ notantur in Tabellâ N. 1637., deteguntur, quærendo numeros in ratione inversâ subduplicatâ Altitudinum.

CAPUT X.

De Cursu Fluminum.

DEFINITIO 1.

Flumen vocamus Aquam, in canali superius aperto, pro- 1667.
priâ gravitate fluentem.

DEFINITIO 2.

Flumen in eodem Statu manere, aut *in Statu manente,* 1668.
dicitur, quando Aqua uniformiter fluit ita, ut in eodem loco semper sit ad eandem Altitudinem.

DEFINITIO 3.

Sectio Fluminis vocatur Planum Flumen secans perpendicu- 1669.
lariter ad Fundum, & ad Motûs Aquæ directionem.

Quando Flumen ad latera terminatur Planis inter se parallelis, & ad Horizontem normalibus, & Fundus etiam est Planum, sive horizontale, sive inclinatum, Sectio Fluminis cum tribus hisce Planis Angulos rectos efficit, & est Parallelogrammum.

In omni Flumine in Statu manente, eadem Aquæ quanti- 1670.
tas per singulas Sectiones eodem Tempore fluit. Nisi enim in loco quocunque eadem Aquæ quantitas adfluat, quæ ex eo defluit, in eodem Statu Flumen non manebit; & demonstratio hæc locum habet, quæcunque fuerit

Alvei

Alvei irregularitas, ex quâ, alio respectu, multæ in Fluminis Motu mutationes oriuntur; attritus ex. gr. major est pro majore Alvei inæqualitate.

1671. Irregularitates in Fluminis motu in infinitum variari possunt, & Regulæ circa illas tradi nequeunt; sepositis ergo irregularitatibus omnibus, Fluminum cursus primum examinandus est; nisi enim in hoc casu motûs Leges notæ fuerint, in nullo alio judicium, vero fundamento nixum, ferri poterit; quid in veris Fluminibus obtineat, postea perpendendum.

1672. Ponimus nunc Aquam fluere per Canalem regularem, sine sensibili attritu; Canalem terminari ad latera Planis parallelis inter se, & verticalibus; Fundumque etiam planum esse, & ad horizontem inclinari.

TAB. LVI. Fig. 1. Sit Canalis A E; ex Receptaculo majori Aqua in illum fluat, maneatque in Receptaculo semper ad eandem Altitudinem, ut Flumen sit in Statu manenti. Aqua juxta Planum inclinatum descendit, & accelera-

* 382. tur *; quo, propter æqualem Aquæ quantitatem per

* 1670.

1673. singulas Sectiones fluentem *, *Altitudo Aquæ, recedendo à Fluminis initio, continuò minuitur*, & Aquæ superficies adipiscitur Figuram *i q s*.

1674. Ad determinandam Aquæ in variis locis Velocitatem, concipiamus Canalis aperturam A B Plano claudi; si perforetur Planum, eo celerius ex Foramine prosiliet Aqua, quo magis hoc distabit à superficie Aquæ *h i*; eandemque habebit Aqua celeritatem, quam Corpus, cadendo à superficie Aquæ ad profunditatem Fo-

* 1583. raminis infra illam, acquirit *; quod ex Pressione Aquæ superincumbentis oritur. Datur eadem Pressio, id est, eadem Vis motrix, quando impedimentum in

AB

AB tollitur; ponimus enim capax adeo Receptacu-
lum, ut & in hoc caſu Preſſio lateralis agat in Aquam,
quæ Canalem intrat.

Hunc nunc ingreditur unaquæque particula Aquæ
eâ Celeritate, quam Corpus acquirit cadendo ab Aquæ
ſuperficie ad particulæ profunditatem. Particula hæc,
juxta Planum inclinatum, in Canale movetur, & hujus
Motus acceleratur; & quidem eodem modo, ac ſi ver-
ticaliter cadendo, motum continuaſſet ad eandem pro-
funditatem infra ſuperficiem Aquæ, in origine Flumi-
nis *. * 393.

Si ducatur horizontalis linea it, particula in r habe-
bit Celeritatem, quam Corpus, cadendo per iB, & de-
volvendo per Br, poteſt acquirere; quæ eſt Celeritas, * 393.
caſu per tr, à Corpore acquiſita *. *Ubique* ergo *men-* 1675.
ſuratur particulæ Celeritas, *ducendo ab hac perpendicularem*
ad Planum horizontale, *quod per ſuperficiem Aquæ in Origi-*
ne Fluminis concipitur, *& Velocitas*, *quam Corpus per hanc*
perpendicularem cadendo acquirit, *erit particulæ Celeritas*,
quæ major eſt pro majori perpendicularis longitudine;
& *non augetur Preſſione Aquæ ſuperincumbentis*, quæ non 1676.
poteſt augere Celeritatem Aquæ, quæ aliunde majorem
habet, quam quæ ex hac Preſſione oriri poteſt: eodem
modo ac Corpus inſequens in antecedens, celerius mo-
tum, agere non poteſt.

In puncto quocunque r ad Fluminis Fundum duca- 1677.
tur verticalis rs, Fluminis altitudinem menſurans; ſi
continuetur hæc ſurſum, ut ad lineam it perveniat
in t; evidenter patet, particularum, in lineâ rs, Ce-
leritates eo minores eſſe, quo magis hæ ad ſuperficiem
Fluminis accedunt, & *Aquam inferiorem celerius ſuperiori* 1678.
moveri.

 Ha-

1679. *Harum tamen Aquarum, in progressu Fluminis, ad æqualitatem continuò magis accedunt Celeritates.* Nam Celeritatum harum Quadrata sunt ut rt ad st *; quarum linearum differentia, recedendo à Fluminis Origine, continuò minuitur, propter imminutam altitudinem rs *, dum lineæ ipsæ augentur. Quod cum in Quadratis obtineat, multo magis in ipsis Celeritatibus locum habet; quarum differentia ergo etiam minuitur, dum ipsæ crescunt.

* 1675. 374.

* 1673.

1680. *Si* Fundi inclinatio in principio Fluminis mutetur, ut sit yZ, aut lateraliter augeatur apertura, per quam Aqua in Canalem fluit, ita, ut *major sit Aquæ copia in Canali, altior erit ubique Fluminis superficies, sed non mutatur Celeritas Aquæ in loco quocunque.* Hæc enim Celeritas non ab Altitudine Aquæ in Flumine pendet, sed, ut demonstratum, à distantiâ inter particulam motam & Planum horizontale, per Aquæ superficiem in Origine Fluminis transiens; quæ distantia perpendiculari ut rt, aut st, mensuratur; hæ autem adfluxu Aquæ non variantur, si modo maneat Aquæ superficies in Receptaculo.

1681. *Claudatur Canalis pars superior Obstaculo* ut X, *quod quantumvis parum infra Aquæ superficiem descendat*; Aqua omnis, quæ adfluit, perfluere non poterit, adscendet idcirco; sed eo Celeritas Aquæ infra Cataractam non augetur *, continuòque accumulatur Aqua adfluens; quæ ergo ita adscendet, ut supra impedimentum, aut Ripas Fluminis, defluat. *Si* vero *Ripæ attollantur, & Impedimentum continuetur, supra lineam it Aquæ altitudo excrescet*, antea enim hujus Celeritas augeri nequit: in quo casu totius Aquæ in Receptaculo Altitudo augebitur,

* 1680.

bitur; cùm enim ponamus Flumen in Statu manenti, necesse est, ut aliunde continuò in Receptaculum tantum Aquæ adfluat, quantum ex illo in Flumen defluit; imminutâ verò Aquæ defluentis quantitate; necessariò Altitudo in Receptaculo augetur, donec Celeritas Aquæ, infra Obstaculum fluentis, ita sit aucta, ut eadem Aquæ quantitas infra hocce Obstaculum transeat, quæ, ante positam Cataractam, per hanc Fluminis Sectionem fluxit.

Hæc omnia, ut jam monuimus, sepositis irregularitatibus omnibus, vera sunt, & quo irregularitates sunt minores, eo magis cum dictis Motus Veri congruunt; de quibus, ut & de mutationibus quæ in Veris Fluminibus contingunt, nunc agam. 1682.

Tellus sphærica est, & hujus Centrum versùs gravia tendunt; non tamen accurata hæc Figura est, locaque depressiora Aquis teguntur, quæ collectæ Maria, & Lacus, efficiunt. Recedendo ab hisce, attollitur Telluris superficies ad certam usque distantiam, iterumque deprimitur alia Maria, aut Lacus, versùs. Præter has, per magna spatia sese extendentes, altitudines, Montes in multis locis, sive Mari vicinis, sive ab hoc remotis, magis nobis sensibilem superficiei Telluris inæqualitatem communicant. 1683.

Ubique in Telluris superficie, præcipuè in locis montuosis, Scaturigines Aquarum dantur; Aqua ex locis altioribus Gravitate inferiora petit; plures Rivuli concurrunt, &, continuò descendentes, Telluris superficiem excavant, & Flumen efficiunt; in cujus Alveo sæpe Scaturigines dantur, & ad quod, ex locis vicinis subterraneis, per Vias insensibiles, plerumque Aqua quoque ad- 1684.

adfluit; & ſic Flumen Vires acquirit eundo. In deſcenſu ſuo ſæpe Aqua in Obſtacula incurrit, diverticula quærit, & Viam perſequitur. Hinc Fluminum Inflexiones. Continuò deſcendens tandem ad Mare pertingit Aqua, & hoc influit, maximum ſæpe Terrarum Tractum perluſtrans.

1685. Flumen, quod ad ipſum Mare pertingit, in toto curſu ſuo, loca ſequitur maximè depreſſa; & lateraliter recedendo ab hoc attollitur quoque Telluris ſuperficies; quare minora Flumina à dextrâ, & à ſiniſtrâ, ad majora Flumina, ut hæc ad Mare, tendunt.

1686. *Non omnium Fluminum Alveos*, ab initio ad Mare
* 1684. ipſum, ita *à Naturâ*, ut hoc explicavimus *, *fuiſſe excavatos* certiſſimum eſt; ſæpe Aquæ, in loco depreſſo collectæ, &, niſi cum incommodo vicinorum Incolarum, hinc inde ſibi Viam quærentes, per Canales, manu Hominum excavatos, deductæ fuere ad loca magis depreſſa, unde poſtea facilè effluere potuere, ſibique Alveum continuare.

1687. Ex his omnibus clarum eſt, magnas in Fluminibus, longo tempore, contigiſſe mutationes; has autem in multis tandem debuiſſe ceſſare, etiam patebit.

1688. Ut autem, quæ ad hoc ſubjectum pertinent, illuſtremus, examinandum, ex quibus cauſis mutetur Fluminis Velocitas, & quid ex hac mutatâ ſequatur.

1689. Aquam in Flumine, recedendo ab hujus initio, con-
* 1675. tinuò accelerari vidimus *; ſed verum hoc tantum eſt ſepoſitis retardationibus; in omnibus autem Fluminibus multæ retardationis cauſæ ſemper cum Vi accelerante contrariæ agunt, & illarum Effectus, auctâ Velocitate Aquæ, creſcunt.

Acce-

Acceleratur tantum *Aqua*, *quamdiu causa accelerans impedimenta superat.* *Ubi* autem *Retardatio æqualis fit Accelerationi*, *motu æquabili progreditur Flumen.* Auctâ tunc, ex novâ superveniente causâ, Retardatione, Velocitas minuitur; & *sæpius* observamus *lentè moveri in Flumine Aquam*, *in loco ab Origine remoto*, & ad quem, nisi post descensum à magnâ altitudine, non pervenit Aqua. 1690. 1691. 1692.

In hoc casu verum non est, quod antea habuimus, ex auctâ altitudine Aquæ in Flumine, ipsam non accelerari *; si ex. gr. Flumen percurrat quatuor pedes in uno minuto secundo, id est, eâ moveatur Velocitate Aqua, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine circiter trium Pollicum, accelerabitur, si superficies attollatur quatuor Pollicibus; ut ex illis sequitur, quæ superius explicavimus *. 1693. * 1680. * 1674.

Unde hanc deducimus conclusionem, *sæpe in Flumine lentiori Aquam accelerari*, *si nova in ipsum influat Aqua*, *aut si Alveus coarctetur*; his enim attollitur superficies ita, ut Pressio in Aquam inferiorem augeri possit. 1694.

Non tamen semper ex ipsâ superficie elatâ concludendum, Velocitatem augeri; si enim altitudo non sit sufficiens, non producet augmentum Velocitatis *; etiam, si manente Alveo, & non accedente novâ Aquâ, causa superveniat retardans, Aqua attolletur *. 1695. * 1676. * 1670.

In Flumine, quod antea examinavimus *, Fundum posuimus ad Horizontem inclinatum; *Aqua* tamen *moveri potest per Canalem horizontalem*, si modo ex loco magis elato in ipsum descendat. Superficies Aquæ, sepositis Retardationibus, *in illo Canali* esset horizontalis, si hic eandem ubique haberet latitudinem; quia Aqua 1696. * 1672. 1697.

Velocitatem suam servaret. Semper autem causæ retardantes Motum minuunt; ideo *superficies fit inclinata*, magis alta in initio Canalis, quam in alio loco, & re-
1698. cedendo ab initio decrescit.

Pressio enim in initio Canalis superare debet Resistentiam per totum Canalem, quia nulla datur Vis accelerans: cùm Pressio, in alio loco, tantum superare debeat Resistentiam per reliquam partem Canalis.
TAB.LVI. Fig.2. Sit Fundus horizontalis E F, Altitudo Aquæ major est in E *a* quàm in L *b*; quia in E *a* augmentum Actionis desideratur æquale integræ Resistentiæ, quæ inter E & F superanda est, cùm in L *b* tantùm destruenda sit Resistentia, quæ inter L & F obtinet.

1699. Altitudo autem Aquæ in Flumine, non potest minor dari F versùs, nisi augeatur Velocitas *; quare differentia inter altitudines E A & L *b* major desideratur, quàm si de solâ Resistentiâ superandâ ageretur.

* 1670.

1700. *Si tamen, in hoc Motu per Canalem horizontalem, lentior sit Aquæ Motus, inclinatio superficiei admodum exigua erit.*

1701. Flumina ipsa sibi Alveum excavasse diximus. Si Aqua transeat per loca arenosa, aut argillosa, ipsa continuò abradit particulas quasdam, hasque secum fert; Aquam, continuato diutius motu, ipsa saxa excavare,
1702. Experientia docuit. *Multas singula Flumina subivisse mutationes*, antequam Alvei debitam magnitudinem acquisiverint, evidentissimum est; sed quis has determinabit? nullius quoque usus esset in ipsas inquirere: magis utile erit ipsa Flumina, ut nunc sese habent, ad examen revocare, & quidem illa tantòm, quæ per loca arenosa, aut argillosa, transeunt; vix enim sensibile quid ipsis contingit, nisi longo tempore, quando inter saxa moventur.

Aqua

Aqua continuò abradit particulas arenosas, aut argillosas, hæcque Actio augetur, quando Aquæ Velocitas augetur; unde sequitur, *Aquam*, decurrendo per talia lo- 1703.
ca, turbidam fieri, & *continuò corrodendo Alveum*, *Arenam protrudere*. Arena hæc continuò pondere suo cadit; &, *manente per aliquod Tempus Aquæ Velocitate*, *ita turbida A-* 1704.
qua fit, *ut tantum Arenæ deponat*, *quantum eodem Tempore attollit*.

Si tunc *Velocitas augeatur*, *majorem quantitatem attollit*, 1705.
quam Gravitate cadit; *si minuatur Velocitas*, *contrarium obtinet*.

Præter Velocitatem & aliæ duæ causæ, *pondus Aquæ*, 1706.
& hujus Impetus, *quantitatem Arenæ*, *quæ ex loco movetur*, *augent*.

DEFINITIO 4.

Flumen vocamus regulare, *cujus Alvei Materia est æquabilis*; *cujus Fundus*, *aut æquabiliter inclinatur*, *aut horizontalis est*; *& cujus Sectiones omnes parallelæ inter se*, *similes & æquales essent*, *si Aqua eandem ubique haberet altitudinem*. 1707.

DEFINITIO 5.

Filum Fluminis vocamus lineam quæ in singulis Sectionibus transit per punctum, *in quo Velocitas Aquæ est maxima*. 1708.

Si Flumen sit regulare, Filum æqualiter ab utrâque Ripâ distat, propter Resistentiæ causas similes ab utrâque parte; si Flumen tale non sit, magis ad unam, aut aliam, ripam sæpè accedit Filum, neque harum respectu regularem servat cursum. 1709.

In Flumine Regulari maxima corrosio est in medio ipsius Fundi, respondet enim locus hicce Velocitati maximæ, & pondere totius Aquæ augetur hujus Actio. 1710.

Arena hæc latera versùs dispergitur, & duplici causâ Alvei Figura mutatur; regulare tamen manet Flumen. Si 1711.

autem

autem uniformiter Aqua per tale Flumen decurrat, omnia ita ſeſe conſtituent, ut non tantùm Arenæ continuò decidentis quantitas æqualis ſit illi, quæ attollitur; ſed etiam ut in ſingulis Alvei locis hoc ipſum obtineat; tunc mutationes ceſſant.

1712. Si nova Aqua ſuperveniat, corroſio ſæpe augetur *,
*1 9. ſed tantùm in eo loco, ubi hoc augmentum datur; in-
1 05.
*1704. feriora loca non mutantur *. Poſt tempus tamen & hæc mutantur, ſi hocce augmentum continuò uniformiter ſuppeditetur; quando enim locus primus corroſione excavatus eſt ita, ut augmentum Velocitatis in eo loco Fluminis non amplius detur, augmentum Velocitatis in locum ſequentem inferiorem transfertur, qui etiam excavatur; ſic ſucceſſivè corroſio ad Mare uſque propagatur, & ceſſat aucto ubique ipſo Alveo.

1713. Flumen Regulare conſideravimus, quod in lineâ rectâ movetur; non tamen ad irregularia ſemper debet
TAB. LVI. Fig. 3. referri Flumen, quia viam ſuam flectit; ſi enim angulum obtuſum admodum duæ directiones efficiant, ut BC, CD, ſæpe motus ſine corroſione flectitur; quamvis, hæc, ex Impetu Aquæ in A, ſequi videatur. Propter acutum angulum, quem Ripa cum Aquæ directione efficit, hujus Actio in illam exigua eſt; Aqua, deſcendens per C D, cum inſequenti cohæret, hanc in deſcenſu ſuo ſecum trahit, & ab A abducit, Impetum minuit, & ſæpe in totum deſtruit, & hicce eſt
1714. caſus de quo nunc agitur. Aliquando contingit corroſionem dari, & hac ipsâ Ripam acquirere Figuram, quâ poſitâ, æquilibrium datur inter Aquæ Impetum & Vim, quæ Aquam abducit; in quo caſu corroſio Ripæ per tempus tantùm durat.

Si

Si irregulare fuerit Flumen, multis mutationibus ob- 1715.
noxium erit. Tale est Flumen, cujus Ripæ in uno loco excavantur, in alio prominent; cujus latitudo diversa est in diversis locis; in cujus Fundo inæqualitates reperiuntur; tandem cujus directio magis subitò mutatur.

Ponamus Flumen AD; excavata Ripa est inter A 1716.
& C, & hujus Figuræ hæc est sequela. Velocitas, TAB. LVI. Fig. 4.
propter Attritum, exigua esset in lineâ AC, si juxta ipsam Ripam Aqua moveretur; nunc autem, propter remotam illam ad B, Velocitas inter A & C major est, & impetu quodam ad angulum C Aqua accedit; quod idem contingeret si, sepositâ excavatione in B, Ripa in C promineret.

Generalis autem est Regula; *ubi Aqua impetu quodam* 1717.
ad Ripam accedit, *ibi* in verticem hanc moveri, & *Fundum excavari*; Profunditas ergo major erit in C; similis quoque dabitur excavatio in D.

Ex inæquali Fluminis latitudine in diversis locis, se- 1718.
quitur mutationes Velocitatis dari, dum Aqua progreditur; hancque ergo continuò Arenam de loco in locum transferre *, & continuas Flumen mutationes * 1705.
subire.

Inæqualitates in Fundo retinent Aquam; ubi hæc 1719.
in illas incurrit, minuitur Velocitas, & Arena in hisce locis deponitur *, quæ ipsum Obstaculum auget; & * 1705.
minimum quid sæpe origo fuit Insulæ in Flumine natæ, quæ 1720.
ipsa postea majorum mutationum causa fuit.

Inflexionem Viæ non dari posse in Flumine, sine 1721.
Actione in Ripam oppositam, ut in F, clarè patet; quæ quidem Actio aliquando tollitur, si angulus inflexionis

*1713. fuerit obtusus admodum *, non verò si ad rectum accedat, aut acutus fuerit.

1722. Quando Corrosio datur in aliquo loco Ripæ, Filum magis ad hanc accedit; retardatur motus Ripam op-
*1705. positam versùs, Arena deponitur *, & Alluvio datur.

1723. Ex his omnibus satis patet, tales dari posse in Flumine mutationes, ut hoc Alveum suum mutet, corrodendo ita Ripam in aliquo loco, ut sibi Viam aperiat ad loca magis depressa; à Velocitate verò, quâ Aqua in hanc Viam penetrabit, pendebit antiqui Alvei fatum.

1724. In hoc statim, diviso jam Flumine, retardatur Aqua, & illius Fundus attollitur; quo ipso Alveus minuitur;
1725. sicque sæpe contingit Fluminis ostia multiplicari. Sæpe etiam, defluente majori copiâ Aquâ in novum Alveum, antiquus omnino obturatur.

1726. Circa ostia sua Flumina & aliis mutationibus sunt obnoxia; continua ibi datur Velocitatis Aquæ mutatio, prout Mare, recessu aut accessu suo, juvat, aut impedit, effluxum Aquæ in Mare.

1727. In accessu Maris minuitur Velocitas Fluminis, & A-
*1505. rena decidit *; quæ, auctâ in recessu Velocitate, iterum ad Mare fertur; tunc Flumen non mutatur. Hoc locum habet in Fluminibus, quæ satis virium habent, ut impetum Maris redeuntis sustineant; retardantur quidem, sed motum in contrarium non flectunt.

1728. Si autem non tanta sit Vis Fluminis, nimium retardatur motus, & accumulatur Arena majori copiâ; in hoc casu, antequam Arena hæc ad Mare deferri possit, jam à superioribus locis continuò adfluens ibi pertingit turbida Aqua, quæ tantum Arenæ deponit, quantum attol-

attollit *, & quæ in Fundum deciderat ibi relinquit; *170[illegible]
ſicque hìc continuò extollitur.

Hæc continuata *Fundi mutatio cauſa eſt dilatationis* 1729.
oſtiorum, & quare Flumina ſæpe oſtia nova ſibi aperiant.

Mutatio hæc Fundi locum tamen non habebit, ſi 1730.
agatur de Flumine debiliori, & cujus oſtium admodum latè patet. Tunc Mare in receſſu reducens Arenam, quam ipſum attulit, facilè etiam ſecum fert illam, quam Flumen exiguâ copiâ ſuppeditavit.

Hiemali tempore, Nives accumulantur in Montibus, 1731.
aliisque locis elatis, ex quibus Flumina defluunt. Circa hujus Tempeſtatis finem & Veris initium, liquefactis Nivibus, Fluminum ſuperficies attolluntur, & Alveis ſe efferunt. Velocius agitata Aqua majorem Arenæ copiam ſecum fert; ſed Aqua, ad latera ultra
Ripas diſperſa, Arenam deponit; & ſic *ſingulis annis, at-* 1732.
tolluntur loca, quæ hiemali Tempore Aquis fluvialibus teguntur.

Plura artificia excogitarunt Homines, ut incommo- 1733.
da, ex mutationibus Fluminum oriunda, evitarent. Aggeres ad latera Fluminum exſtruxerunt, ut in Alveo, etiam in Hieme & Vere, Aquas retinerent; cujus cautelæ hicce ſæpe fuit ſucceſſus, ut Arena, quæ loca vicina tegiſſet, nunc cohibita, ex multis cauſis in locis peculiaribus accumuletur, & tractu temporis maximorum incommodorum ſæpe cauſa ſit.

Aggeres in ipſo Alveo exſtruuntur ad alia incom- 1734.
moda evitanda; horum Effectus demonſtrabo, & inde facilè deduci poterit in quibus occaſionibus utilitatem habere poſſint.

Sit Agger talis AB, diſponitur hicce obliquè, ut hu- 1735.
jus directio pro parte conſpiret cum motu ipſius Aquæ; TAB. LVI. Fig. 5.

 hoc

hoc Aggere posito Actio Aquæ à Ripâ CD removetur, & augetur in Ripam oppositam, quæ excavatur in E. Aqua in Angulo F lentè movetur, impedita ab ipso Aggere; hac de causâ Arenam deponit *, quæ ibi continuò accumulatur.
*1705.

1736. Aqua, ipso angulo G contenta, non quiescit; illa quæ movetur per BH, lateralem, cum quâ cohæret, secum fert, hancque insequitur illa, quæ in angulo ipsi Aggeri adjacet, & cùm, hujus Aquæ motu, deprimatur in ipso angulo Aquæ superficies, Aqua juxta Ripam motu contrario redit. In hoc motu lentiori Arena continuò decidit, & tandem ipsum angulum replet.

CAPUT XI.

De Motu Undarum.

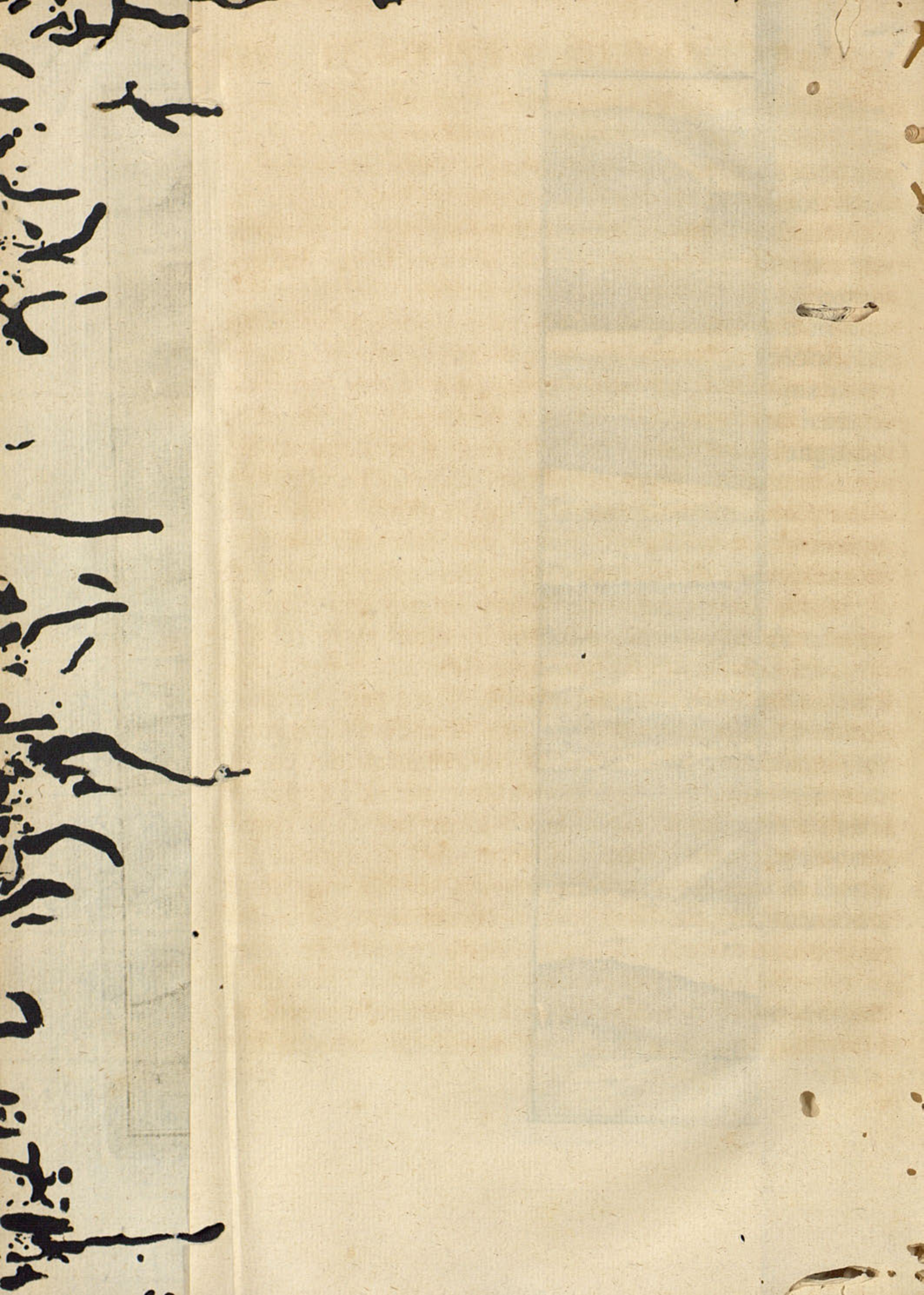
1737. TAB. LVII. Fig. 1. AQuæ quiescentis superficies plana est, & ad horizontem parallela *; si aliquâ ex causâ hæc cava fiat in A, circa hanc Cavitatem effertur in BB; Elata hæc Aqua gravitate descendit, & Celeritate, descendendo acquisitâ, Cavitatem novam efficit; quo motu Aqua ad latera hujus Cavitatis adscendit, & implet Cavitatem A, dum de novo attollitur C versùs; dum in C hæc deprimitur, de novo Aqua eandem partem versùs accumulatur; unde motus in Aquæ superficie oritur, & Cavitas, præ se ferens quam continuò extollit Aquam, ab A ad C movetur.
*1413.

DEFINITIO I.

1738. *Cavitas hæc cum adjunctâ Aquâ elatâ vocatur Unda.*

DEFI-


TAB.
Fig. 1.
A
C
B
X
y
Z
q
r
E
Fig. 2.
a
b
C
E
L
F
A
B
C
Fig. 3.
D
E
B
H
C
F
G
A
D
Fig. 5.
D
C
A
B
Fig. 4.
F



DEFINITIO 2.

Latitudo Undæ est spatium ab Undâ in superficie Aquæ occupatum, & mensuratum juxta motûs Undæ directionem. 1739.

Cavitas ut A ab omni parte circumdatur Aquâ, ut dictum elatâ; motus memoratus omnes partes versùs sese expandit; *Undæ motus* ideo *est motus Circuli sese expandentis.* 1740.

Detur obstaculum AB, in quod Unda, cujus origo est in C, incurrat; examinandum quam in puncto quocunque ut E mutationem patiatur Unda, quando in hoc puncto ad Obstaculum pervenit. In omnibus locis, per quæ Unda transit, dum hæc Latitudinem suam percurrit, Aqua attollitur, Cavitas deinde formatur, quæ iterum impletur; quam mutationem dum superficies Aquæ subit, hujus particulæ per parvum spatium eunt, & redeunt. Directio hujus motûs est per CE, Celeritasque per hanc lineam repræsentari potest; concipiatur hicce motus in duos alios resolutus per GE & DE, quorum Celeritates per hasce lineas respectivè repræsentantur *. Motu per DE particulæ in Obstaculum non agunt, & eâdem Celeritate, post Impactum, juxta hanc directionem motum continuant; motusque hic repræsentatur per EF, positis EF & ED inter se æqualibus. Motu per GE particulæ directè ad Obstaculum accedunt, & Aqua, quæ ultra Obstaculum progredi nequit, & ab insequenti propellitur, cedit illam partem versùs in qua minima resistentia datur, id est, adscendit; hicque major quàm in cæteris locis adscensus ex motu per GE oritur; quia hoc motu solo ad Obstaculum particulæ accedunt. Descensu Aqua eam acquirit Velocitatem cum quâ fuit 1741. TAB. LVII. Fig. 2. *1155.

Qqq 3 elata

elata, & eâdem cum Vi particulæ Aqueæ ab Obſtaculo juxta directionem E G repelluntur, cum quâ ad Obſtaculum acceſſere. Ex hoc motu, & motu memorato per E F, oritur motus per E H, cujus Celeritas per lineam E H, æqualem lineæ C E, deſignatur; & Reflexione Celeritas Undæ non mutatur, reditque hæc per E H, eodem modo ac, ſublato Obſtaculo, per E *h* motum continuaſſet. Si à C perpendicularis C D ducatur ad Obſtaculum, & hæc producatur, fiatque D *c* æqualis C D, linea H E continuata tranſibit per *c*; quia Triangula C D E, *c* D E, in omnibus conveniunt. Et cùm hæc demonſtratio in omnibus punctis
1742. Obſtaculi procedat, ſequitur *Undam reflexam eandem habere figuram ab hac parte Obſtaculi, quam, ſublato Obſtaculo, ultra hoc habuiſſet.*
1743. *Si Obſtaculum ad horizontem inclinetur*, Aqua ſuper illo adſcendit & deſcendit, & attritum patitur, quo *Undæ Reflexio turbatur, & ſæpiſſime in totum deſtruitur.* Hæc eſt ratio quare plerumque Fluminum Ripæ Undas non reflectant.

1744. *Quando in Obſtaculo* ut B L *foramen datur* ut I, pars Undæ, quæ per hoc tranſit, motum directè continuat, & Q Q verſùs ſeſe expandit, & *nova Unda formatur, quæ per ſemicirculum movetur, cujus centrum eſt ipſum foramen.* Nam altior pars Undæ, quæ primo transgreditur foramen, ſtatim paululum ad latera defluit, & deinde deſcendendo Cavitatem format, quæ ab omni parte ultra foramen Aquam attollit ita, ut Unda ad omnes partes, eodem modo, ac de geneſi primæ Un-
*1737. dæ dictum *, ſeſe expandat.

1745. Unda, cui opponitur Obſtaculum ut A O, inter O & N motum continuat; ſed R verſùs per portionem

nem circuli, cujus centrum non multum ab O distat, sese expandit.

Ex hisce facilè deducitur motus Undæ ponè Obstaculum ut MN. 1746.

Undæ sæpe producuntur ex motu Corporis tremulo, quæ etiam per Circulum sese expandunt, licet per lineam rectam Corpus eat & redeat; Aqua enim, dum agitatione attollitur, descendendo Cavitatem format, circa quam ab omni parte Aqua extollitur. 1747.

Undæ variæ sese mutuò non perturbant, dum juxta varias directiones moventur. Cujus Effectus ratio hæc est; quamcunque ex motu Undæ figuram adepta fuerit Aquæ superficies, hæc attolli & deprimi potest, & in hac motus dari, qualis in Undæ motu requiritur. 1748.

Qui unquam Undarum motum attentè consideravit, hæc omnia cum Experimentis congruere vidit.

Celeritas Undarum ut determinetur, motus alius cum harum motu analogus examinandus est. Detur Fluidum *in Tubo cylindrico curvo* EH, superetque altitudo Fluidi in crure EF altitudinem in alio crure quantitate *l*E, quæ differentia in duas partes æquales secanda est in *i*. Gravitate suâ descendit Fluidum in crure EH, dum æqualiter in Tubo EH adscendit; & ita, quando superficies Fluidi pervenit ad *i*, ad eandem in utroque crure datur altitudinem, & in hoc situ solo Fluidum potest quiescere. Celeritate descendendo acquisitâ motum continuat, magisque adscendit Fluidum in Tubo GH, & in EF deprimeretur ad *l*, nisi attritu Tubi motus minueretur. Fluidum in Tubo GH magis elatum etiam gravitate descendit, & Fluidum TAB. LVII. Fig. 3. 1749.

in

in Tubo it & redit, donec ex attritu totum motum amiserit.

Quantitas materiæ movendæ est omne Fluidum, quod in Tubo continetur; Vis motrix est pondus columnæ *I*E; hoc Fluidum premens eodem motu cum reliquo fluido in Tubo agitatur, & respectu hujus quiescit; agit ergo in Fluidum motum ut in quiescens,
*371. & toto suo pondere premit inferius Fluidum *. Altitudo autem hujus Fluidi prementis semper dupla est distantiæ E*i*; quæ ergo distantia cum hac Vi motrice in eâdem ratione crescit, & minuitur. Distantia autem E*i* est spatium à Fluido percurrendum, ut à situ EH perveniat, ad situm quietis; quod ergo spatium semper est ut Vis, quæ continuò in Fluidum agit: sed tali ex causâ demonstravimus, Penduli, in Cycloide
*414. oscillati, vibrationes omnes esse æquè diuturnas *; ideo & hîc *quæcunque fuerit agitationum inæqualitas, æquali semper tempore Fluidum it, aut redit.*

1750. *Tempus in quo Fluidum, sic agitatum, adscendit, aut descendit, est tempus in quo vibratur Pendulum, cujus longitudo*, id est, distantia inter Centra oscillationis & suspensionis, *æqualis est Semi-longitudini Fluidi in Tubo*, sive semi-summæ linearum EF, FG, & GH: longitudo hæc in axe Tubi mensuranda est.

1751. Vibretur hocce Pendulum in Cycloïde, methodo
TAB. LVII. superius explicatâ *. Pendulum PC, & arcus AD,
Fig. 3. 4. ejusdem sunt longitudinis *; in puncto A directio Cur-
*410. *411. væ ad Horizontem perpendicularis est, & Corpus toto suo pondere juxta Curvam descendere conatur: hoc autem pondus est ad Vim in Corpus, positum in P,
*414. agentem, ut AD, aut PC, ad PD *. Sit nunc Fluidum in

in eo ſitu, ut *i* E æqualis ſit PD; pondus totius materiæ movendæ, id eſt, totius Fluidi, eſt ad pondus *l*E, quod eſt Vis in hoc ſitu in Fluidum agens, ut longitudo Fluidi in Tubo ad lineam *l*E; in quâ ratione etiam ſunt harum quantitatum ſemiſſes, id eſt, PC ad PD. In Pendulo ergo pondus Materiæ movendæ eſt ad Vim in hanc agentem in P, ut in Tubo pondus materiæ movendæ ad Vim in hanc agentem in ſitu EH. Æqualibus Viribus ideo Corpus pendulum & Fluidum in hac occaſione propelluntur, & hoc ubique obtinet ubi ſpatia, à Fluido in agitatione, & à Corpore in vibratione, percurſa, ſunt æqualia; idcirco in hoc caſu agitatio, & vibratio, eodem tempore peraguntur, & non modo in hoc caſu, ſed ſemper *. *1749.
Cùm verò vibrationes exiguæ in Circulo à vibrationibus in Cycloïde non differant, etiam ad illas demonſtratio referri debet.

EXPERIMENTUM.

Detur Tubus vitreus Cylindricus curvus EFGH; 1752. TAB. LVII. Fig. 3.
ſit crurum longitudo unius Pedis, & Cylindri diameter Semi-pollicis; Tubo Mercurius infundatur, & conſtituto Pendulo, cujus longitudo æquet dimidium longitudinis Cylindri Mercurii in Tubo, ſi Mercurius in Tubo agitetur, iiſdem temporibus adſcendit, & deſcendit, hic, in quibus Pendulum oſcillando it, & redit.

Ut ex dictis determinemus Undarum Celeritatem, 1753. TAB. LVII. Fig. 5.
variæ Undæ æquales, & ſeſe mutuò immediatè inſequentes, conſiderandæ ſunt, ut AB, CD, EF, quæ ab A ad F moventur. Unda AB percurrit Latitudinem ſuam, quando cavitas A pervenit ad C; quod

fieri non poteſt, niſi Aqua in C ad altitudinem Undarum culminum adſcendat, iterumque ad profunditatem C deſcendat; in quo motu Aqua infra lineam *hi* ſenſibiliter non agitatur: congruit ergo hicce motus cum motu memorato in Tubo; & Aqua adſcendit & deſcendit, id eſt, Unda Latitudinem ſuam percurrit, dum Pendulum longitudinis dimidii B C duas
*1750. peragit Oſcillationes *; aut dum Pendulum longitudi-
*418. nis B C D, prioris quadruplæ, ſemel vibratur *.

1754. Pendet igitur Celeritas Undæ à longitudine lineæ B C D, quæ pro majori Undarum Latitudine, & pro majori profunditate, ad quam in motu Undarum Aqua deſcendit, major eſt.

In Undis latioribus, quæ non altè extolluntur, linea ut B C D à Latitudine Undæ vix differt, & in eo ca-
1755. ſu *Unda Latitudinem ſuam percurrit, dum Pendulum, huic Latitudini æquale, ſemel oſcillatur.* In omni motu æquabili, multiplicando tempus per Celeritatem, datur ſpa-
1756. tium percurſum *; unde ſequitur *Celeritates Undarum*
*119. 120. *eſſe ut Radices quadratas Latitudinum*; nam cum in hac ratione ſint tempora, quibus Latitudines ſuas percur-
*…8. 1754. runt *, eadem in harum Celeritatibus ratio deſideratur, ut producta temporum per Celeritates ſint ut Undarum Latitudines, quæ ſunt ut ſpatia percurſa.

1757. Hæc omnia tantùm pro quam proximè veris habenda ſunt; quia Undarum motus à motu in Tubo paululum differt; qui error tamen minor eſt, quia Penduli longitudo menſuratur juxta lineas inclinatas B C & C D.

L I-

LIBER III.

Pars III. De Fluidorum motorum Actionibus, & Resistentiis.

CAPUT XII.

De Fluidorum motorum Impetu.

In Capite penultimo antecedente quædam de Actionibus Fluidorum notavimus, sed has tantùm exposuimus, ut mutationes, inde in ipso Motu Fluminis oriundas, deduceremus. 1758.

Nunc autem agam de mensurando Impetu *Fluidi, quod in Corpus incurrit.* Hunc ipsum *Impetum esse Pressionem* statim patet *; quam determinabimus, si Corporis Reactionem determinemus *. Reactio hæc destruit Motum, Tempore æquali illi, in quo ipsi Fluido communicatur; est ergo *Impetus, de quo agitur*, æqualis ipsi Pressioni, quæ Motum Fluido communicavit *, quam supra determinavimus *, & quæ *valet Pondus Columnæ Fluidi, cujus Basis est apertura, per quam exit Fluidum, & cujus Altitudo est ipsa Altitudo Fluidi supra aperturam.* 1759. *123. *361. 1760. *[illegible]3. *1577.

EXPERIMENTUM.

Utimur Columnâ in Libro 1. explicatâ C *; conjungimus Brachium A *; cui superimponitur Columna minor G *; tandem huic superimponitur Brachium E, quod cum Brachio, in N. 170. memorato, in hoc 1761. TAB. LVII. Fig. 6. *162. *173. *163.

differt, loco Laminæ æneæ, & Trochlearum, conjunctam habet Regulam ligneam, cui applicatur Regula cuprea
*763. *aa*, cum quâ conjuncta est *bb* *. Duobus Filis, super uncis *g*, *g*, transeuntibus, suspenditur Cylindrus ebur-
* 1102. neus D *; Fila conjuncta sunt cum paxillis *m*, *m*, Brachio A infixis, quorum conversione Cylindrus attollitur, aut deprimitur, & in situ horizontali disponitur.

1762. Pyxis lignea I F H L, unum Pedem longa, sex Pollices lata, & totidem alta, incisam oram habet in *cd*, *cd*; ubi Aqua, quando Pyxis repletur, defluit; ut, per aliquod tempus, Aquæ superficies, effluente hac per Foramen, de quo statim dicam, continuatâ infusione, ad eandem altitudinem servetur. Dimensiones indicavimus interiores, altitudinemque mensuravimus à Fundo ad lineas *cd*, *cd*.

1763. Ne autem Motus in Aquâ, ex infusione oriundus, turbet effluxum per Foramen, duæ ponuntur separationes transversales, *eeee*, *ffff*, quatuor Pollices altæ, quarum prima cum Fundo cohæret, altera supra Aquæ superficiem adscendit; parallelæ sunt, & Sesqui-pollice inter se distant; Aqua infunditur in M.

1764. Lamella cuprea, cochleam continens, in O fixa est; huic interposito corio conjungitur Tubus P, cochleâ, quæ præcedenti respondet, instructus; Tubus Lamellâ clauditur, quæ perforata est: Diameter Tubi in nostrâ Machinâ est Semi-pollicis, aut 0,50. Poll. & Diameter Foraminis est 0,43. Poll. Pyxis hæc disponitur, & Cylindrus suspenditur, ut centrum Basis Cylindri centro Foraminis respondeat ita, ut Aqua, ex Foramine horizontaliter prosiliens, directè incurrat in ipsum Cylindrum. Re-

Rebus ita dispositis Pyxis Aquâ repletur, & incurrit hæc in Basim Cylindri, huncque repellit ita, ut Fila situm obliquum acquirant; sustineturque Corpus in eodem situ, durante Effluxu, qui uniformiter continuatur; affunditur enim continuò Aqua, tantâ copiâ, ut ad latera in *c d*, & *c d*, defluat. 1765.

Cylindrus hac Actione removetur à situ, in quo quiescere potest, quantitate *i v*, quæ æqualis est uni Pollici cum parte quartâ, dum linea *ig* æqualis est Pollicibus viginti novem. 1766.

Ut pateat Experimentum hoc cum præcedenti Propositione * convenire, varia consideranda sunt; nam causæ retardantes ita minuunt motum Aquæ in Corpus incurrentis, ut Actio vera parum tantùm superet dimidium illius, quæ, si rejectis omnibus Retardationibus computatio ineatur, detegitur. Ideo ipsi Effectus causarum retardantium examinandi erunt; sed primum ipsam Actionem Aquæ in Corpus determinabimus. 1767. * 1760.

Cylindrus D tribus trahitur Potentiis; pondere suo deorsum; Filis obliquè; & tandem Actione Aquæ horizontaliter premitur. Actiones hæ sunt inter se, ut latera Trianguli *ivg* *; quare pondus Corporis ad Aquæ impetum, ut *ig* ad *iv*; id est, ut 116. ad 5 *. 1768. * 1766.

Pondus Cylindri erat Unciarum sex, demtis Drachmis duabus; ergo Impetus Aquæ valebat Gr. 119. 1769.

Conferenda nunc est hæc Actio cum illâ quam Regula indicat; quod sine novo Experimento fieri non poterit; quia quantum Aqua fuerit retardata determinari debet; & detegenda est altitudo, quam haberet Aqua, supra Foramen, in Vase, ex quo, sepositis re- 1770.

tardationibus, eâ exiret Velocitate, quâ in Experimento Impetum fecit in Corpus; & hæc eſt vera altitudo Columnæ memoratæ in N. 1760.

1771. Ponderavi Aquam, quæ, in tempore decem Minutorum ſecundorum, exivit ex Pyxide, dùm efflueret eâ Velocitate, quam in Experimento habuit; Pondus fuit Unciarum quadraginta & unius cum quartâ parte.

*1551. Ex Pondere noto Pedis cubici Aquæ *, deducimus Cylindrum aqueum, cujus Baſeos diameter eſſet unius Pollicis, & cujus altitudo Pedi uni æqualis eſſet, ponderare 2659. Gr. Unde, ſubductâ ratione, detegimus in tempore memorato ex Pyxide effluxiſſe Aquæ Columnam, cujus Baſis erat Foramen, & longitudo 40,3. Pedum.

Eâ ergo effluxit Velocitate Aqua, quâ in uno minuto ſecundo percurruntur 4,03. Ped.; quæ illa ipſa eſt quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine 3,1. *883. 374. Pollicum *; hæc autem eſt altitudo Columnæ, cujus Baſis eſt Foramen, & cujus Pondus, juxta antea de- *1759. monſtrata *, valet Impetum Aquæ in Cylindrum. Pondus hujus Columnæ eſt Gr. 127.

1772. In hac computatione, poſuimus omnem Aquam eâdem Velocitate fuiſſe tranſlatam, non autem omnium *1634. partium æqualis fuit Celeritas *; ſi Impetus eſſet ut Velocitas, exactè ille, hac computatione, determina- *1760. 1586. retur; ſatis enim eſſet Velocitatem mediam determi- 1773. nare: ſed *Impetus eſt ut Quadratum Velocitatis* *.

1774. Ideo, ſi omnibus particulis tribuatur Velocitas media, Impetus minor detegitur, quàm revera eſt. Si datis tribus particulis, quarum unius Velocitas ſit quatuor, ſecundæ quinque, tertiæ ſex, Actio ponatur ut

ut Quadratum Velocitatis, ſumma Actionum poteſt exprimi per 25. & 36. ut & 49., id eſt, per 110. Si verò omnibus tribuamus Velocitatem mediam ſex, ſumma Actionum tantum velebit 108.

Videmus ergo Impetum Aquæ in ipſo Experimento 1775.
ſuperaſſe 127. Grana, fortè tribus aut quatuor, non pluribus; Impetum tamen hunc ipſum tantùm valuiſſe grana centum & novemdecim vidimus *, quam * 1769.
differentiam tribuimus agitationi ipſius Cylindri durante Experimento, quâ patuit non exactè directam fuiſſe Actionem.

In hiſce conſideravimus Actionem Fluidi in Obſta- 1776.
culum quieſcens, ſi Obſtaculum ſit in motu, pendet Impetus à Velocitate reſpectivâ *, & ſequitur hic Qua- * 948.
drati Velocitatis reſpectivæ rationem *; id eſt, Preſ- * 1773.
ſionis, in Obſtaculum agentis, Intenſitas hanc ſequitur rationem; ipſa autem *Actio Fluidi*, *in Obſtaculum trans-* 1777.
latum ad eandem partem cum Fluidô, *ſequitur rationem compoſitam ex* dictâ *ratione duplicatâ Velocitatis reſpectivæ*, *& ſimplici Velocitatis ipſius obſtaculi* *. * 725.

Si in hoc caſu Fluidi Velocitas data ſit, *hujus Actio in* 1778.
Obſtaculum, *eſt omnium maxima*, ut in Scholio ſequenti demonſtramus, *quando Velocitas Obſtaculi valet tertiam partem Velocitatis Fluidi*; cujus Velocitatis duæ partes tertiæ tunc dant Velocitatem reſpectivam de quâ agitur *. * 918.

SCHO-

SCHOLIUM.

Demonstratio N. 1778. de Actione maximâ ex Impetu in Obstaculum translatum.

1779. TAB. LVII. Fig. 7. SIt AB Velocitas Fluidi; CB Velocitas Obstaculi; Velocitas respectiva quâ Fluidum in Obstaculum incurrit erit AC *. Actio de quâ agitur est ut Productum Quadrati lineæ AC multiplicati per CB *.

* 918. * 1777.

Sit AE Parabola, cujus vertex A; axis AD; AB tangens in vertice.

Abscissa AD, aut CE, sequitur rationem Quadrati Ordinatæ DE, aut AC *; Ergo Rectangulum CG sequitur rationem Producti Quadrati AC per CB *; id est, sequitur rationem Actionis Fluidi in Obstaculum, Velocitate CB translatum *. Quærimus ubi detur punctum, ut C, quando Rectangulum hoc est omnium maximum.

* La Hire sect. con lib. 3. prop. 1. * 23. El. VI. * 1777.

Ponamus punctum quæsitum dari inter C, & *c*; recedendo ab utrâque parte à puncto quæsito Rectangula fiunt minora; & nullum ab unâ parte datur cujus non possit haberi æquale ad aliam partem. Sint talia duo Rectangula æqualia CBGE, *c*B*ge*; & sit distantia E*e* infinitè exigua; sublato Rectangulo communi *c*BGF, supersunt æqualia Rectangula C*c*FE, G*ge*F; &

* 14. El. VI.

F*e* : FE : : EC : FG *, aut EG = CB.

Sed F*e* : FE : : DL : DE = AC.

Ergo EC : CB : : DL : AC.

Subtangens autem DL dupla est AD = EC *; ergo AC dupla CB; quæ idcirco valet tertiam partem totius AB. Quod Demonstrandum erat.

* La Hire sect. con. lib. 2. prop. 20.

CAPUT XIII.

De Fluidorum motorum Actione laterali.

1780. Fluida quaqua versùm, ad eandem profunditatem, æqualiter premere antea vidimus *. Sed demonstratio ad Fluida quiescentia tantum refertur.

* 1418.

1781. *Si Fluidum per Tubum horizontalem, aut deorsum inclinatum, sepositis omnibus retardationibus, moveatur*, premit illud deorsum Pondere suo, sed præter hanc, & exiguam, inde oriundam, lateralem Pressionem, nihil ex

Actione

Actione Fluidi patitur Tubus, quacumque Velocitate illud feratur. Si enim concipiamus Fluidum ex Foramine 1782.
circulari prosiliens, seposito Motu ex Gravitate postquam exivit, efficiet Cylindrum horizontalem, qui lateraliter non premit; hic si Tubo circumdetur, eodem modo movebitur ut ante, id est, in Tubi superficiem non aget.

Si verò in Tubo retardetur, sive attritu, sive coarcta- 1783.
to exitu, *premit Fluidum lateraliter*; & *Pressio lateralis* 1784.
valet omnem Vim retardantem, quæ agit infra punctum quod premitur; id est, si AB sit Tubus, per quem TAB. LVII. Fig. 8.
Fluidum moveatur ab A ad B, Pressio in E, valebit omnem Actionem, quæ Fluidum retardat inter E & B, & in ipso exitu B.

Actio, quæ Fluidum movet, aut retardat, propor- 1785.
tionalis est altitudini Columnæ ejusdem Fluidi, quæ talem Actionem exserere potest; ergo per hanc altitudinem illam exprimere Actionem possumus, ut & ipsam in Experimento mensurare. Si vis quæ in Fluidum agit, dum juxta E transit, valeat pondus Columnæ Fluidi, cujus altitudo est quinque Pollicum, & Fluidum moveatur Velocitate, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine duorum Pollicum, Pressio in punctum E valebit Pondus columnæ trium Pollicum: si enim Fluidum quiesceret, Pressio valeret quinque Pollices; eâ verò Actione, quâ movetur, non premit*; & *1781.
Pollices duo subtrahi debent.

In hisce ratiociniis ponimus omne Fluidum, quod 1786.
per Tubum transit, eâdem Velocitate moveri, quod in vero motu locum non habet; etiam Retardationum, supra E agentium, in E Effectus est diversus, pro di-

verſâ Retardatione infra E, præcipuè in exitu. Circumſtantiæ ergo in infinitum variari poſſunt; quare, in pleriſque occaſionibus, quid ex Regulâ traditâ * ſequatur, determinari computatione non poteſt; ut hoc clarè Experimentis ſequentibus patebit. *1784.

Machina,

Quâ Experimenta, de Fluidorum motorum Preſſione laterali, demonſtrantur.

1787. Pars præcipua hujus Machinæ eſt Pyxis, in Capite præcedenti memorata *, cui in O conjungitur Tubus P, longus circiter quatuor Pollices, ab interiori parte levigatus, & cujus diameter cavitatis eſt Semi-pollicis. In hujus medio, in ſuperiori parte, conjunctum hic habet Tubum vitreum verticalem L, qui cum ipſo Tubo horizontali P communicationem habet; (*vid. Fig.* 2.) in quâ etiam L Tubum vitreum exhibet, quem Indicem vocabimus. TAB. LVIII. Fig. 1. *1762.

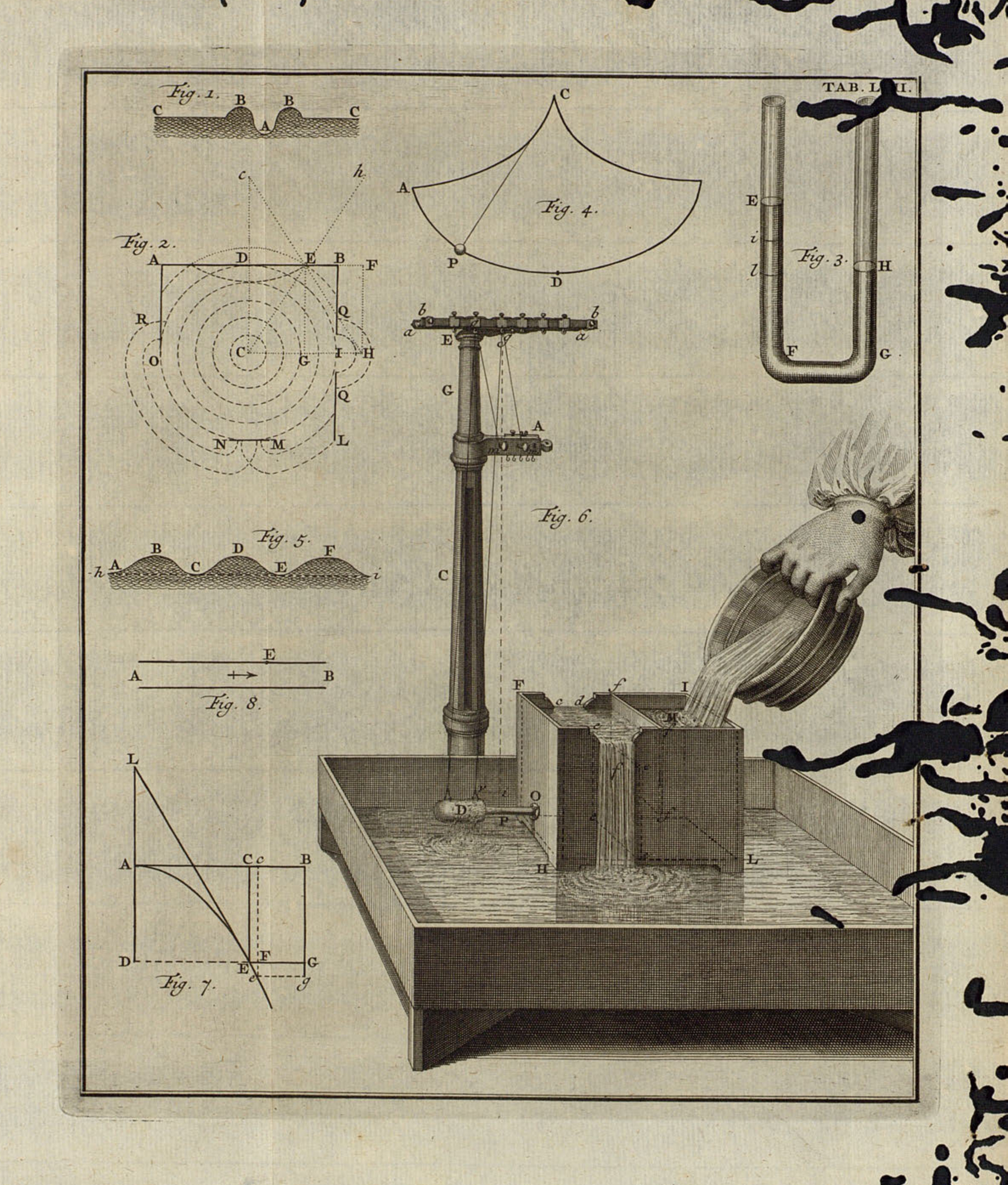
1788. Varii Tubi, ejuſdem capacitatis cum dicto Tubo P, huic conjungi poſſunt; quod ut commodè fiat, ſinguli latiori Tubo *b* circumdantur, qui cum ipſis conferruminati ſunt, & prominent; in quam partem prominentem extremitas *a* Tubi P intruditur. TAB. LVIII. Fig. 2.

1789. Varii Tubi hi exhibentur in B, C, & D; ille qui in B videtur, lateralem conjunctum habet Tubum E, ejuſdem capacitatis cum ipſo B, cui horizontaliter ad angulos rectos adhæret; dum Index vitreus *l* verticaliter ipſi inſiſtit, ut de Indice L vidimus.

1790. Opercula duo ut *c* deſiderantur, quibus extremitates Tuborum clauduntur; efficitur tale operculum ex Tubulo, lamellâ clauſo.

1791. Eodem modo Tubuli *d* & *e* lamellis clauduntur,

ſed


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.



ſed perforatis; ut varietur apertura, per quam Aqua proſilit.

EXPERIMENTUM I.

Pyxidi F L conjungitur Tubus P *. Aqua infunditur, ut defluat, ut ſupra diximus *. Durante effluxu per *a* nulla Aqua in Tubo F apparet; eo verò momento, quo clauditur apertura hæc, adſcendit Aqua in L ad altitudinem 5,19. Poll. 1792. TAB. LVIII. Fig. 1. * 1787. * 1765.

Menſurata hæc fuit altitudo à ſuperficie externâ ſuperiori Tubi P; quare addi debet craſſities metalli, ſed etiam ſubtrahi debet adſcenſus Aquæ ex Vitri Attractione *; hac de cauſâ ambas haſce differentias negligimus, & in ſequentibus eodem modo altitudines menſurabimus. 1793. * 82.

In hoc Experimento Attritus ſenſibilis non datur inter punctum, cui Index vitreus applicatur, & aperturam, per quam Aqua exit; & ex exiguo hoc Attritu Preſſio lateralis non datur, quia Aqua media celerius movetur, ſecum trahens lateralem; hæc autem Actio obliquè dirigitur Axem Tubi P versùs, & ideò deſtruit Effectum Attritûs. In aliis occaſionibus tantùm hunc minuit. 1794.

Motus autem totius Aquæ, in hoc Experimento, admodum retardatur; ſed cauſæ retardantes præcipuè in ingreſſu in Tubum agunt *; id eſt, ſupra Punctum, in quo Preſſio menſuratur, & in quod nullum Effectum cauſæ illæ producunt *. Ut autem hoc Experimentum conferatur cum ſequentibus, ipſa Velocitas, quâ Aqua per Tubum tranſit, & in hoc, & in aliis Experimentis, determinanda erit; hancque determinamus omnibus particulis eandem Velocitatem tribuendo; cùm autem non 1795. * 1629. 1632. * 1784.

accuratè cum ipſo motu hoc conveniat, in concluſionibus aliquid corrigendum erit.

1796. Velocitatem Aquæ in Tubo determinavi, recipiendo in Vas vitreum Cylindricum Aquam, quæ in decem Minutis ſecundis effluebat. Libra una Aquæ in hoc Vaſe occupabat altitudinem duorum Pollicum cum tribus partibus octavis. Eadem Aqua in Tubo P continuato occuparet ſpatium 11,55. Pedum, ut ex noto A-
*1551. quæ pondere * facilè deducitur.

1797. In dicto autem Tempore Aqua, quæ exivit, occupavit in Vaſe ſpatium 8,13. Poll.; cujus pars decima in Tubo occuparet ſpatium 3,95. Pedum; quod ergo eſſet ſpatium percurſum in uno Minuto ſecundo ab Aquâ exeunte, ſi Velocitatem ſervaret; hæc autem Velocitas illa eſt, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine, quæ vix à tribus Pollicibus deficit, ut ex ante
*883. 374. dictis deducitur *.

EXPERIMENTUM 2.

1798. Tubo P Tubulum *e* (*Fig.* 2.) applicavi; Diameter
TAB. LVIII. aperturæ, per quam Aqua tunc exibat, ſe habebat ad
Fig. 1. Diametrum Tubi P, ut 43 ad 50; & Aqua, quæ in
*1796. 10″. effluebat, occupabat, in Vaſe memorato *, altitudinem 6,13. Poll.; unde deduximus illam in Tubo P Aquam habuiſſe Velocitatem, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine 1,7. Poll. In Indice altitudo Aquæ fuit Poll. 2,06.; & hæc altitudo eſt menſura Preſſionis lateralis.

1799. Actio ergo integra quæ in Aquam egit, dum juxta Indicem vitreum tranſivit, quæ valet ſummam Preſſionis late-
*1785. ralis & cauſæ moventis *, ſuperat pondus columnæ trium Pollicum cum tribus partibus quartis; quæ Actionis

men-

mensura augeri debet *, propter Aquam mediam late- * 1704.
rali celerius motam *. * 1634.

EXPERIMENTUM 3.

Mutamus Tubulum, & pro *e* adhibemus *d* (*Fig.* 2.) cujus aperturæ diameter est 0,26. Poll. Altitudo Aquæ, quæ in 10″ effluit, est in Vase Poll. 2,19. Ideo Velocitas quâ per Tubum movetur, illa est, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine Poll. 0,22. In Indice vitreo altitudo est 4,94. Poll.; summa valet 5,06. Si hanc ultimam Actionem paululum augeamus *, videmus in hoc casu parum admodum, in ingressu in Tubum, Aquam fuisse retardatam *. 1800. TAB. LVIII. Fig. 1. * 1794. * 1785. 1792.

Similes Variationes detegimus si Fluidum inflexione viæ retardetur. 1801.

EXPERIMENTUM 4.

Sublato Tubulo, quo apertura Tubi P fuit coarctata, applicavi Tubum ad angulum rectum inflexum C Fig. 2. Aqua in Vase recepta altitudinem habuit 5,97.; ideo mota fuit Velocitate, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine Poll. 1,6. In Indice altitudo fuit, 2,56.; Poll.; summa valet Poll. 4,16. 1802. TAB. LVIII. Fig. 1.

EXPERIMENTUM 5.

Tubulum *d* (*Fig.* 2.), qui in 3. Exp. fuit adhibitus, applicavi extremitati Tubi C, & omnia quæ in Experimento tertio fuêre observata, & hìc eodem modo locum habuêre. 1803. TAB. LVIII. Fig. 2.

EXPERIMENTUM 6.

Parum hoc Experimentum cum quarto differt; angulus, quem Tubi P & C efficiunt, qui rectus est in dicto Experimento, in hoc est Gr. 135. Effectus autem hic fuit. Aqua in Vase recepta altitudinem habuit 1804. TAB. LVIII. Fig. 2.

buit 6,38. Poll. Ergo Velocitas Aquæ in Tubo illa fuit, quam Corpus acquirit cadendo ab altitudine Poll. 1,84. In Indice altitudo Aquæ fuit 1,87.; ergo Actio integra erat 3,7. Poll.

1805. Ex his omnibus patet, non facilè causarum retar-
1806. dantium Effectus prævideri posse; sed in genere *Retardationem in ingressu minui, quando in egressu augetur.*

1807. In Tubis flexis Pressio lateralis in loco inflexionis est major ex Vi centrifugâ, non tamen ad certam Regulam facilè revocari poterit, ut ex Experimentis sequentibus deducitur.

EXPERIMENTUM 7.

1808. Loco Tubi C, quo in 4to. Experimento usi fuimus, TAB. LVIII. Fig 3. adhibemus Tubum B (*Fig.* 2.), cum quo etiam ad angulos rectos conjunctus est Tubus E, ejusdem capacitatis cum B & P. Huic eidem Tubo B insistit Index vitreus *l*, ipsi L similis, ut supra vidimus *. * 1789.

In hoc Experimento Aqua exivit ex Tubo E omninò aperto, ita ut hoc Experimentum cum Experimento quarto coinciderit; successus quoque idem fuit; Velocitas quidem paulo minor fuit, sed differentia ita erat exigua, ut nullam in altitudine Aquæ in Indice L differentiam percipere potuerim. In Indice *l* altior erat, & differentia fuit Poll. 0,96.

EXPERIMENTUM 8.

1809. Omnibus manentibus applicavi Tubulum *d* (*Fig.* 2.) TAB. LVIII. Fig. 3. aperturæ Tubi E, ita ut Experimentum cum Exp. 5to. coinciderit, successus etiam idem fuit, & in altitudine Aquæ in Indicibus L & *l* vix ulla differentia percipi potuit.

C A-

CAPUT XIV.

De Machinis Hydraulicis.

REsistentiam Corporis ex Gravitate oriundam, aliter considerandam esse, ubi agitur de Corpore sustinendo, quàm si tollendum sit, in Capite 21. Libri 1. demonstratum fuit. Eodem modo ubi ad examen revocantur Machinæ, quibus Aqua ex loco depresso in locum magis elatum transfertur, non illa sufficiunt, quæ, in primâ parte hujus Libri de Pressionibus Fluidorum, demonstrata sunt. Non de Machinis peculiaribus agam; sed ea explicabo, quæ generaliter ad Machinas quascumque, ad dictum usum destinatas, referri poterunt. 1810.

Scopus omnium talium Machinarum est, ut, determinato Tempore, datâ Actione, maximâ copiâ, Aqua ad præscriptam Altitudinem extollatur. 1811.

Sepono omnes causas externas Effectum minuentes, illamque tantùm considerabo Actionem, quæ Aquam revera movet, non attendendo ad illam, quæ consumitur, dum superantur defectus ipsius Machinæ, aut alia quæcumque obstacula removentur. 1812.

Propositionem, de quâ agitur, ad casum simplicissimum revocamus, si concipiamus Tubum horizontalem A B C D cum Tubo verticali I B E F cohærentem. Ponimus in horizontali Tubo moveri planum M L, & quidem sine attritu, & sine jacturâ Aquæ, quâ ponimus ambos repleri Tubos. Ponimus etiam huic plano perpendiculariter juxta directionem N P, applicari Actionem, quæ descensum Aquæ impedit, aut hanc sursum propellit. 1813. TAB. LVIII. Fig. 4.

Ulte-

Ulterius concipimus Tubum ABCD Aquæ immergi ita, ut Aquæ superficies cum AB conveniat. Tandem ponimus Aquam supra IF extollendam esse.

1814. Diversæ sunt Actiones, quibus Machinæ, ad Aquam sursum ferendam destinatæ, agitantur; has ordine examinabo, considerando ipsas in planum IL, per NM, agere. Hac methodo ad generalem Theoriam perveniemus, quæ Machinis quibuscumque applicari poterit.

Ante omnia autem generalia perpendenda erunt, quæ ad Actiones quascunque pertinent.

1815. Pressio Aquæ externæ, in ALMC contentæ, destruit Pressionem oppositam Aquæ, quæ reliquam partem Tubi horizontalis replet; & Actio, applicata per NM, sustinet Aquam Tubo verticali IBEF contentam.

1816. Si utriusque Tubi eadem sit capacitas, *Potentia, quæ*, applicata per NM, *sustinet Aquam* in dicto Tubo, *ad altitudinem* IF, *supra quam extollenda est*, valet Pondus Columnæ Aqueæ EI. Et hæc Potentia, *quamdiu sola agit, ne quidem guttam unicam* Tubo expellere *poterit*, & *ad destinatam Altitudinem extollere*.

1817. *Auctâ* autem *Actione applicatâ*, ut valeat Pondus Columnæ Aqueæ, cujus eadem cum præcedenti est Basis BE, sed altitudo *eg*, quantitate *fg* primam superans, *Aqua* ex Tubo *ejicitur Velocitate*, quâ illa ab *f* ad Altitudinem puncti *g* pertingere potest; id est, Velocitate, quam Corpus acquirere potest cadendo per

*380. *gf* *; quâ eâdem Velocitate per totum Tubum movetur; & *quæ sequitur rationem subduplicatam augmenti ipsius*

*381. *Actionis* *.

1818. Ex hisce sequitur, Actionem, Machinæ applicatam, duos præstare Effectus; ipsamque in duas partes posse resolvi.

resolvi. Prima extollit Aquam ad altitudinem determinatam; hæcque Actionis pars sola nihil omnino efficit, si ad usum Machinæ attendamus. Pars secunda Actionis applicatæ expellit Aquam; & à magnitudine hujus partis Actionis pendet quantitas Aquæ, quæ attollitur.

Quamdiu agitur de eodem plano L M, pars prima Actionis eadem semper est, quomodocumque Tubus verticalis mutetur *; mutatâ autem capacitate hujus Tubi, variari debebit pars secunda, ut eodem Tempore eadem Aquæ quantitas, ad eandem Altitudinem extollatur. Videndum ergo quid optimum sit. 1819. *1431.

Si Orificium I F mutetur, & eadem Aquæ quantitas expellatur, Velocitas hujus sequetur rationem inversam Orificii, & Velocitatis rationem duplicatam sequetur altitudo fg *. Ergo *pars Actionis, ultimùm memorata, est inversè ut Quadratum Orificii*, id est, minuitur, quando Orificium augetur; in quo casu Actio integra, quæ altitudinis eg rationem sequitur, quoque minuitur. 1820. TAB. LVIII. Fig. 5. 6. * 381. 1821.

Sit Aqua extollenda ad Altitudinem E F, aut ef, decem Pedum; & ponamus hanc per Orificium quodcumque expelli Velocitate, quâ percurreret in uno minuto secundo pedes tres cum quartâ parte ferè, quam Velocitatem Corpus acquirit cadendo ab Altitudine duorum Pollicum *; estque fg huic Altitudini æqualis. Actio integra ergo quæ L M propellit, potest exprimi numero 122; tot enim sunt Pollices in eg. 1822. Fig. 4. *883 374.

Si Orificium I F duplicetur, fg ad quartam partem reducitur *, & eg, id est, Actio integra, tantùm valet 120,5. 1823. Fig. 5. *1821.

Si reducatur Orificium ad dimidium, duplicatur A- Fig. 6.

quæ exeuntis Velocitas, *fg* sit octo Pollicum, & Actio integra valet 128.

1824. In hac computatione ponimus omnem Aquam, quæ per Orificium Tubi transit, ad hujus latera defluere posse eodem Tempore, quo transit; quod dato Orificio latiori, aut Velocitate minori, non contingit; quare
*1821. Actio, per præcedentem Regulam * determinata, augenda est in quibusdam casibus, magis aut minùs pro diversâ Orificii Figurâ. Hanc circularem ponimus; quia Attritus, qui in praxi evitari nunquam potest, quamvis ad hunc nunc non attendamus, datâ hac Figurâ est omnium minimus; ideo, positâ hac Figurâ effluxum examinabimus.

1825. Datâ Velocitate Plani L M, datur Velocitas, quâ Aqua exiret, si Orificium huic plano æquale esset; &, dato alio Orificio quocumque, altitudo *fg* determinari potest, procedendo ut in exemplo præcedenti.

1826. Si *fg* minor sit tribus partibus octavis diametri Orificii, augenda erit Actio integra, ut proportionalis sit *en*, cujus portionem *fn*, hac Regulâ detegimus. Quadratum trium partium octavarum Diametri Orificii, multiplicatum per *fg*, valet cubum Altitudinis quæsitæ *fn*, ut in sequenti Scholio 1. demonstrabimus.

1827. Ponamus in exemplo præcedenti, in casu N°. 1823, Diametrum Orificii esse sex Pollicum, habebimus *fn* æqualem 1,36. Poll.; & nisi integra Actio, quam in dicto N°. 1823. determinavimus 120,5., augeatur, ut sit 121,36., desiderata Aquæ quantitas non effluet.

1828. Quamvis in Praxi minutias sæpe possimus negligere, has tamen novisse in innumeris casibus juvat; & sæpe maximam habet utilitatem. Ex

Ex Regulâ, in N. 1821. traditâ, hanc generalem deducimus conclusionem, *majora Orificia minoribus esse anteponenda*; quia minori Actione eadem Aquæ quantitas expellitur, cæteris paribus. 1829.

Quædam autem observanda sunt circa Orificii determinationem in quibusdam casibus peculiaribus.

Si majus quidem fuerit Orificium IF, sed parum hoc distet à parte angustiori Tubi, quæ in GO terminatur; ita ut Velocitate, quâ Aqua transit per GO, hæc altius quàm per *ig* possit adscendere, non omnis Aqua, quæ exit, eâdem Velocitate supra lineam EF adscendit, sed in medio Velocitas major est, ut ex Aquâ ibi protuberante patet; in hoc casu ratiocinandum quasi ageretur de Orificio mediæ magnitudinis inter IF & GO. 1830. TAB. LVIII. Fig. 7.

Sæpius etiam in Machinis contingit, Viam, per quam Aqua deducitur, coarctari, antequam Aqua ad Orificium perveniat, ut interposito Diaphragmate GO, perforato in P. 1831. TAB. LVIII. Fig. 8. Si minor sit distantia GI, illa ipsa, quæ statim monuimus *, & huic casui applicari debebunt. 1832. *1830.

Si verò distantia GI, tanta sit, ut in IF æqualem Velocitatem omnes partes habeant, ad ipsum Diaphragma non attendimus: Vis particularum quidem augenda est, ut per P transeant; sed hæc ipsa iterum consumitur, motum communicando Aquæ superiori. Quamdiu integer Effectus est idem, Actio integra est eadem; Effectus autem detegitur, attendendo ad Altitudinem ad quam Aqua extollitur, & ad Velocitatem quâ exit; quo hæc major est, eo plus Virium inutiliter consumitur; & ex ante dictis patet, hanc propriè esse causam, quare 1833.

1834. Majora Orificia anteponenda sunt: *mutationes* verò, *quæ in Velocitate contingunt, antequam Aqua ad Orificium perveniat, non considerandæ veniunt.* Si enim dilatetur Via, & postea minuatur, aut primum coarctetur, & postea iterum augeatur, dantur contrariæ mutationes in ipsis Viribus Particularum; & cùm mutationes hæ sese mutuo destruant, harum Effectus in computationibus negliguntur.

1835. Mutationes hæ, ubi agitur de Viâ, quæ coarctatur, admodum Attritum augent, & ideo summâ cum curâ evitari debent; sed impedimentum hoc est extraneum, rem autem abstractè examinamus.

1836. TAB. LVIII. Fig. 4. Huc usque Motum continuum consideravimus, quamvis nihil à nobis dictum fuerit de modo, quo Motus continuus in Tubo dari possit; non enim agimus de Machinis peculiaribus. Ponamus nunc autem Machinam per vices agere; & concipiamus duas Machinas, æquales, & similes, & in utraque æquali Actione planum ut L M protrudi. Propellantur hæc Plana alternatim, per spatia æqualia, Temporibus æqualibus, ita ut hæ duæ Actiones unicam valeant, quæ continuò agit.

1837. Duæ hæ alternatim agentes, non eundem præstabunt Effectum quam una, quæ continuò ageret, quamvis omnia conveniant. Tempora enim diversa erunt, aut Actiones, alternatim agentes, majores adhibendæ erunt.

1838. In hoc enim casu singulis agitationibus motus totius Aquæ, Tubis contentæ, cessat, & de novo instaurandus est; ita ut pars Actionis, Machinæ applicatæ, consumatur, dum Motus hic novus communicatur. Pars hæc Actionis, quæ inutiliter consumitur, variatur, positis

tis omnibus similibus, pro diverso spatio, in singulis agitationibus, percurso à Plano L M; & servatâ proportione, eo illa major est, quo spatium hoc minus.

Differt quoque ratio partis Actionis, inutiliter consumtæ, ad integram Actionem, pro diversâ Naturâ Actionis, quæ Machinæ applicatur; satis ergo erit in 1839.
genere observasse *imperfectas admodum esse Machinas, quæ per Vices tantum Aquam expellunt.* 1840.

Defectus hicce minuitur, si duo Tubi, in quibus 1841.
plana ut L M moventur, Aquam sursum premant in eodem Tubo; ut hoc in plurimis Antliis observatur: tunc enim, si cessante motu unius plani L M, statim alter moveatur, continuatur Motus Aquæ sursum in communi Tubo; cum autem uniformiter, id est, sine ullâ Retardatione, motus continuari non possit, semper quædam Actionis pars in instaurando motu consumitur.

His generalioribus præmissis, de ipsis Actionibus dicendum.

Actiones, quæ Machinis Hydraulicis applicantur, ad quatuor classes *referri possunt. Ad Ignem, Aerem, Aquam, & tandem ad Hominum, aut Animalium, conamina.* 1842.

De Igne non hìc agam; peculiaria sunt artificia, 1843.
quibus Ignis Actio, ubi Aqua extollenda est, adhibetur; & examen horum Artificiorum nos omnino à scopo abduceret; plura quoque in subsidium essent vocanda, quæ ad Librum sequentem pertinent.

De Aere quoque pauca dicenda erunt, de hoc etiam 1844.
nondum egimus. Sæpe hujus Actio cum Ignis Actione conjungitur; sæpius tamen solus adhibetur.

Locum hoc habet, quando Machinæ junguntur Alæ, 1845.

quæ, Vento expositæ, circumvolvuntur, & Machinæ motum communicant.

1846. Ubi computationes ineundæ sunt, Intensitas Actionis Venti in Alæ superficiem determinanda est, quod dubito, an unquam à Mechanicis accuratè fieri poterit. Non enim solus Impetus particularum aerearum in ipsam superficiem, considerari debet; huic alia Pressio superaddenda est. Aer, qui ad latera transit, secum trahit Aerem post Alam positum, illiusque, qui remanet, densitatem minuit; unde sequitur Actio ex peculiari Aeris Proprietate, quam Elasticitatem vocant, & de quâ suo tempore erit dicendum. Diversa est hæc Actio pro diversâ Velocitate Venti, pro diversâ Velocitate Alæ, & pro diversâ hujus Latitudine: Præterea Ala certo modo in extremitate flectenda est, ut Aer quodammodo retineatur, ex quo quidem Pressio sequitur, quæ contrariè agit cum illâ, quæ in reliquam Alæ partem agit; sed diminutio inde oriunda exigua est collata cum augmento, quod sequitur ex impedito Aeris effluxu juxta Alæ extremitatem. Hæc breviter indico, quia facilè in errorem incidimus, ubi agitur de determinandâ Venti Actione.

1847. Aquam etiam adhiberi diximus, ubi agitur de ipsâ Aquâ extollendâ; ut hoc fiat, Aqua naturaliter mota desideratur in Flumine, aut Rivulo.

1848. Duobus autem modis *Aqua* adhiberi potest; hæc
1849. *aut Gravitate, aut impetu, agit.* In primo casu aliquando, modiolis recipitur Aqua, qui descendentes aliam Aquam sursum tollunt; sæpius tamen in hoc casu, ut semper quando de Impetu agitur, Rotæ adhibentur, circa quarum frontes affiguntur Pinnæ, quæ, pondere Aquæ,

Aquæ, in has decurrentis, aut cùm ab hujus Impetu percutiuntur, cogunt, progredientes, versari Rotam.

Quando Pondere Aquæ movetur Machina, agitur 1850. de Pressione cujus Intensitas, Motu Machinæ commu- *371. nicato, non mutatur *. Si verò Impetu Aquæ Rota 1851. versetur, hujus motus considerandus est; nam Impetus à Velocitate respectivâ pendet *. *948.

Referimus ideo has Actiones ad duo diversa genera 1852. de quibus separatim statim dicam.

Supersunt Actiones Hominum & Animalium; in 1853. hisce Actionibus considerandæ sunt Intensitates, & Velocitates.

Mutatâ Pressionis Velocitate, mutatur hujus Actio *; 1854. si ergo determinata sit Actio, variatur Intensitas, quan- *723. do Velocitas mutatur; & quidem minuitur illa, ut hæc augetur *. Vis autem Hominis, aut Animalis, *725. non ita determinata est, ut hanc Regulam ad ipsam referre possimus.

Si Velocitas parum mutetur, non mutatur Actionis 1855. Intensitas; si nimium mutetur, non in illius ratione inversâ mutatur Intensitas.

De Actionibus Hominum, & Animalium, ergo ita 1856. statuendum; quamdiu parum Velocitas Agentis mutatur, pertinent Actiones ad genus antea indicatum *; *1850. si verò maximam quæramus Actionem, quam Homo, aut Animal, præstare potest, determinanda erit Velocitas, quâ datâ, commodè agere hoc potest; deinde quærenda erit Intensitas Actionis, ut hæc per Tempus satis diuturnum continuari possit. Hæc ergo Actio 1857. determinatur omni modo, & respectu Intensitatis, & respectu Velocitatis; harumque Actionum ad Machinas

appli-

applicatio quoque examinanda erit; ita ut tria Actionum genera diversa perpendenda habeamus *.
* 1852.

1858. Sit Planum L M protrudendum *, applicatâ per N P Actione cujus Intensitas non mutatur ex diversâ Velocitate, quæ Plano L M communicatur, à quâ Velocitate, cæteris positis, pendet quantitas Aquæ quæ effluit. Quamdiu Intensitas Pressionis non superat Pondus in N. 1816. indicatum, hæc nullius est usûs; quod superadditur Effectum præstat, qui eo major est, quo pars superaddita est major *.
TAB. LVIII. Fig. 4.
* 1813.
* 1817.

1859. Huc autem referre possumus ratiocinium in N. 495. propositum, quo patebit determinatam dari Actionis partem, primæ superaddendam, ut Effectus integer sit omnium maximus; id est, ut quantitas Aquæ, quæ certo tempore extollitur, sit omnium maxima, respectu ipsius Potentiæ applicatæ. In Scholio 2. demonstrabimus talem esse Effectum, si Intensitas hujus Potentiæ valeat duplum Actionis sæpius memoratæ *.
* 1816.

1860. Si Planum L M sit circulare, & Diameter sit unius Pedis, & altitudo E F sit decem pedum, Potentiaque per N P applicata valeat quingentas libras, Aqua sustinebitur ad altitudinem E F, & non effluet; si autem Potentia valeat mille libras, Effectus est omnium maximus cum relatione ad potentiam. Si Potentia hæc minuatur, magis minuitur Effectus quàm Potentia, si augeatur, minus hic augetur.

1861. Effectum hunc maximum determinamus, datâ altitudine ad quam Aqua extollenda est; non autem hic maximus est, quem hæc ipsa Potentia præstare potest.

1862. Si enim, manente plano L M, quis quærat Effectum maximum, quem Potentia data, Ex. Gr. dicta Poten-

tia

tia mille Librarum, exserere potest. Determinanda tunc est Altitudo, ad quam extollenda est Aqua, ut productum Altitudinis per Aquæ Velocitatem sit maximum; mutatur enim Effectus, ut variatur Altitudo, & sequitur ille quoque rationem Velocitatis, quâ Aqua ex Tubo ejicitur.

Productum autem hoc est maximum, ut quoque 1863.
in Scholio 2do. demonstramus, quando Aqua extollitur ad Altitudinem, quæ valet duas tertias partes illius, ad quam Potentia Aquam in Tubo sustinere potest. Dicta Potentia mille Librarum, sustineret Aquam in Tubo BF, sursum continuato, ad Altitudinem viginti Pedum; si nunc Altitudo EF sit tredecim Pedum cum tertiâ parte, Effectus erit maximus.

Secundo examinandas esse diximus Actiones Rota- 1864.
rum, quæ Impetu Aquæ moventur *.

* 1852. 1851.

Quomodocumque Rota talis Machinæ jungatur, semper in computatione eo res reduci potest, ut Potentiam determinemus, quæ in superficiem LM agit, ut Aqua Rotæ Pinnas Impetu suo, premit; hujusque Potentiæ Velocitas eodem modo ut Aquæ Velocitas determinata erit, & Intensitas à Velocitate pendebit. Manente eâdem Rotâ, & eodem Aquæ motu, à constructione Machinæ quidem pendebit Velocitas, ut & etiam Intensitas Potentiæ, quæ per NP agit; sed datâ Machinâ, ubi Velocitas detecta est, quæ respondet maximæ Velocitati Rotæ, id est, ipsi Velocitati Aquæ, quæ Rotam movet, ita rem consideramus; quasi Aqua, detectâ Velocitate mota, in LM incurreret, ibique exsereret Pressionem, cujus Intensitas sequeretur rationem Quadrati Velocitatis respectivæ hujus Aquæ & Plani

L M; & cujus ipsa Intensitas, pro datâ quacumque Velocitate determinaretur, ex Intensitate Actionis in Rotam, & ex constructione Machinæ; ratiocinia deducendo ex iis, quæ in parte 2da. Lib. 1. demonstrata sunt.

1865. Aquæ, determinatâ Velocitate motæ, Actionem in Planum maximam esse vidimus, quando Plani Veloci-
*1778. tas valet tertiam partem Velocitatis Aquæ *. Non tamen semper in hoc casu maximâ copiâ extollitur Aqua; ita tantùm res sese habet, quando per Orificium determinatum Aqua ejicitur.

1866. Sed si Orificium mutetur cum Plano, quod immediatè protrudit Aquam, & huic Plano Orificium semper æquale sit, paululò minuenda erit Velocitas Plani; id est, minor hæc desideratur tertiâ parte Velocitatis Aquæ. Differentia autem exigua est, nisi agatur de majori Velocitate Aquæ in Planum incurrentis, aut de minori Altitudine, ad quam Aqua extollenda est; si enim ad Altitudinem, hanc superantem, Corpus illâ Velocitate posset adscendere, minor Plani Velocitas desideraretur; ut hæc in Scholio 3°. explicabimus.

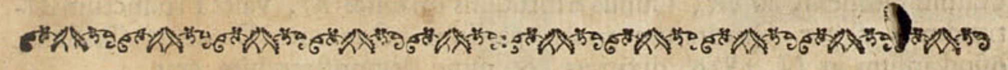
1867. Superest ut dicamus de Potentiâ omnimodo deter-
*1857. minatâ *. In hoc casu Effectus etiam est determinatus, & nihil peculiare observandum habemus; generalia, ante demonstrata, huc referri possunt, & præcipuè ad Nm. 1829. attendendum erit.

1868. In constructione Machinarum, quibus tales Potentiæ applicari debent, observandum, ne nimium magnum sit Planum L M; Intensitas enim Actionis datæ debet superare Actionem in N°. 1816. memoratam.

1869. Præterea observare debemus, ubi determinatum est Planum L M, altitudinem *eg* dari; ideoque *fg*. Datur

tur ergo Velocitas, quâ Aqua ex Orificio IF expellitur; sed datur Velocitas quâ movetur LM; ergo ita Orificium temperandum erit, ut hæ Velocitates respondeant, id est, ut Velocitas Plani se habeat ad Velocitatem Aquæ exeuntis, inversè ut Planum ad Orificium, per quod Aqua exit; aliter desideratum Effectum non præstaret Machina: si Orificium sit datum, determinari debet magnitudo plani LM ita, ut dicta ratio locum habeat.

Universalis admodum est Theoria, quam hoc Capite exposuimus; & non inficias ibo difficultates in applicatione dari posse, ubi agitur de Machinis peculiaribus, præcipuè illis, in quibus non per Tubos Aqua extollitur; sed hæc ad scopum horum Elementorum non spectant; difficultatem quoque augent causæ retardantes, quas seposuimus; sed quæ evitari nequeunt, & ad quas necessariò in computationibus attendere debemus. 1870.



SCHOLIUM I.

Demonstratio N°. 1826. de Aquâ effluente.

1871. TAB. LX. Fig. 1.

SIt Rectangulum *fOPq*, cujus partem tantùm exhibemus, quod basim habet æqualem circumferentiæ Orificii, per quod Aqua effluit, & cujus altitudo *fq* quartæ parti Diametri hujus æqualis est; ita ut Rectangulum æquale sit ipsi Orificio.

Ponimus Aquam per Orificium adscendere Velocitate, quam Corpus acquirit cadendo ab Altitudine *gf* *, & quam linea *fr* indicat; si lateraliter eâdem Velocitate omnis Aqua exiret, deberet extolli ad Altitudinem *fq* supra Orificium; tunc omnis Aqua adfluens lateraliter deflueret, per spatium æquale ipsi aperturæ. Cùm autem Aquæ effluxus ubique, per totam circumferentiam, eodem modo fiat, satis est hunc exhibere in uno puncto ut *f*. Effluxum ab *f* ad *q*, Velocitate *fr*, Rectangulum *frsq* exhibet.

* 1817.



 Hic

1872. Hic est effluxus qui requiritur, ut omnis Aqua effluat; cum quâ debemus conferre illam, quæ revera effluit. Hanc, in puncto eodem *f*, repræsentamus per superficiem *fgr*, quæ Curvâ *gbr* terminatur, cujus Ordinatæ, ut *ab*, Velocitates indicant in punctis quibus respondent, ut *a*; estque
* 380. Velocitas in *a* illa, quam Corpus acquirit cadendo ab Altitudine *ga* *; quare
* 381. *ga* ad *gf*, in ratione duplicatâ *ab* ad *fr* *. Unde sequitur curvam *gbr*
* La Hire sect. con. lib. 3. prop. 1. esse Parabolam *.

Ut Rectangulum *fqsr* se habet ad superficiem *fgbr*, ita se habet quantitas Aquæ, quæ per Tubum adscendit, ad illam quæ ad latera defluere potest.

1873. Quando *fg* non tertiâ suâ parte superat *fq*, Parabolæ superficies minor est
* La Hire sect. con. lib. 5. prop. 26. Rectangulo *, & non omnis Aqua effluere potest; id est, nisi augeatur Actio, non servabitur Velocitas Aquæ in Tubo.

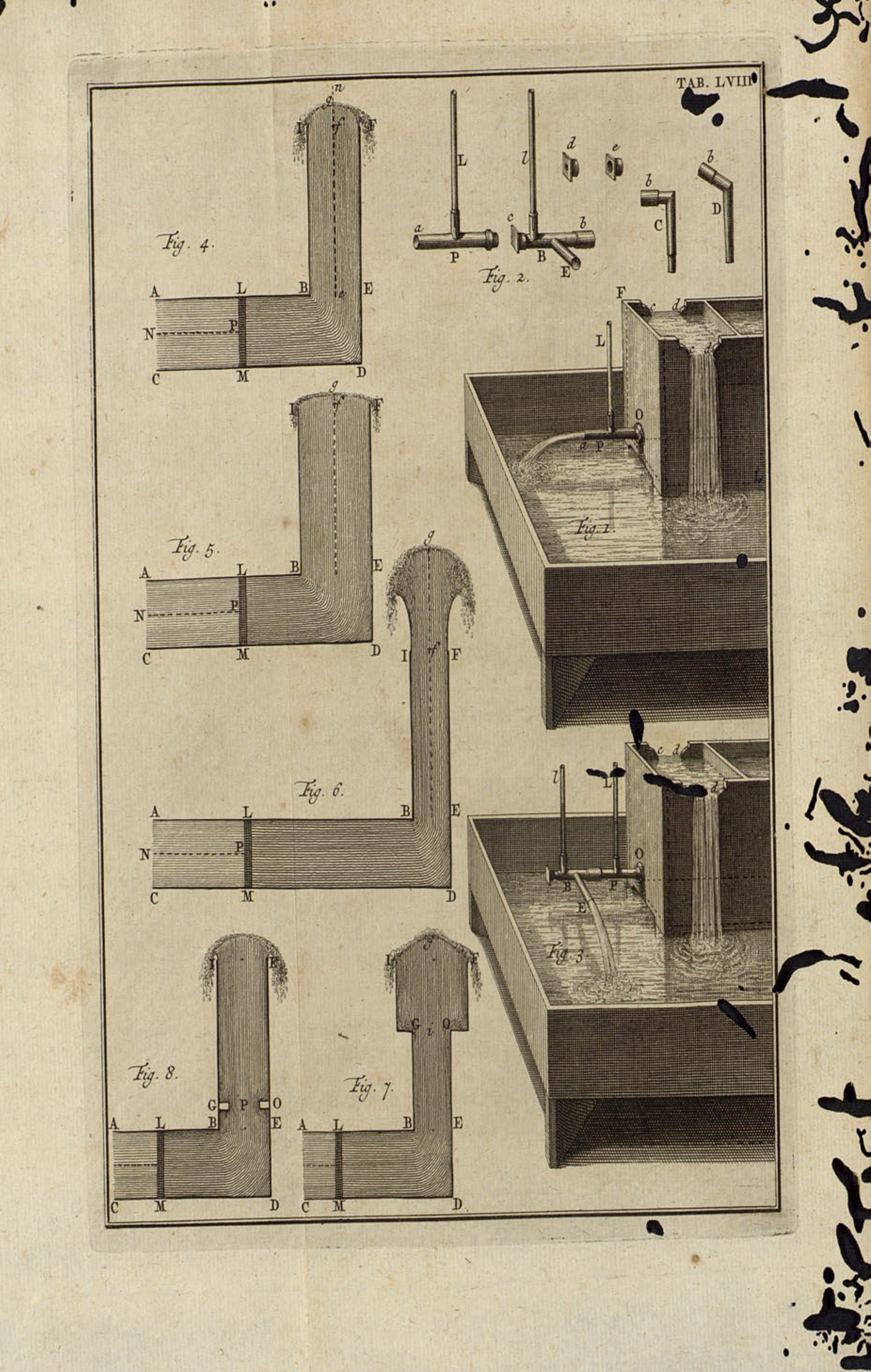
1874. Ponamus Actionem ita augeri, ut Velocitas hæc servetur; id est, ut superficies, quæ Aquam, revera effluentem, exhibet, æqualis sit Rectangulo *fqsr*. Sit hoc augmentum *gn*; Aqua nunc effluet ubique lateraliter Velocitate, acquisitâ cadendo ab *n*, & superficies Parabolæ *fnt* indicabit omnem quæ effluit, eritque hæc superficies æqualis dicto Rectangulo *fqsr*. Parabola hæc cum primâ congruit, est major ejusdem Curvæ portio; utraque enim Corporis cadentis Velocitates indicat. Rectangulum ex *ft* & *fn* est ad Pa-
* La Hire sect. con. lib. 5. prop. 26. * 1871. rabolæ *fnt* superficiem, ut 3. ad 2 *; & æquale est Rectangulo ex *fr* per tres partes octavas Diametri Orificii; *fq* enim valet duas tales octavas partes *. Inde sequitur Quadratum lineæ *ft* multiplicatum per Quadratum Altitudinis *fn*, æquale esse producto Quadrati lineæ *fr* per Quadratum trium partium octavarum Diametri Orificii. Est autem Quadratum lineæ *ft* ad
* La Hire sect. con. lib. 3. prop. 1. Quadratum lineæ *fr*, ut *nf* ad *gf* *. Ergo Productum lineæ *nf* per Quadratum ejusdem, id est, Cubus Altitudinis quæsitæ *nf*, valet Productum Altitudinis *gf* per Quadratum trium partium octavarum Diametri Orificii; quod ipsum in N. 1826. diximus, & nunc demonstrandum erat.

SCHOLIUM II.

Demonstratio illorum, quæ de Actionibus maximis indicantur in Nis. 1859. & 1863.

1875. Agitur in hisce Nrs. 1859. & 1863. de Actione in superficiem determinatam, ita ut Intensitas Pressionis sequatur rationem Altitudinis ad quam Aqua in Tubo sustineri posset.

1876. TAB. X. Fig. 2. Sit AB Altitudo, ad quam extolli debet Aqua; sit AC Altitudo, ad quam in Tubo, Actione Potentiæ, sustineri potest; quæ Altitudo est ut hujus Potentiæ Intensitas. Aqua tunc exit Velocitate quâ à B ad C adscendere posset, quam ponimus repræsentari per CE. Si Potentiæ Intensitas esset ut AD, Velocitate exiret Aqua, quâ per BD adscendere posset; &, ductâ DF, parallelâ EC, quæ Velocitatem Aquæ in hoc casu exhibeat, erunt EC & FD ejus-


TAB. LVIII.
Fig. 4.
Fig. 2.
Fig. 1.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 3.
Fig. 8.
Fig. 7.



ejusdem Parabolæ BEF Ordinatæ ad Diametrum BD, ut hæc omnia, ex demonstratis in præcedenti Scholio, sequuntur.

Quærimus casum, in quo Effectus sit omnium maximus respectu Intensitatis Potentiæ; id est, in quo ratio inter lineas EC & CA sit maxima. Quantitas enim Aquæ, quæ extollitur certo tempore, est ut Velocitas, quâ ipsa in B ex Tubo effluit, quæ Velocitas est ut EC. 1877.

Ductâ EA, erit EC omnium maxima respectu ipsius CA, quando angulus EAC est maximus; hic autem maximus est, quando linea EA tangit Parabolam; nam augeri amplius non potest. Sit hæc Tangens AF, & AD erit Potentiæ Intensitas quæsita, quæ dupla erit ipsius AB *, ut in N. 1859. diximus. * La Hire sect. con. lib. 2. prop. 20.

Ponamus nunc datam intensitatem Pressionis; Ideoque datam esse Altitudinem BA, ad quam Aqua in Tubo sustineri posset. 1878. TAB. LXI. Fig. 3.

Si Tubi longitudo sit BC; ex hoc exibit Aqua, eâ Velocitate, quâ per CA adscendere potest; quam Ordinatâ CE respræsentari ponimus, ductâ Parabolâ AED; ut sæpius jam vidimus *. * 1872.

Effectus de quo agitur *, sequitur rationem Altitudinis BC, ad quam Aqua extollitur, & Velocitatis CE, quâ ex Tubo exit; id est, Effectus sequitur rationem Rectanguli CBGE *. 1876. * 1863. * 23. El. VI.

Quærimus igitur Punctum C, ut Rectangulum hoc sit omnium maximum. Ponamus punctum hoc dari inter C & c; & puncta hæc ita esse determinata, ut Rectangula CBGE, $cBge$, quæ ambo parum à maximo deficiunt, sint æqualia; ideoque æqualia $CcFE$, $GgeF$; unde sequitur 1879.

$$Fe : FE :: EC : FG\ *, \text{ aut } EG = CB$$ * 14. El. VI.

$$\text{Sed } Fe : FE :: EC, CL; \text{ ductâ Tangente } EL.$$

Ergo sunt æquales CB & CL *; & CA valet dimidium ipsius CB *, id est, valet tertiam partem totius BA. Quod demonstrandum erat *. * 9. El. V. * La Hire sect. con. lib. 2. prop. 20. * 1863.

SCHOLIUM III.

Demonstratio Actionis maximæ in N^is. 1865. 1866. memoratæ.

DAtâ Velocitate Aquæ, in Planum agentis, quærimus quâ Velocitate Planum protrudi debeat, ut, dato Tempore, maxima Aquæ copia extollatur. 1880.

Dicatur Aquæ Velocitas data 1.; Velocitas quæsita plani x; Velocitas respectiva erit $1 - x$ *; & Intensitas Pressionis in Planum $\overline{1-x}^2$ *. * 918. * 1773.

Ulterius dicimus 1. Altitudinem, ad quam Aqua extollenda est; a designat Altitudinem, ad quam Corpus Velocitate 1. adscendere potest; id est, 1. se habet ad a, ut Altitudo prima ad secundam, quæ ambæ dantur; tandem z est basis columnæ aqueæ, quæ extollitur; aut potius, indicat z magnitudinem superficiei quæ protruditur.

Ponamus Aquam ejici per Orificium determinatum, quod dicimus 1. O- 1881.

 mnis

mnis Aqua, quæ à Plano z, Velocitate x, protruditur, transit per hoc Orificium, Velocitate, quæ se habet ad x, ut ipsum Planum ad Orificium, id est, ut z ad 1; Velocitas illa est ergo zx. Quâ Velocitate Corpus adscendere potest ad Altitudinem $azzxx$: nam

* 381. $1, a :: zzxx. azzxx$ *.

Hæc Altitudo addenda est illi, ad quam Aqua extolli debet; & integra Altitudo ad quam Potentia sustinere debet Aquam est $1 + azzxx$. Si hanc multiplicemus per basim z, habebimus integram Columnam, quæ sustinetur, & cui proportionalis est Impetus Aquæ in Planum; ergo $\overline{1-x}^2 = z + az^3x^2$ Quantitas Aquæ, quæ extollitur, illa ipsa est, quam Planum z protrudit, Velocitate x; quæ quantitas sequitur proportionem producti zx. Quærimus x, in casu, in quo productum hoc est omnium maximum.

1882. Regulæ Algebraicæ de maximis & minimis hic in subsidium vocari debent; si computatio ineatur, & tollatur z, incidimus in hanc simplicem æquationem $3x=1$; quæ congruit cum iis quæ in N°. 1865. habuimus.

1883. Si autem Orificium, quod fixum posuimus, æquale sit ipsi z, Velocitate x Aqua ex hoc exit; & Altitudo, ad quam pertingere potest hac Velocitate, est axx, & habemus $\overline{1-x}^2 = z + azxx$. Si nunc quæramus casum, in quo productum zx est maximum, & tollatur z, habemus $x^3 + xx + \frac{3x}{a} = \frac{1}{a}$.

1884. Si Altitudo, quam unitate exprimimus, ad quam evehenda est Aqua, sit exigua, aut Velocitas Aquæ Impetum facientis magna, a poterit unitatem superare; & quo major erit a, eo minor erit x. Si vero a, minor sit unitate, ut fere semper contingit, x parum admodum deficit à $\frac{1}{3}$, ut hæc omnia ex inspectione Æquationis sequuntur, & in N°. 1866. indicata fuere.



L I-

LIBER III.

Pars IV. De Corporibus motis in Fluidis.

CAPUT XV.

De Resistentiâ quam patiuntur Corpora, per Fluida Mota.

Omne Corpus, quod in Fluido movetur, Resistentiam 1885.
patitur, & quidem *ex duplici causâ.*

Quamvis Fluidorum partes parum admodum cohæreant, illas tamen Vi quadam cohærere, extra dubium est *; hanc autem, *dum Corpus in motu suo sepa-* *76. 11.
rat Fluidorum particulas, superare debet Cohæsionem; hæc- 1886.
que est prima Resistentiæ causa.

Actio hæc similis est illi, quâ Corporum mollium partes se- 1887.
parantur, dum in ipsis Cavitas efficitur; quam effici vidimus Actione, quæ sequitur proportionem ipsius Cavitatis effectæ *; quam demonstrationem ad Corpus *841.
in Fluido motum etiam possumus applicare; in hoc autem motu Corpus Cavitatem efficit proportionalem Spatio percurso; quamvis Cavitas hæc, singulis momentis, affluxu Fluidi, iterum impleatur. Unde deducimus, *Corpus, ex hac primâ causâ, Resistentiam pati* 1888.
proportionalem huic Spatio percurso; *quæ* idcirco *ad instar Velocitatis augetur & minuitur* *. *119.

Dum Corpus in Corpore molli Cavitatem impri- 1889.
mit, partes immediatâ tantùm Actione Corporum in se mutuò transferuntur, quâ cessante Actione cessat particularum motus; hac de causâ, in formandâ Ca-

Cavitate, tantùm consumitur Vis, quâ partium Cohæsio superatur; possuntque Corpora integras, in formandis Cavitatibus, Vires insitas amittere.

1890. Corpus autem, in motu per Fluidum, non tantum transfert particulas Actione immediatâ, dum sibi Viam inter has aperit, in quâ translatione immediatâ Cohæsionem superat; sed & præterea ipsis particulis Vim communicat, quâ, post cessatam Corporis Actionem
1891. inter se moventur: *Reactio* verò *particularum, dum ipsis motus* hicce *imprimitur, ex harum Inertiâ oriunda, est secunda causa Resistentiæ.*

Ut clarius illa concipiamus, quæ Resistentias has spe-
1892. ctant, ad hoc attendere debemus: *mutuam Actionem Corporis & Fluidi eandem esse, sive Corpus certâ Velocitate, in Fluido quiescente, moveatur; sive, quiescente Corpore, eâdem Velocitate Fluidum in hoc incurrat.* Actio enim hæc à motu respectivo pendet, qui in hisce casibus non variat.

Si nunc, sepositâ partium Cohæsione, ad motum Fluidi attendamus, & hoc consideremus, dum in Cor-
1893. pus quiescens incurrit, facile videbimus, *Fluidi Actionem esse Pressionem*; particulasque non impingi in Corpus; sed juxta hoc, aut juxta particulas Fluidi, quæ Corpus tangunt, moveri, & interea illas premere Corpus, eodem modo ac Corpus premit Planum super quo movetur; quales Pressiones, ex Viribus oriun-
*1003. 1004 1005. das, superius * indicavimus.

1894. Pressio hæc, à Vi insitâ particularum oriunda, est ut
*753. hæc Vis, id est, ut Quadratum Velocitatis *; quod clarius patet, si ad analogiam attendamus, quæ datur inter hanc Actionem & Vim centralem, quæ, cæte-
*616. ris paribus, etiam est ut Quadratum Velocitatis *. Augetur

tur etiam Pressio, de quâ hìc agimus, ut numerus particularum, determinato Tempore, incurrentium, qui numerus Velocitatis sequitur proportionem; tandem Pressio, hæc sequitur rationem Temporis, per quod durat singularum particularum Actio in determinatam superficiei partem; quod Tempus eo minus est, quo Velocitas est major, sequiturque rationem inversam Velocitatis: ultimæ duæ rationes sese mutuò destruunt, superstitemque habemus solam *rationem Quadrati Velocitatis*; quam 1895.
idcirco *sequitur Resistentia ex secundâ causâ.*

Quomodo autem ambæ Resistentiæ causæ simul a- 1896.
gant, in ipso casu, in quo Corpus quiescit, & Fluidum movetur, ut in hac demonstratione posuimus, facile percipimus, si ad sequentia attendamus. Particulas, quæ in Corpus, ut A, agunt, ad latera de- TAB. LX. Fig. 4.
fluere in B & D; ibique, sepositâ Cohæsione, nullam exserere Actionem; positâ autem Cohæsione, particulæ hæ laterales secum trahunt insequentes, & has Actione suâ separant; quæ desideratur separatio, ut Fluidum ab omni parte defluat: Cohæsio autem superari minimè poterit, nisi Corpus resistat, & Actio in hoc detur *; quæ Actioni, ex Inertiâ oriundæ, su- * 361.
peraddenda est.

MACHINA,

Quâ Experimenta de Fluidorum Resistentiis instituuntur.

Arca lignea AB longitudinem habet quinque Pe- 1897.
dum, latitudinem duorum Pedum cum semisse, alti- TAB. LIX. Fig. 1.
tudinem octo, aut decem, Pollicum.

Quatuor hæc sustinetur Columnis ligneis, altitudinis quinque Pedum, qui minori Arcæ CD imponuntur, quæ ipsa pedibus gaudet quatuor, altitudinis circiter

decem Pollicum: non autem minorem hiſce pedibus tribuimus altitudinem, ut ex Epiſtomio E Aqua in Situlam, hujus altitudinis, recipiatur.

Parallelopipedum cavum ligneum F longitudinem habet trium Pedum cum ſemiſſe à *g* ad *h*; hujus cavitatis baſis eſt Quadratum quinque Pollicum. In figurâ exhibemus quomodo verticaliter, inter regulas ligneas, firmetur Parallelopipedum. Diſtantia, inter hujus ſuperficiem ſuperiorem *l* & Arcæ AB fundum, eſt quindecim Pollicum.

In hoc ipſo fundo, in medio reſpectu longitudinis, foramen datur rotundum, diametri circiter quatuor Pollicum cum ſemiſſe, quod paulo minus diſtat ab uno latere quàm ab alio; ut magis commodè Experimenta inſtituantur.

Huic foramini reſpondet foramen, quod parum cum præcedenti differt, ſed tamen minus eſt, in medio ſuperficiei ſuperiori *l* Parallelopipedi F.

1898. In hiſce foraminibus Tubus plumbeus T, cujus Diameter, quatuor valet Pollices, verticaliter firmatur; quo communicatio datur inter Arcam AB & Parallelopipedum F. Tubi longitudo eſt octodecim Pollicum; hujus cavitas eſt cylindrica, & benè lævigata eſt interior ſuperficies.

Probè firmatur Tubus, & Aquæ effluxus inter hunc & lignum, interpoſitis lini filamentis, cohibetur.

1899. Tubi quoque anguſtiores ſæpe adhibentur, in quo caſu annulis ligneis extremitates circumdantur, ut eodem modo firmentur in foraminibus memoratis.

1900. In inferiori parte Parallelopipedi F Epiſtomia dantur quatuor I, L, M, N. Horum aperturæ in laminis

nis dantur horizontalibus, quæ omnes in eodem poſitæ ſunt plano horizontali: ſuntque hæ aperturæ ipſis Epiſtomiorum capacitatibus multo minores; ut Aqua ſine ſenſibili attritu effluat. Minorum duorum Epiſtomiorum I & L, quæ æqualia ſunt, aperturæ æquales ſunt; Epiſtomii M apertura dupla eſt; Tandem maximi N tripla eſt. Diameter aperturæ mediæ Semi-poll. æqualis eſt.

Quantumvis exactè hæ menſurentur aperturæ, non 1901.
omnis error vitari poteſt, qui quomodo corrigatur,
ſtatim dicam *. * 1905.

Oris Arcæ A B in medio imponitur Tabula P, cujus 1902.
longitudo Arcæ latitudinem paululum excedit, & cujus latitudo ſedecim aut octodecim eſt Poll. Hæc, ne illa quæ ipſi imponuntur, caſu in Aquam decidant, oris, Semi-pollicem altis, circumdatur. Firmatur Tabula regulis ligneis quatuor, quarum duæ videntur in *o* & *q*, cum ipsâ cohærentibus, & inter quas prominentia lignea *r*, cum Arcâ cohærens, recipitur.

Tabulæ huic ſuperimponitur crux lignea S, infra 1903.
Tabulam penetrans, ut cochleâ firmetur. Cruci appenditur Bilanx V, quâ in aliis Experimentis utimur, &
de quâ antea egimus *. * 1480.

Ita ſuſpenditur hæc, ut, quando eſt in æquilibrio, Lancium pedes à Tabulâ ad altitudinem, quæ paululum excedit quartam partem Pollicis, tantùm removeantur.

Uncus autem Lancis *k* reſpondet foramini in Tabulâ, quod Diametrum habet trium partium quartarum Pollicis, & cujus centrum datur in axe continuato Tubi T.

Uſu veniunt in Experimentis, quæ hac Machinâ in- 1904.

 ſtituun-

TAB. LIX. Fig. 2. 3. 4. ſtituuntur, Globi, Cylindri, & Coni varii, qui ſinguli capillis equinis ſuſpenduntur; in quâ ſuſpenſione reſpectu Cylindrorum & Conorum attendendum, ut axem habeant verticalem, & Conorum vertices ſurſum dirigantur.

*1900. An Epiſtomiorum aperturæ illam, quam indicavi *, inter ſe rationem haberent, ut explorarem, & errores corrigerem, methodo uſus ſum, quam nunc exponam.

1905. Fig. 1. *1689. Rebus ut explicavi diſpoſitis, & in T applicato Tubo *, cujus Diameter erat hypotenuſa Trianguli rectanguli iſoſceles, cujus latera ſunt duorum Pollicum, Arcam AB Aquâ replevi ita, ut oræ Arcæ duobus tantùm Pollicibus Aquam ſuperarent; quo etiam F & T repleta fuere.

In Tubo T, capillo equino Cylindrum ſuſpendi æneum, cujus Diameter Pollicem fere quartâ parte excedit, & cujus Altitudo eſt Seſqui-pollicis; ſuprema ſuperficies paululum convexa eſt, & cavus ipſe eſt, ut minus gravet Libram, & exactè clauſus, ne Aqua in ipſum penetrare poſſit: capillus equinus cum unco Lanci Libræ V cohærebat, &, Pondere Lanci oppoſitæ impoſito, dabatur æquilibrium.

Quæſivi quodnam Pondus adjiciendum eſſet, ut æquilibrium daretur, aperto uno ex Epiſtomiis minoribus; detegitur Pondus hoc tentando. Primo Pondus ad libitum imponitur, Libraque manu in ſitu æquilibrii retinetur, &, poſt apertum Epiſtomium, relinquitur; ſi Libra moveatur, pro diverſo motu augetur, aut minuitur, Pondus; & eadem operatio repetitur, donec, relictâ Bilance, hæc in æquilibrio maneat; habemuſque tunc Pondus, quod valet Actio-

Actionem, quam Aqua, dum per Tubum movetur, in Corpus exſerit.

Hac methodo detexi, apertis ſucceſſivè Epiſtomiis minoribus, paululum Actiones differre; ideòque non exactiſſimè æquales eſſe Aquæ quantitates, per ſingula effluentes; qui error facillimè, paululum admodum aucto foramine uno, correctus fuit.

Apertis tunc ambobus his Epiſtomiis I, L *, ſimul, ut Aquæ quantitas dupla efflueret, quæſivi Aquæ Actionem in Cylindrum; curavique, ut Actio eadem foret, aperto unico Epiſtomio M. *1905.

Tandem, eâdem methodo, eo reduxi Epiſtomium N, ut ex hoc ea flueret Aquæ quantitas, quæ ex Epiſtomio M & uno ex Epiſtomiis I, aut L, ſimul, æquali Tempore, fluit.

In his omnibus obſervavi, & hoc in omnibus Experimentis, quæ hac Machinâ inſtituuntur, obſervandum, ut Aqua in Arcâ ſervetur ad eandem Altitudinem; quare, ubi uno Pollice depreſſa eſt ſuperficies, de novo Aqua infundenda eſt.

Poteſt nunc Machina Experimentis inſervi[illegible]per- 1906.
to Epiſtomio I, aut L, certa Aquæ quantitas effluit, determinatâque Velocitate movetur Aqua in Tubo T, & uniformem Velocitatem habet in toto Tubo; in hunc enim continuò intrat, & eodem tempore exit Aquæ quantitas, æqualis illi, quæ ex Epiſtomio defluit. Dupla eſt Aquæ Velocitas in Tubo, ſi dupla Aquæ quantitas defluat, id eſt, ſi ambo Epiſtomia I & L, aut ſolum M, aperiantur. Tripla eſt aperto M & I vel L ſimul, aut N ſolo. Quadrupla eſt Velocitas apertis tribus Epiſtomiis I, L, & M; aut N, & uno ex

I & L. Quintupla est apertis simul M & N. Sextupla apertis N, M, & uno ex I & L. Septupla tandem apertis omnibus simul.

1907. In his omnibus motibus nunquam Acceleratio Aquæ in Tubo T dari potest ex Cohæsione oriunda, qualem alio loco * memoravimus; quæ si daretur non hæc

* 1652. procederet conclusio, æqualem certo Tempore per Epistomium fluere Aquæ quantitatem, sive solum, sive cum aliis aperiatur; quod hìc extra dubium est; quia ex solâ Pressione Aquæ, supra orificium Tubi incumbentis, dari potest Velocitas, quæ multis vicibus maximam superat, quâ in hisce Aqua in Tubo gaudet.

EXPERIMENTUM I.

1908. Rebus, ut in Machinæ descriptione explicavi, dispositis, adhibitoque Tubo T, superius memorato *,

TAB. LIX. Fig. 12. * 1905. cujus Diameter est hypotenusa Trianguli rectanguli isosceles, cujus singula latera sunt duorum Pollicum, Globus æneus G, cujus Diameter est Semi-poll., suspenditur ad profunditatem quamcunque, sex, octo, aut decem Pollicum, in Tubo. In cujus axe datur Globus, quia capillus equinus, cui cohæret, cum unco Lancis *k* conjungitur.

Methodo, in N°. 1905. traditâ, quæsivi Actiones Aquæ in Globum, dum successivè, diversis Velocitatibus, Aqua per Tubum transivit; quæ Actiones æquales fuêre resistentiis Corporis, si hoc, quiescente Aquâ, iisdem Velocitatibus, in hac translatum fuisset.

Pondera minima, quibus usus sum in his Actionibus determinandis, erant quartæ partes unius Grani; Actiones detexi, quæ sequuntur.

Ve-

Velocitates.	*Reſiſtentiæ.*
1.	Gr. $\frac{3}{4}$.
2.	Gr. $1\frac{1}{2}$.
3.	Gr. 3.
4.	Gr. $4\frac{3}{4}$.
5.	Gr. $7\frac{3}{4}$.
6.	Gr. $10\frac{1}{2}$.
7.	Gr. 14.

In tribus primis Velocitatibus deficiebant paululum Actiones à Ponderibus notatis. 1909.

Experimenta hæc, adhibitâ admodum exactâ Bilance, fuêre inſtituta, maximâ cum curâ; non tamen, nullum omnino errorem, quantumvis exiguum, dari, aſſerere auſim. 1901.

Fateor potius exiguos, quartâ parte Grani minores, vitari non potuiſſe; & non credo ab Experimento recedi, quando tale quid ſuppletur, ubi regularis Series hoc poſtulat.

Errorem talem dari in primâ Actione, hîc determinatâ, quæ parum deficit à $\frac{3}{4}$ Gr., & qui reſpectu hujus Ponderis ſenſibilis eſt, non tantùm indicat regularis Series, ex reliquis Experimentis deducenda, ſed & hoc confirmat Experimentum ſequens *. *1913.

Experimenta hìc traduntur, ut, ante initam ullam computationem, à me fuêre inſtituta.

Diviſo nunc Grano in centum partes, patet in ſequenti Serie, Reſiſtentiam pro parte ſequi rationem Velocitatis, pro parte rationem Quadrati Velocitatis.

Ve-

1911.

Velocitates.	*Resistentiæ ex prima causa.*	*Resistentiæ ex secunda causa.*	*Summæ ambarum.*	*Resistentiæ In Exp.*
1.	1 × 20 = 20.	1 × 26 = 26.	46.	75.
2.	2 × 20 = 40.	4 × 26 = 104.	144.	150.
3.	3 × 20 = 60.	9 × 26 = 234.	294.	300.
4.	4 × 20 = 80.	16 × 26 = 416.	496.	475.
5.	5 × 20 = 100.	25 × 26 = 650.	750.	775.
6.	6 × 20 = 120.	36 × 26 = 936.	1056.	1050.
7.	7 × 20 = 140.	49. × 26 = 1274.	1414.	1400.

1912. *Quando Corpora similia, similiter, & Velocitatibus æqualibus, per idem Fluidum, moventur*, deducitur ex ante *1886. 1893. demonstratis *, Resistentiam utramque augeri, & minui, ut augetur, & minuitur, numerus particularum Fluidi ex loco motarum eodem Tempore; id est, *sequitur Resistentia integra rationem Quadratorum laterum ho-* *20. El. VI. *mologorum* *; *&, si de Globis, Cylindris, aut Conis, aga-* *2. El. XII. *tur, rationem Quadratorum Diametrorum* *.

Experimentum 2.

1913. Differt hoc cum præcedenti tantùm respectu magni- TAB. LX. Fig. tudinis Globi, qui in Tubo T suspenditur. In hoc adhibemus Globum H, cujus Diameter est hypotenusa Trianguli rectanguli isosceles, cujus latera sunt Semi-poll., æqualia nempe Diametro Globi G, in Experimento 1. adhibiti; quare Quadrata Diametrorum *47. El. I. sunt ut unum ad duo *; in quâ ratione etiam detectæ fuêre Resistentiæ, ut sequenti Tabellâ patet, in quâ + denotat excessum, & − defectum exprimit.

Ve-

Velocitates.	Resistentiæ globi H.	Resistentiæ globi G in exp. 1.
1.	$\frac{3}{4}$ +	$\frac{3}{4}$ —
2.	$2\frac{3}{4}$ -	$1\frac{1}{2}$ —
3.	6 —	3 —
4.	$9\frac{3}{4}$ +	$4\frac{3}{4}$
5.	$15\frac{1}{4}$ -	$7\frac{3}{4}$
6.	21	$10\frac{1}{2}$
7.	28	14.

1914.

Resistentiæ in minori Velocitate solæ sunt, quæ cum Propositione non congruunt; sed jam in Experimento præcedenti vidimus, illam corrigendam esse, quæ in illo Experimento, ubi Velocitas omnium minima erat, fuit detecta; Resistentia verò ibi in regulari serie posita, dimidium est illius, quæ, in eâdem Velocitate, in hoc ultimo Experimento, fuit determinata. 1915.

Resistentia ex primâ causâ non mutatur pro diversâ Corporis figurâ, si modo Cavitas formata in motu eadem sit *; quare in Cono & Cylindro, juxta axeos directionem motis, ut & in Globo, si horum Corporum Diametri fuerint æquales, & agatur de eodem Fluido, & eâdem Velocitate, Resistentia eadem est. 1916. *1887. 841.

Resistentia autem *ex secundâ causâ variat pro diversâ Corporis figurâ*; nam licet Fluidum quiescens quaquaversùm æquali Vi premat, hoc ad Pressionem ex motu oriundam non debere referri facile patet; hæc juxta unicam tantum directionem agit, & non tota sustinetur nisi à plano ad hanc directionem perpendiculari. 1917.

1918. *Demonstramus in Scholio sequenti Resistentiam Cylindri se habere ad Coni Resistentiam, si ambo fuerint recti, & eâdem Velocitate, juxta axium directiones, in eodem Fluido, moti, ut linea in Coni superficie, à vertice ad punctum quodcunque Baseos ducta, ad semidiametrum Baseos.*

1919. *Cylindri* autem *recti & Globi Resistentias esse inter se ut tria ad duo, si Diametri fuerint æquales, & ille juxta axeos directionem feratur*, in eodem Scholio demonstramus.

1920. Unde sequitur *Resistentiam Globi se habere ad Resistentiam Coni recti, juxta axeos directionem moti, & cujus Baseos Diameter æqualis est Diametro Globi, ut duæ tertiæ partes lineæ, in superficie Coni ad punctum Baseos ductæ, se habent ad semidiametrum Baseos.*

Observandum Coni verticem in motibus hisce præcedere; si enim Basis Resistentiam pateretur, clarum esset hanc à Resistentiâ Cylindri ejusdem Diametri non differre.

EXPERIMENTUM 3.

1921. TAB. LIX. Fig. 1. 3. Experimentum hoc ut præcedentia instituitur, differt tantùm Corpus in quod Aqua agit. Usus sum Cono in O delineato, Basis Diameter est Semi-pollicis, Altitudo Semi-pollicis à vertice *v* ad centrum circuli, qui figuram conicam terminat, infra quam figuram conicam cylindricum erat Corpus, eratque partis cylindricæ Altitudo circiter octavæ partis Pollicis. Hæc verò inferior pars Corporis consideranda non est, quia in hanc Aqua, juxta axeos Corporis directionem mota, incurrere non potest.

Actiones Aquæ in Corpus Tabellâ sequenti continentur.

Ve-

Velocitates.		*Resistentiæ.*	1922.
1.	- - - - - -	Gr. $\frac{1}{2}$ —	
2.	- - - - - -	Gr. $1\frac{1}{4}$ +	
3.	- - - - - -	Gr. $2\frac{1}{2}$ —	
4.	- - - - - -	Gr. 4.	
5.	- - - - - -	Gr. 6. —	
6.	- - - - - -	Gr. $8\frac{1}{2}$	
7.	- - - - - -	Gr. 11.	

Diviso Grano in centum partes, in Tabellâ sequenti separamus Resistentias ex utraque causâ.

Velocitates.	*Resistentiæ ex primâ causâ.*	*Resistentiæ ex 2ª. causâ.*	*Summæ ambarum.*	*Resistentiæ in Exp.*	1923.
1.	1 × 20 = 20.	1 × 20 = 20	40	50 —	
2.	2 × 20 = 40.	4 × 20 = 80	120	125 +	
3.	3 × 20 = 60.	9 × 20 = 180	240	250 —	
4.	4 × 20 = 80.	16 × 20 = 320	400	400	
5.	5 × 20 = 100.	25 × 20 = 500	600	[illegible]00 —	
6.	6 × 20 = 120.	36 × 20 = 720	840	[illegible]50	
7.	7 × 20 = 140.	49 × 20 = 980	1120	1100	

Qui Tabellam hanc examinaverit, vix quicquam 1924.
magis accuratum in talibus Experimentis posse sperari, facile videbit.

Conferendo hoc Experimentum cum primo *, confirmatur N. 1916. *1907. 1911.

Liquet etiam, quoad Resistentiam ex secundâ causâ, hanc, in hoc casu, se habere ad Resistentiam Globi ejusdem Diametri, ut 20. ad 26. *. *1910. 1923.

Ut nunc computationem ineamus de hisce Resisten- 1925.

tiis; sunt hæ inter se ut $\frac{2}{3}$ vb ad Semidiametrum Ba-
* 1920. sis *: si hæc Semidiameter dicatur 1., erit Coni Alti-
* 47. El. 1. tudo 2.; & valebit vb Radicem quadratam numeri 5 *; sunt ergo Resistentiæ ut $\frac{2}{3}\sqrt{5}$. ad 1. Sed in superiori parte, ut in vertice Conus suspendi possit, figura conica non servatur; quare Resistentia augenda est.

Ad latera foraminis per quod filum transmittitur, duæ exiguæ dantur superficies planæ, quæ simul circiter valent $\frac{1}{25}$ superficiei Circuli, cujus Diameter est bd; quare vigesima quinta pars Resistentiæ Coni augenda est in ratione Resistentiæ Coni hujus ad Resi-
* 1918. stentiam Cylindri; id est, in ratione 1 ad $\sqrt{5}$ *. Sunt ergo Resistentiæ quæsitæ ut $\frac{25\times2}{3}\sqrt{5}$. ad $24+\sqrt{5}$.; quæ ratio vix differt à ratione 26. ad 19. In quâ computatione neglеximus considerationem figuræ ipsius verticis, cui filum fuit alligatum.

1926. Differt hæc Resistentia ex computatione à Resistentiâ in Exp. vigesimâ parte, quomodocunque mutetur Velocitas; unde patet differentiam hanc figuræ ipsi tribuendam esse.

Cum autem non admodum magna sit hæc differentia, & cum non commodè ad computum potuerit revocari pars quædam figuræ, facile patet Experimento hoc Propositionem N. 1920. confirmari.

1927. Experimentis, cum Cylindris institutis, non usus sum ad demonstrata confirmanda; difficultas horum Experimentorum in causâ est; vix enim potest suspendi Cylindrus quin agitetur, dum Aqua juxta hunc movetur; unde irregularis est Series Resistentiarum, & in majoribus Velocitatibus admodum incerta.

Di-

Diversas quoque, detexi Resistentias Cylindrorum, quorum Diametri erant æquales, sed Altitudines diversæ; quod clarum est indicium agitationis cujusdam, cum extra dubium sit, Resistentiam Cylindri, juxta axeos directionem moti, ab ipsius Altitudine non pendere. Cum vero facilè Sphæræ, & Coni, ita suspendantur, ut agitatio nulla timenda sit, hæc Corpora adhibenda credidi. Quædam tamen de Experimentis cum Cylindris institutis addam.

Inter quatuor Cylindros, cum quibus Experimenta tentavi, unum datur, cujus Diameter est Semi-pollicis, & Altitudo $\frac{2}{3}$ Poll., cujus Resistentiæ dant Seriem fere regularem, quæ ad regularitatem reducta, cum ante demonstratis exactè congruit; maxima correctio respondet Velocitati sex, in quâ Resistentia $1\frac{1}{4}$ Gr., id est circiter duodecimâ parte, in Exp. deficit ab illâ, quæ in Serie desideratur; quæ differentia certè notabilis est. 1928.

EXPERIMENTUM 4.

Hoc ut præcedentia fuit institutum, suspenso Cylindro K, cujus Diameter erat Semi-pollicis. motus Aquæ erat juxta directionem axeos Cylindri. 1929. TAB. LXI. Fig. 1. 4.

Velocitates.	*Resistentiæ.*
1. - - - - - - -	Gr. $\frac{3}{4}$.
2. - - - - - - -	Gr. 2.
3. - - - - - - -	Gr. 4.
4. - - - - - - -	Gr. $7\frac{1}{2}$.
5. - - - - - - -	Gr. 11.
6. - - - - - - -	Gr. 14.
7. - - - - - - -	Gr. $20\frac{1}{2}$.

 Di-

Diviso Grano in centum partes separantur Resistentiæ ex duabus causis.

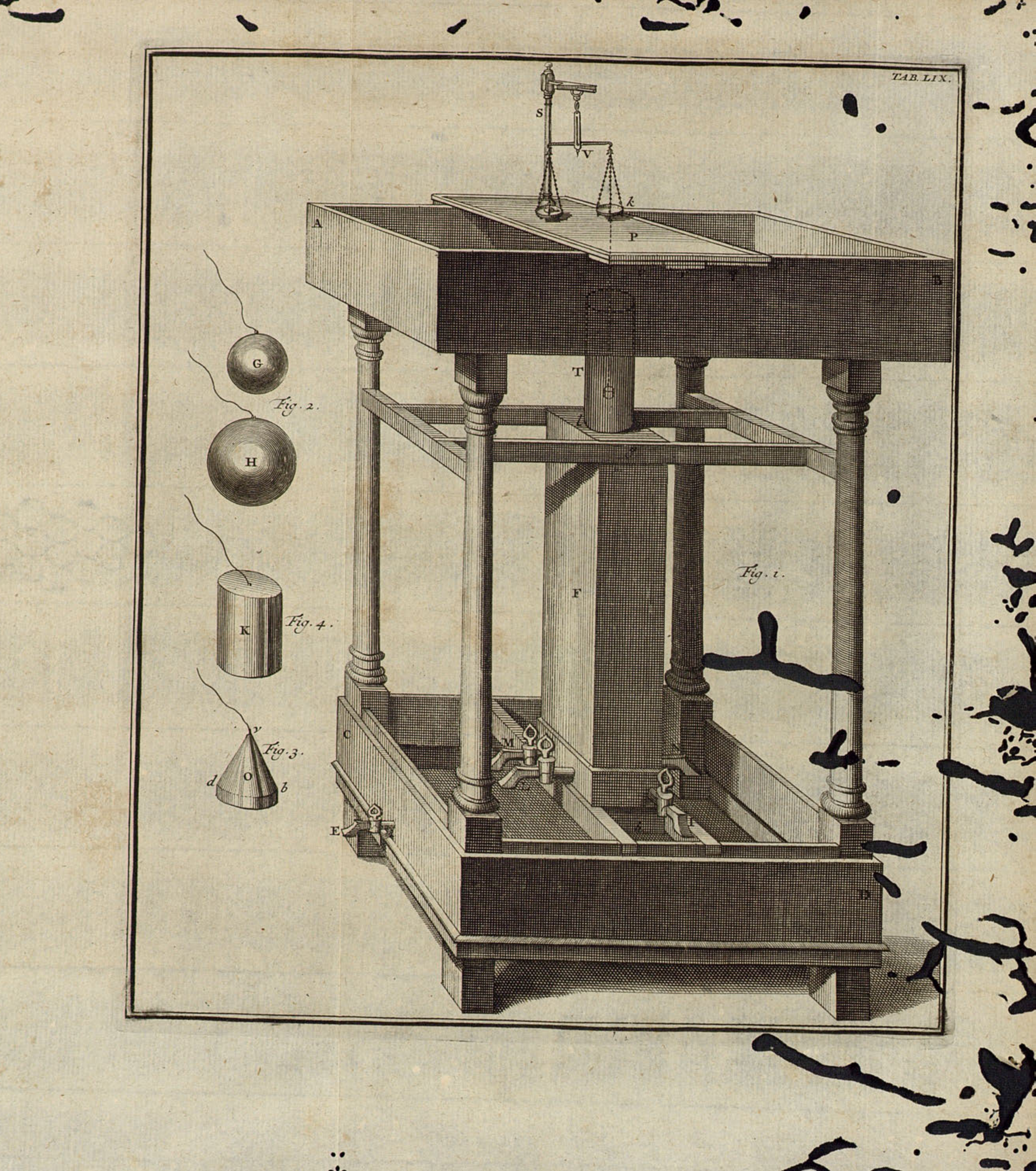
	Velocitates.	Resistentiæ ex 1ª. causâ.	Resistentiæ ex 2ª. causâ.	Summæ ambarum.	Resistentiæ in Exp.
1930.	1.	1 × 20 = 20.	1 × 39 = 39.	59.	75.
	2.	2 × 20 = 40.	4 × 39 = 156.	196.	200.
	3.	3 × 20 = 60.	9 × 39 = 351.	411.	400.
	4.	4 × 20 = 80.	16 × 39 = 624.	704.	750.
	5.	5 × 20 = 100.	25 × 39 = 975.	1075.	1100.
	6.	6 × 20 = 120.	36 × 39 = 1404.	1524.	1400.
	7.	7 × 20 = 140.	49. × 39 = 1911.	2051.	2050.

1931. Unde patet Resistentiam ex primâ causâ, in hoc casu, illam esse, quæ observata fuit, in Experimentis cum Globo, & Cono, ejusdem Diametri cum hoc Cylindro, institutis; juxta demonstrata in N. 1916. Patet etiam Resistentiam ex secundâ causâ, in hoc Experimento, se habe-
*1930. re ad Resistentiam Globi, ut 39. ad 26. *; id est, ut
1911. 3. ad 2.; ut monui in N. 1919.

1932. *Resistentia ex primâ causâ in variis Fluidis differt*, hancquo[illegible]iam nisi Experimentis determinari non posse, facilè etiam patet.

1933. *In motibus Velocioribus*, si Fluida glutinosa excipiamus, *exigua est Resistentia ex Cohæsione partium*, *collata cum Resistentiâ ex secundâ causâ*; quod ex diversis rationibus, secundum quas augentur, sequitur. Centies ex. gr. auctâ Velocitate, in quâ æquales sunt Resistentiæ hæ, prima erit ad secundam, ut unum ad centum.

1934. *Resistentia* autem *ex secundâ causâ*, *in variis Fluidis*, sequitur rationem particularum ex loco motarum; pendet enim à Materiæ Inertiâ, quæ Materiæ quantitatis ratio-


TAB. LIX.
S
V
k
A
P
B
T
Fig. 2.
G
H
Fig. 1.
F
K
Fig. 4.
Fig. 3.
O
d
b
M
C
E
D



rationem sequitur *: *est* ergo Resistentia hæc, cæteris * 19;
paribus, *ut Fluidi Densitas*.

Computatio de Resistentiâ ex secundâ causâ iniri potest, nullo instituto Experimento, determinando Pondus, quod hanc Resistentiam valet. 1935.

Sit Corpus, cujus superficies AB Resistentiam patitur, dum motûs directio ad hanc superficiem perpendicularis est; ponimus autem, ut superius, Corpus quiescere, dum Fluidum movetur, quo Actio Fluidi in Corpus non mutatur *. 1936. TAB. LX. Fig. 5. * 1892.

Sit superficiei AB æqualis superficies CD in fundo Vasis, continentis simile Fluidum ad Altitudinem DF; ponamus præterea Pressionem, quam patitur pars CD fundi, æqualem esse Actioni, quam patitur AB, sepositâ partium Cohæsione.

Plana hæc duo æqualia, cohibent singula motum Fluidi; & premuntur, quia motum impediunt: ideo, cùm Actiones sint æquales, æquales motus cohibent. Idcirco, sublatis ipsis Planis, Fluidum in locis in quibus Plana agebant, eâdem Velocitate fertur; id est, Fluidum, quod in superficiem AB agit, movetur Velocitate, quâ Fluidum per foramen in CD exire potest; quæ est Velocitas, quam Corpus acquirit, in vacuo cadendo ab Altitudine EC*; seponimus enim Cohæsionem partium, & omnem attritum. Ergo actio, quam patitur superficies AB, dum Fluidum in hanc agit, valet Pondus Columnæ Fluidi, cujus Basis est CD, aut AB, & Altitudo EF; hæc est enim pressio quam patitur CD *. * 1583. * 1431.

Unde patet *Prismatis recti, juxta directionem ad Basim perpendicularem, in Fluido moti, Resistentiam valere pondus* 1937.

Columnæ

Columnæ ejuſdem Fluidi, cujus Baſis æqualis eſt Baſi Priſmatis, & cujus Altitudo illa eſt, à quâ Corpus, in vacuo cadendo, acquirit Velocitatem quâ Priſma in Fluido fertur.

1938. Demonſtratio hæc tantùm locum habet, ubi ſuperficies, quæ Reſiſtentiam patitur, ad motûs directionem perpendicularis eſt *; ubi de aliis ſuperficiebus
* 1917. agitur, ad demonſtrata de his * attendendum eſt.
* 1918. 1919.

1939. Quare ſi de Globo agatur, Reſiſtentia valebit duas tertias partes ponderis Cylindri ex Fluido, cujus Diameter æqualis eſt Diametro Globi, & cujus Altitudo illa eſt, à quâ, cadendo in Vacuo, Corpus acquirit
* 1937. 1919. Velocitatem, cum quâ in Fluido movetur *.

1940. *Altitudo, à quâ Corpus cadendo acquirit Velocitatem, quâ ſi in Fluido feratur, Reſiſtentia ex ſecundâ cauſâ ponderi ipſius Corporis æqualis ſit*, ex his facilè *detegitur. Si de Priſmate agatur, Denſitas Fluidi ſe habebit ad Priſmatis*
* 1937. 1364. *Denſitatem, ut hujus Altitudo ad Altitudinem quæſitam* *.

1941. *Si de Globo agatur Denſitas Fluidi ſe habebit ad Globi Denſitatem*, ut Altitudo Cylindri, ejuſdem ponderis cum Globo, & Diametrum æqualem Globi Diametro habentis, quæ Altitudo valet duas tertias partes Diametri, ad duas tertias partes Altitudinis quæſitæ *, id eſt,
* 1937. 1919. *ut Diameter ad Altitudinem quæſitam.*

1942. Pondus quod Reſiſtentiam valet, ideoque ipſa *Reſiſtentia ex ſecundâ cauſâ, ſequitur rationem Baſeos Priſma-*
* 1937 374. *tis, Denſitatis Fluidi, & Quadrati Velocitatis Corporis* *.
* 1912. 1934. 1895. Quod cum ante demonſtratis * congruit.

1943. *Quæ de pondere, Reſiſtentiam valenti dicta ſunt* *, etiam
* 1937. *cum Experimentis congruunt*, ut patebit, ſi computatio ineatur de Pondere, quod valet Reſiſtentiam, datâ Velocitate quacunque ex illis, quas in Experimentis Aqua habuit.

Velo-

Velocitatem Aquæ diximus 2. aperto Epistomio, cujus apertura erat circulus Diametri Semi-pollicis, & supra quod foramen Aquæ Altitudo erat quinque Pedum; ita ut Pes Cylindricus Aquæ effluere potuerit in Tempore 46,66. Minutorum secundorum *. Pes Cylindricus in Tubo, in quo Experimenta fuere instituta, si hicce continuatus foret, occuparet Pedes 18 *. Ergo Aqua per Tubum transivit Velocitate, quâ Pedes 18 percurruntur, in Tempore Minutorum secundorum 46,66.; & ubi Velocitas in Exp. fuit 6., hoc idem spatium 18. Pedum potuit percurri in Min. sec. 15,55. Computatione, ex ante demonstratis, initâ *, detegimus hanc esse Velocitatem, quam Corpus acquirit, cadendo in Vacuo ab Altitudine 0,257. Poll.; quæ vix excedit quartam Pollicis partem. 1944. * 1637. * 1905. 47. El. I. * 883. 374.

Pes cubicus Aquæ ponderat Grana 487360 *; & pondus Pedis cylindrici est Gran. 382772; & Poll. cylindrici Gran. 221$\frac{1}{2}$. * 1556.

Resistentia Cylindri cujus Diameter est Semi-poll., & Velocitas illa, quæ in Experimentis dicitur 6., valet pondus Cylindri aquei, cujus Diameter est Semi-poll. & Altitudo æqualis 0,257. Poll. *, valet ergo Gr. 14,23. * 1937.

Ponendo nunc Resistentiam hanc in ratione duplicatâ Velocitatum *, & Globi Resistentiam æqualem esse duabus tertiis partibus Resistentiæ Cylindri *, Tabellam sequentem efficimus; in quâ partes, centesimâ Grani parte minores, negliguntur. * 194… * 1919.

1945. *Velocitates.* *Resistentiæ ex secundâ causâ.*

* 1930. * 1911.

Velocitates.	Cylindri. Comp.	Cylindri. Exp. *	Globi. Comp.	Globi. Exp. *
1.	39.	39.	26.	26.
2.	158.	156.	105.	104.
3.	356.	351.	237.	234.
4.	632.	624.	421.	416.
5.	988.	975.	659.	650.
6.	1423.	1404.	949.	936.
7.	1937.	1911.	1291.	1274.

1946. Exiguam dari differentiam inter has Resistentias, computatione detectas, & illas, quæ Experimentis deteguntur, non mirum; cùm pendeat collatio hæc, 1. à mensurâ Aquæ effluentis certo Tempore; 2. à mensurâ Spatii percursi certo Tempore à Corpore cadente; 3. à mensurâ ponderis Pedis cubici Aquæ; & 4. tandem à mensurâ ipsarum Resistentiarum. In singulis harum quatuor mensurarum errores exigui vitari minimè possunt; non tamen tales sunt ut scrupulus ullus circa Experimenta superesse possit.

1947. In Cap. 2. Lib. 2. diximus *, nos in hoc Capite tra-
*775. dituros demonstrationem ab illâ diversam, quæ ibi datur, de Virium mensurâ; quas, in eodem Corpore,
*753. Quadratis Velocitatum statuimus proportionales *. Demonstratio hæc est.

1948. A nemine in dubium vocatur Fluidi Velocitatem, ex Pressione Fluidi superincumbentis oriundam, sequi
*1586. rationem subduplicatam Altitudinis Fluidi *; demon-
*1937. stravimus in hoc Capite *, Resistentiam ex secundâ causâ sequi ejusdem hujus Altitudinis rationem; ideo-

que

que rationem duplicatam Velocitatis: ſed etiam vidimus Reſiſtentiam eandem ſequi rationem cum Vi inſitâ particulis ſingulis Fluidi *; Ergo Vis hæc etiam eſt ut *1894.
Quadratum Velocitatis. Q. D. E.

SCHOLIUM.

Demonſtrationes N. 1914. *&* 1915. *De Reſiſtentiâ Coni, & Globi.*

SInt ABCD, EFG, ſectiones per axes Cylindri & Coni, quorum Ba- 1949.
ſium Diametri ſunt æquales; moveatur Fluidum juxta directiones axium. TAB. LXI.
Planum AB integram Fluidi Actionem ſuſtinet, dum hoc juxta hanc Super- Fig. 6.
ficiem, ab omni parte, continuò defluit. Superficies autem FE minorem ſuſtinet Preſſionem, & eo minorem, quo ipſius obliquitas ad motûs directionem major eſt *: revocaturque Preſſio, in punctum quodcunque M, ad *1917.
Preſſionem perpendicularem ad Superficiem, ſi, poſitâ IM juxta motûs directionem, ipſi FE æqualem, detur in M perpendicularis ML ad FE, & ducatur huic parallela IL. Tunc Preſſio, ex motu oriunda, ſe habet ad Preſſionem quam Superficies patitur, ut IM ad ML *; talemque Preſſio- *319.
nem Superficies FE in omnibus punctis patitur; Fluidum enim, quod in omnibus punctis tangit Superficiem, à continuò accedente Fluido, talem patitur Actionem. Ita res ſeſe non haberet, ſi de motu Corporum ſeparatorum ageretur; tunc enim numerus Corporum, in Superficiem EF incurrentium, æqualis eſſet numero Corporum, quæ, ſublatâ ſuperficie EF, in Superficiem EH impingi poſſent; Fluida verò agunt ſemper in omnia puncta Superficierum, quas premunt.

Si Preſſio per LM in duas ſolvatur, ductâ LN perpendiculari ad IM, deſignabit NM Actionem, quâ Corpus, juxta directionem motûs Fluidi, propellitur.

Actio nunc tota in Conum ad Actionem in Cylindrum, ut Coni Superficies convexa ad Cylindri Baſin; tales enim ſunt Superficies, in quas Preſſiones agunt; id eſt, ut EF ad EH: & ut Actio, quæ in ſingulis punctis in Conum agit, juxta directionem motûs Fluidi, ad Actionem, quæ in ſingulis punctis Cylindrum propellit, id eſt, ut NM ad IM. Ratio ex his compoſita eſt ratio producti EF per NM ad productum EH per IM.

Quæ producta propter æquales EF, IM, ſunt ut NM ad EH, aut ML; ſunt enim æquales hæ lineæ; propter æqualia & ſimilia Triangula IML, EFH. Sunt etiam ſimilia Triangula LMN, LMI *; quare *8. El. VI.
MN ad ML, ut ML ad MI, aut ut EH ad EF. Ergo Reſiſtentia Coni ſe habet ad Cylindri Reſiſtentiam, poſitis ambobus rectis, habentibus Baſes æquales, & Velocitatibus æqualibus, juxta axium directiones, in eodem

dem Fluido, agitatis, ut Semidiameter Basis ad rectam in Coni superficie à vertice ad punctum Baseos ducta; ut diximus in N. 1918.

1950. Ponamus nunc Cylindrum cum Sphærâ, diametros æquales habentes, eâdem Velocitate, in eodem Fluido, moveri, Cylindrumque juxta axeos directionem transferri.

TAB.LXI. Fig. 1. Sit hic ABLM, dum Sphæra repræsentatur per DFEG; estque C centrum. Resistentia, quam patitur pars Baseos Cylindri, infinitè exigua, I*i*, se habet ad Resistentiam, quam patitur pars respondens F*f* Superficiei Sphæræ, ductis IH, *ih*, ad axem Cylindri, ideoque ad directionem motûs, parallelis, ut F*f* ad F*g*, quæ ad AB parallela ducitur; quod patet hìc applicando Demonstrationem datam in Numero præcedenti. Triangula F*fg*, FHC, ambo rectangula, & habentia Angulos æquales *f*F*g*, CFH, quorum singulorum defectus ab Angulo recto est Angulus *g*FC, sunt similia: ergo

F*f*, F*g* :: FC aut IH, FH.

Idcirco si IH repræsentat Resistentiam quam patitur pars Superficiei I*i*, FH ipsam repræsentabit, quam patitur pars respondens F*f* Superficiei Globi. Et, cùm hæc demonstratio ad singula Superficiei Hemisphærii DFE puncta possit applicari, sequitur, Cylindrum ADEB, Hemisphærio circumscriptum, se habere ad ipsum Hemisphærium, ut integra Resistentia Cylindri ad integram Sphæræ Resistentiam; quæ ergo Resistentiæ sunt ut tria ad duo, ut monui in N. 1918.

1951. Ex iisdem hisce principiis, quæ Corporum quorumcunque Resistentias
1952. spectant, deducuntur. Ex. Gr. facile ex his probatur, *Cylindri recti, cujus Altitudo Diametro æqualis est, Resistentiam ex secundâ causâ eandem esse, si Velocitas eadem fuerit, juxta quamcunque directionem hicce feratur.*

CAPUT XVI.

De Retardatione Corporum in Fluidis motorum.

1953. VIdimus superius *Corpus in Fluido motum* Resisten-
* 1885. tiam pati *, darique Pressionem motui contra-
* 708. riam, quâ Corpus *retardari* manifestum est *.

1954. Cum duplex detur Resistentia, Corpus etiam *ex duplici causâ* à motu suo amittit.

1955. Natura utriusque *Resistentiæ* cum diversa sit, *generant hæ Retardationes diversas, in ipsis illis casibus, in quibus Pressiones, quas in Corpus exserunt, sunt æquales:* quod ex pecu-

Fig: 1.

Fig: 4.

Fig: 3.

Fig: 5.

Fig: 2.

Fig: 6.



peculiari examine utriusque Resistentiæ deducimus.

In casu in quo Corpus quiescit, dum Fluidum movetur, causæ, quæ, si Corpus moveretur, hoc retardarent, nunc huic motum communicant; & *est* hæc *Velocitas acquisita, æqualis ipsi Retardationi, quam patitur Corpus, quando, quiescente Fluido, Corpus movetur, eâ Velocitate, quam in casu primo Fluidum habuit* *. 1955. *1892.

In casu autem hoc, *in quo Fluidum movetur, Cohæsio partium immediatè nunquam motum Corpori potest communicare*, sed tantùm mediante motu aliarum particularum, ut explicavimus *; quod non itidem ad secundam causam Resistentiæ applicari potest, quæ immediatè Corpori motum communicat: quare *ex Principiis omnino diversis, quæ Retardationes, ex hisce diversis Resistentiis oriundas, spectant, deducenda sunt.* 1956. *1896. 1957.

Quando Corpus quiescit, & Fluidum movetur, particulæ, quæ ad latera defluunt, Cohæsionem superant, & hæ ex Vi suâ amittunt; quæ Actio consideranda est, ad determinandam Velocitatem ex hac Corpori communicatam, sed difficilior est hujus Celeritatis determinatio; quam tamen in Scholio ultimo hujus ... explicabo, in quo etiam scrupulos quosdam tollam. 1958.

Præstabit hìc retardationem determinare, quam patitur Corpus in casu, in quo hoc movetur, & Fluidum quiescit.

Vidimus Resistentiam ex primâ causâ ejusdem esse Naturæ cum Resistentiâ Corporum mollium, dum in his Cavitas formatur *. 1959. *1887.

Vidimus etiam Cavitatem hanc proportionem sequi ipsius Vis amissæ in hac formandâ *; Cavitas autem, quam Corpus in Fluido efficit, dum per hoc movetur, *841.

1960. tur, *Spatio percurso* proportionalis est: ergo & huic Spatio *Vis*, *ex hac Resistentiâ ex primâ causâ amissâ*, *proportionalis est.*

Corpus, quod in vacuo verticaliter in altum projicitur, in adscensu suo amittit continuò Vim proportionalem Spatio percurso *; sequitur igitur Retardatio,
*754. 380.
in hoc adscensu, eandem rationem, quam sequitur
1961. *Retardatio* Corporis, *oriunda ex Resistentiâ*, *de quâ agimus*; sed Retardatio Corporis adscendentis *est æquabilis* *; ergo & talis est Retardatio, quam examinamus.
*377.

1962. *Quamdiu ergo idem Corpus*, *eodem modo*, *per idem Fluidum movetur*, *quacunque Velocitate feratur*, *sepositâ Resistentiâ ex secundâ causâ*, *æqualibus Temporibus*, *æquales gradus Velocitatis amittit*; & percurrendo Spatium determinatum *, quod Quadrato Velocitatis in initio proportionale erit *, in Tempore, ipsi Velocitati huic proportionali *, integrum amittet motum.
*1960.
*1961. 377. 381.
*1961. 377. 378. 374.

1963. Hinc videmus *Corpora in Fluido mota tandem quiescere*, quod, communi admissâ opinione, de Viribus ipsis Velocitatibus proportionalibus, difficulter admodum explicari poterit, si queat; nam nisi Tempore infinito tota Velocitas consumi non posset.

Retardatio ex secundâ causâ determinatur, ponendo Corpus quiescens, & Fluidum in hoc incurrens; quia facilius investigatur Velocitas, quæ Corpori quiescenti à Fluido communicatur, quàm Retardatio quam Corpus patitur; præstabit ergo Velocitatem hanc considerare, quæ, ab ipsâ Retardatione Corporis agitati per Fluidum quiescens, non differt *.
*1955.

1964. Pressio, quam in Corpus quiescens exserit Fluidum, immediatè Corpus potest transferre; unde sequitur, Ve-



Velocitatem infinitè exiguam, Momento infinitè exiguo constanti, communicari, proportionalem ipsi Spatio, per quod Corpus hoc quiescens, Actione Fluidi, immediatè transfertur; quod Spatium ipsi Pressioni
proportionale est *; quæ ipsa rationem sequitur Qua- * 133.
drati Velocitatis *. * 1895.

Diminutiones idcirco Velocitatis, quas Corpus in Fluido 1965.
motum, Momentis, infinitè exiguis, æqualibus, ex Resistentiâ ex secundâ causâ, patitur, sunt ut Quadrata Velocitatum ipsius Corporis.

Ex quâ demonstratione sequitur *nunquam Corpus, ex* 1966.
solâ Resistentiâ ex secundâ causâ, integram posse amittere Velocitatem.

Patet etiam in omni casu *Retardationem, ex hac Resi-* 1967.
stentiâ, eandem cum ipsâ rationem sequi, quamdiu Corpus motum eandem Materiæ quantitatem continet; ubi autem
hæc est diversa, *Retardatio est, cæteris paribus, inversè ut* 1968.
hæc *Materiæ quantitas* *. Ex quibus facilè videmus, * 138.
quomodo, positis demonstratis in Capite præcedenti, Retardationes pro variis Corporibus, & Variis Fluidis, inter se conferri possint.

Si de Sphæris, Cylindris, aut Conis similibus, Ex. gr. *a-* 1969.
gatur, positis Cylindris, & Conis, juxta axium directiones motis, erunt Retardationes ex secundâ causâ directè ut Qua-
drata Diametrorum *, *ut Quadrata Velocitatum* *, *ut* * 1967. 1912.
Densitates Fluidorum *; *& inversè ut Densitates Corporum* *, * 1965. * 1967.
& Cubi Diametrorum *; sed ratio directa Quadrato- 1934.
rum, & inversa Cuborum Diametrorum, ad inversam * 1968. * 1968.
ipsarum Diametrorum reducitur; Idcirco, junctis rationibus ultimâ & primâ, sunt Retardationes inversè *ut Diametri.*

Nu-

1970. Numeri in harum rationum ratione compositâ deteguntur, multiplicando, pro singulis Corporibus, Fluidi Densitatem per Quadratum Velocitatis Corporis, & dividendo productum hoc per Diametrum ductam in Densitatem Corporis, divisionumque quotientes exprimunt Retardationum relationes.

1971. Hæ etiam deteguntur, si, pro singulis Corporibus,
* 1937. Pondus, quod valet Resistentiam *, dividatur per Corporis pondus; quotientes enim sunt ut Retardatio-
* 1967. 1968. 156. nes *.

1972. Dum Corpus in Fluido retardatur, singulis momentis, cum mutatâ Velocitate, mutatur Retardatio; unde varia circa motum Corporis in Fluido continuatum, deducuntur, quorum quædam in Scholiis, huic Capiti subjunctis, demonstramus; horum pauca hîc indicabo.

1973. *Sepositâ*, ut in ultimis Propositionibus, *Resistentiâ ex partium Cohæsione, moveatur Corpus per Fluidum, percurret hoc Spatia æqualia, Temporibus inæqualibus, quæ erunt in Progressione geometricâ; in quâ eâdem Progressione, sed inversâ, sunt Velocitates in initiis horum momentorum.*

1974. *Si Globus, aut Cylindrus rectus, juxta axeos directionem moveantur per Fluidum, Cylindri Longitudo, aut Globi Diameter, se habebunt ad Spatia, quibus percurrendo Corpora hæc respective dimidium Velocitatis amittunt, in ratione compositâ Densitatis Fluidi ad Densitatem Corporis, & numeri* 10000. *ad* 13863.

1975. *Corporis* autem, *quod in Fluido movetur, Retardatio* ab utrâque causâ Resistentiæ pendet, & *est pro parte æqua-*
* 1961. * 1965. *bilis *, pro parte ut Quadratum Velocitatis *.*

Quod etiam ad Corpora adscendentia & descendentia applicari potest.

Cor-

Corpus Fluido specificè gravius, quod adscendit, aut Flui- 1976.
do specificè levius, quod descendit, præter Retardationem, ex
inertiâ Fluidi oriundam *, *aliam æquabilem patitur*, non * 1965.
modo ex Cohæsione *, sed præterea, in primo casu, * 1962.
ex Gravitate respectivâ *, in secundo, ex Vi, quâ in *1491. 378.
Fluido sursum pellitur *. * 1476.

E contra, *si Corpus, specificè Fluido, quo immergitur, gra-* 1977.
vius, descendat, aut Fluido levius adscendat, continuò *ac-*
celeratur Vi, quæ valet differentiam Gravitatum speci-
ficarum Corporis & Fluidi *; quæ Acceleratio, à Gra- * 1478. 1512.
vitate oriunda, æquabilis est *: minuitur hæc Retar- * 370.
datione à Cohæsione oriundâ, *sed* æquabiliter *, & est * 1962.
adhucdum æquabilis Acceleratio. Cum autem Retar-
datio ex secundâ causâ cum Velocitate crescat, *minui-* 1978.
tur continuò Acceleratio; & Corpus magis ac magis accedit
ad Velocitatem quandam maximam determinatam, ad quam
tamen nunquam pertingere potest.

Illa verò *est Velocitas maxima, in quâ Retardatio Acce-* 1979.
lerationi æqualis est; si enim ad hanc pertingeret Cor-
pus, æquabiliter motum continuaret, Pressionibus op-
positis sese mutuò destruentibus.

Corpus Cylindricum hanc acquirit Velocitatem maximam, 1980.
in Vacuo cadendo ab Altitudine, quæ se habet ad Cylindri
Longitudinem, si hic juxta Axeos directionem in Fluido de-
scendat, aut si de Globo agatur, ad hujus Diametrum,
ut differentia Densitatis Corporis, in Fluido moti, cum Fluidi Den- * 1940. 1941.
sitate ad hanc Fluidi Densitatem *; *si* nempe *seponamus Re-*
tardationem ex partium Cohæsione oriundam; quâ autem po-
sitâ minor erit Altitudo à quâ, in Vacuo cadendo,
Corpus acquirit Velocitatem maximam, de quâ agimus.

Relictis nunc motibus in lineis rectis, pauca etiam ad-
dam de motu Pendulorum.

 Sit

1981. TAB. LXI. Fig. 2. *414. *1962. Sit ABD arcus Cycloidis, in quo Pendulum vibratur; B punctum infimum. Acceleratio ex Gravitate in puncto quocunque ut E, est ut EB*; sed hæc à Cohæsione minuitur æquabiliter*; sit hæc diminutio ut BF, Acceleratio erit nunc ut EF, & in A erit ut AF. Adscensu Corporis, Retardatio in G, à Gravitate oriunda, erit ut GB, à Cohæsione erit ut BF, & ex his causis conjunctis est ut GF; & in totâ Vibratione, sepositâ aliâ Resistentiâ, Corpus respectu puncti F movetur, ut in Vacuo agitaretur respectu B.

Descensum ideo vocabimus motum Penduli usque ad F, & adscensum motum ultra punctum hoc; agam enim de Pendulis à parte A descendentibus.

1982. Ut autem demonstremus, quæ obtinent, quando Pendulum etiam Resistentiâ ex secundâ causâ retardatur, fingam Resistentiam, quæ Retardationem generat in ratione Velocitatis; quasdamque, hac positâ, Propositiones demonstrabo; quibus expositis, faciliùs patebunt, quæ locum habent, quando Retardatio est ut Quadratum Velocitatis.

1983. *Positâ nunc Retardatione in ratione ipsius Velocitatis, & Pendula duo, omnino similia, in Cycloide oscillata, inæquales peragant Vibrationes, eodemque momento cadere incipiant*; moveri inchoant Velocitatibus, quæ sunt ut Arcus descensu describendi*; si hæ Impressiones primi momenti solæ considerentur, post Tempus quodcunque Celeritates erunt in eâdem ratione ac in principio; nam Retardationes, quæ sunt ut ipsæ Velocitates, harum proportionem immutare nequeunt; ratio enim inter quantitates non mutatur, additione, aut subtractione, quantitatum in eâdem ratione*. Temporibus igitur

*414. Fig. 17. 18. El. V.

igitur æqualibus, utcunque inter movendum ex Resistentiâ mutetur Corporis Celeritas, Spatia percurruntur, quæ sunt ut Velocitates in principio *; id est, *119.
ut Arcus descensu describendi: idcirco, post Tempus quodcunque, Corpora sunt in horum Arcuum punctis respondentibus. In hisce autem punctis Accelerationes sunt in eâdem ratione quàm in principio *; & *414.
ratio inter Celeritates, quæ ex Resistentiâ non variatur, ex Acceleratione etiam nullam mutationem patitur. In adscensu motus Corporum retardatur, sed, in punctis respondentibus, Retardationes sunt in eâdem ratione, in quâ sunt in descensu Accelerationes. Ubique ergo, in punctis respondentibus, Celeritates sunt in eâdem ratione. Cum autem, iisdem momentis, Corpora sint in hisce punctis respondentibus, sequitur motum amborum eodem momento destrui, id est, *iisdem Temporibus Vibrationes absolvi.* Spatia, in integris Vibrationibus percursa, cum æqualibus Temporibus percurrantur, & cum, in singulis momentis, Velocitates sint inter se in eâdem ratione, sunt quoque in hac ratione;
1984. id est, *Arcus, integrarum Vibrationum, sunt ut Arcus descensu descripti*, quorum dupla sunt Arcus in Vacuo describendi.
1985. Ergo *Defectus Arcuum, in Fluido descriptorum, ab Arcubus, in Vacuo describendis*, sunt differentiæ quantitatum in eâdem ratione, & *sunt ut Arcus descensu descripti* *. *16. 17. El. V.

1986. *Crescat* nunc *Retardatio in ratione duplicatâ Velocitatis, & Vibrationes inæquales peragat Corpus pendulum, majores erunt magis diuturnæ*, propter Resistentiam magis crescentem quàm in casu N. 1982.

1987. *Celeritates* tamen, *positis Arcubus non admodum inæqualibus*,

libus, in Arcuum deſcriptorum punctis reſpondentibus, ſunt ubique quam proximè in eâdem ratione, & quidem *ratio-*
1988. *ne Arcuum deſcenſu deſcriptorum.* Si Retardatio eſſet in ratione Celeritatis, hæc proportio obtineret; nunc verò turbatur, propter majorem Reſiſtentiam in majori Vibratione, quâ motus in hac magis minuitur. Sed duplici ex causâ magis acceleratur. 1. Vibratio hæc
* 1986. major diutius durat*; Corpuſque diutius hæret in certo Spatio, quàm in Spatio reſpondenti in Vibratione minori; ideo per longius Tempus acceleratur. 2. Defectus Arcûs deſcripti, ab Arcu in Vacuo deſcribendo, major eſt, ſervatâ proportione, in Vibratione majori; quia in hac Retardatio magis differt à Retardatione in minori Vibratione, quàm in N. 1984. Puncta ergo reſpondentia, ſervatâ proportione, magis à Puncto F, in Arcu majori quàm in minori, diſtant, quamdiu in hoc Corpus deſcendit; major ideò, ſervatâ proportione, in illo datur Acceleratio; quia hæc eſt ut Corporis diſtantia à puncto F. Datur ergo compenſatio, & memorata proportio inſtauratur. In adſcenſu Corporis, duratio Retardationis concurrit cum ipſâ Retardatione ad hanc turbandam proportionem; ſed nunc minus in majori Arcu puncta reſpondentia, ſervatâ proportione, à puncto F diſtant, quàm in minori, & ex Gravitate minor, ſervatâ proportione, Retardatio datur; & ita jam, ſervatâ proportione, crevit differentia diſtantiæ punctorum reſpondentium à puncto infimo, ut ex hoc ſolo facilè compenſatio detur.

Retardationes, quæ ſunt ut Quadrata Celeritatum, ſunt igitur ubique, in punctis reſpondentibus, proximè ut Quadrata Arcuum deſcenſu deſcriptorum; &, in eâ-

dem

dem etiam erunt ratione summæ omnium Retardationum *; quæ sunt *differentiæ inter Arcus descensu & adscensu proximo descriptos.* Hæ ergo differentiæ, *si Vibrationes non fuerint admodum inæquales, sunt quàm proximè ut Quadrata Arcuum descensu descriptorum.* Hoc etiam cum Experimentis satis exactè congruit. * 12. El. V. 1989.

MACHINA,

Quâ Experimenta de Pendulorum Retardationibus instituuntur.

Arca AB tres Pedes longa, & Pedem unum lata & altitudinis unius Pedis, Aquâ impletur; Lamellæ *i*, fixæ, & medio Arcæ respondenti, Pendulum *gp* suspenditur. Constat hoc ex Filo æneo *gh*, septem aut octo Pedes longo, & ex Globo plumbeo *p*, Diametri unius Pollicis cum semisse. Quando Pendulum quiescit, distat Globus ab Arcæ fundo tribus Pollicibus. In P Globus major plumbeus, Diametri trium Pollicum, cum memorato Filo jungitur; ut Globus *p* in Aquâ minus retardetur. 1990. TAB. LXI. Fig. 3.

Lamella memorata *i* separatim in I exhibetur, firmatur hæc duabus cochleis in Lignum penetrantibus, & cum hac cohærent duæ minores Lamellæ L & M, perforatæ ut axem, circa quem Pendulum movetur, recipiant. Axis hic acutus est ab inferiori parte, ut axis Libræ, & hæret in solido æneo O, ipsi Filo Penduli juncto. Foraminibus inseritur axis, sublatâ Lamellâ M, quæ, iterum applicata, firmatur auxilio cochleæ *n*. Fig. 4.

Juxta latitudinem Arcæ, super hujus ora, moveri potest Tabella lignea altitudinis circiter quinque Pollicum, cui applicantur Regulæ divisæ æneæ, CD, CD, & Fig. 3.

& Indices F, F, ad Angulos, à Pendulo deſcenſu & adſcenſu deſcriptos, menſurandos, methodo in N. 737. traditâ.

EXPERIMENTUM.

1991. Regulæ CD, CD, ita diſponantur, ut extremitates D, D Pendulo reſpondeant, quando hoc quieſcit, & ut inter illas extremitates diſtantia detur æqualis Diametro Fili ænei cui Corpora P, p, cohærent. Dimittatur Pendulum ſucceſſivè à variis Altitudinibus, quæ in ſingulis occaſionibus Indice notantur: deteguntur Altitudines ad quas Pendulum adſcendit, ſi variis vicibus ab eâdem Altitudine dimittatur, & Index alter mutetur, donec ad hunc Pendulum in adſcenſu appellat; ſed, remoto parum Indice, ad ipſum non pertingat.

Differentiæ Arcuum, adſcenſu & deſcenſu deſcriptorum, erunt proximè inter ſe ut Quadrata Arcuum deſcenſu deſcriptorum, ſi ad hoc attendamus, æqualiter Vibrationes ſingulas eſſe minuendas, propter Reſiſtentiam ex partium cohæſione.

Notandum autem Pendulum non eſſe dimittendum niſi quieſcente Aquæ ſuperficie.

SCHOLIUM I.

De Logarithmicâ.

QUæ in Scholiis ſequentibus, de Retardationibus Corporum, in Fluidis motorum, demonſtrantur, Lineæ Logarithmicæ proprietates pro fundamento habent. Formationem ideò hujus Curvæ, proprietatesque, quibus in ſequentibus indigemus, in hoc Scholio exponam.

1992. TAB. LXII. fig. 1. Sit AB recta, & in hac partes infinitè exiguæ AD, DF, FH, &c. æquales inter ſe. Sint præterea ad AB, perpendiculares AC, DE, FG, HI, &c. infinitè parum differentes, & quæ ſint in Progreſſione continuâ geometricâ

metricâ. Si nunc Curva transeat per extremitates C, E, G, I, &c. erit
hæc Logarithmica, cujus Asymtotos erit AB, ad quam continuò Curva ac-
cedit, & ad quam nunquam pertingere potest.

Eadem datur ratio inter Ordinatas duas quascunque, si inter ipsas eadem de- 1993.
tur distantia. AC se habet ad HI, ut LM ad RS, si distantia AH distan-
tiæ LR fuerit æqualis. Ratio enim, quæ datur inter AC & HI, com-
ponitur ex rationibus AC ad DE, DE ad FG, & FG ad HI; ratio
LM ad RS, componitur ex rationibus LM ad NO, NO ad PQ, &
PQ ad RS: rationes componentes singulæ sunt æquales inter se *; numerus- * 1992.
que rationum componentium, in utroque casu, idem est; propter æquales di-
stantias AH, LR: ergo & æquales sunt rationes compositæ. Q. D. E.

D e f i n i t i o 1.

Logarithmus Ordinatæ cujuscunque dicitur Abscissa ipsi respondens, ubicunque 1994.
initium Abscissarum ponatur.

D e f i n i t i o 2.

Distantia inter duas Ordinatas vocatur Logarithmus rationis, quæ inter ipsas 1995.
datur. Estque differentia Logarithmorum ipsarum Ordinatarum.

Positis iterum AH & LR æqualibus, habemus

AC, HI::LM, RS *; & dividendo * 1993.

AC—HI=TC, AC::LM—RS=VM, LM *. Quare est * 17. El. V.

TC, VM::AC, LM *. * 16. El. V.

Id est, *Ordinatæ sunt inter se ut harum singularum differentiæ cum aliis Or-* 1996.
dinatis, æqualiter ab his distantibus.

In puncto quocunque C, Logarithmicæ CM, ductâ Tangente CT, quæ TAB. LXII. Fig. 2.
Asymtoton secat in T, habetur *Subtangens* AT: & *est* hæc *constans in omni-*
bus Curvæ punctis; ductâque in M tangente MV, erunt æquales AT, LV. 1997.
Ut hoc pateat sint AD, LN, infinitè exiguæ, & æquales; ductisque Or- 1998.
dinatis DE NO, sint E*c*, O*m*, ipsi AB parallelæ. Triangula C*c*E,
CAT, sunt similia; ut & M*m*O & MLV; ergo

C*c*, *c*E::CA, AT, Altern. C*c*, CA::*c*E, AT [illegible]

M*m*, *m*O::ML, LV, Altern. M*m*, ML::*m*O, LV.

Sed C*c*, M*m*::CA, ML *, & altern. C*c*, CA::M*m*, ML; ergo & * 1996.
*c*E, AT::*m*O, LV: sed sunt æquales *c*E, *m*O; idcirco & AT, LV.
Quod demonstrandum erat

Si, servatis Ordinatis AC, DE, FG, HI &c. servatâque æqualitate di-
stantiarum AD, DF, FH, &c. distantiæ hæ augeantur, aut minuantur, TAB. LXII.
manifestum est Logarithmicam mutari, Subtangentemque etiam mutari in eâ- Fig. 1.
dem ratione, in quâ distantiæ hæ mutantur; nam in triangulo C*c*E, servato Fig. 2.
latere C*c*, si mutetur *c*E, in Triangulo simili CAT, cujus latus CA ser-
vatur, in eâdem ratione cum *c*E mutabitur AT.

Etiam in eâdem ratione, in quâ singulæ distantiæ minores mutantur, mutan- Fig. 1.
tur summæ distantiarum quarumcunque: id est ut mutatur AD sic & muta-
tur AH, Log. rationis AC ad HI; unde sequitur, *in diversis Logarithmi-* 2000.
cis Subtangentes esse inter se, ut sunt Logarithmi rationum æqualium.

In Tabulis Logarithmorum, quas editas habemus, Logarithmus rationis u- 2001.
nius

nius ad decem est ipsa Unitas; & Logarithmi rationum intermediarum per fractiones decimales exprimuntur, estque Subtangens Logarithmicæ Tabularum 0,43429.44819.

SCHOLIUM II.

De Retardatione in genere.

2002. R*Etardatio*, & *Acceleratio*, *mensuratur*, *positis Momentis infinitè exiguis æqualibus*; Retardatio, quæ à primâ causâ pendet, æquabilis dicitur, quia
* 1962. diminutiones Velocitatis, æqualibus Temporibus, sunt æquales *. Retardatio ex secundâ causâ dicitur ut Quadratum Velocitatis, quia diminutiones, in
* 1965. Momentis infinitè exiguis æqualibus, sunt ut hæc Quadrata *.

2003. *In singulis* autem *Momentis*, *infinitè exiguis*, *Retardationes*, & *Accelerationes*, *durante hoc Momento*, *sunt æquabiles*; nam in tali Momento mutatio in Actione respectivâ pro nullâ haberi potest; ergo, si momenta differant, erunt
2004. *Retardationes*, & *Accelerationes*, ut ipsa momenta; id est, *sunt* hæ *in momentis infinitè exiguis inæqualibus*, *in ratione compositâ rationis Retardationum*,
*2002. & *Accelerationum*, *positis Momentis æqualibus* *, & *rationis ipsorum Momen-*
*2003. *torum inæqualium* *.

Quando Spatiola infinitè exigua sunt æqualia, momenta quibus singula Spa-
2005. tiola percurruntur, sunt inversè ut Velocitates *, ergo *Retardationes*, & *Ac-*
*120. *celerationes*, *quas Corpus patitur*, *percurrendo* singula talia *Spatiola æqualia*, *sunt directè ut Retardationes*, *positis Momentis æqualibus*, & *inversè ut Velo-*
*2004. *citates* *.

2006. Ideo *in Retardatione ex primâ causâ*, *si Spatiola infinitè exigua fuerint æ-*
*1962. *qualia*, *sunt Velocitatis diminutiones inversè ut Velocitates* *.

2007. *In Retardatione ex secundâ causâ sunt Velocitatis diminutiones*, *in Spatiolis*
* 1965. *æqualibus*, *directè* ut Quadrata Velocitatum, & inversè ut ipsæ Velocitates *,
2004. id est, *directè ut Velocitates*.

SCHOLIUM III.

De Retardatione ex primâ Causâ.

2008. SIt AC Spatium, in quo Corpus totam amittit Velocitatem, quando ex
TAB. LXI. primâ causâ solâ retardatur, dum Velocitas in initio repræsentatur lineâ
Fig. AD.

Dum Spatium hoc AC à Corpore percurritur, patitur hoc easdem mutationes, quibus subjicitur Corpus adscendens, quod solâ retardaretur Gravita-
*17. 1962. te, & quod ad Altitudinem AC adscendendo, totam amitteret Velocitatem *.
Quadratum igitur Velocitatis in A se habet ad Quadratum Velocitatis in alio
*380. 374. puncto quocunque B, ut AC ad BC *. Si ergo fuerit AD ad BE, in ratione subduplicatâ AC ad BC, repræsentabit BE Velocitatem in B. Datur

tur autem ratio hæc inter Ordinatas Parabolæ, quæ tranſit per C & D, po- *La Hire
ſitâ C extremitate Diametri AC *. Sect. con. lib. 3. prop. 1.

Idcirco, *ſi Parabolæ Diameter repræſentat Spatium percurſum, Ordinatæ ad Diametrum Velocitates, in punctis quibuſcunque, deſignabunt, ſi Corpus ex ſolâ primâ causâ retardetur, aut aliam quamcunque retardationem æquabilem patiatur.* 2009.

Si ſpatiola A*a* & B*b*, infinitè exigua, fuerint æqualia, diminutiones Velocitatum DF, GE, erunt inversè ut ipſæ Velocitates AD, BE *; Si A*a* *2006.
aut B*b* mutetur, mutatur in eâdem ratione DF aut GE; ergo *in Parabolâ, differentiæ infinitè exiguæ Ordinatarum vicinarum ſunt directè ut differentiæ Abſciſſarum reſpondentium, & inversè ut ipſæ Ordinatæ.* Quod etiam ex ſolâ conſideratione Parabolæ deduci potuiſſet. 2010.

Si duo dentur Corpora, æqualibus Velocitatibus mota, quæ diverſas patiuntur Retardationes ex primâ causâ, aut in genere Retardationes diverſas æquabiles, ſunt Spatia, quibus percurrendo integræ Velocitates tolluntur, inversè ut Retardationes in Momentis æqualibus, ut hoc facilè deducitur ex demonſtratis de adſcenſu ſuper Planis inclinatis. Nam Velocitatibus æqualibus Corpora ad 2011.
eandem adſcendunt Altitudinem ſuper Planis diverſis *; id eſt Spatia, quibus *399.
percurrendo integras amittunt Velocitates, ſunt ut Planorum Longitudines, poſitis Altitudinibus æqualibus: ſed in hoc caſu ſunt Preſſiones, quibus Corpora ſuper his Planis deſcendere conantur, quæ ſunt ut Velocitates eodem
Tempore communicatæ, aut ſublatæ, in ratione inverſâ Longitudinum *. *341.
Q. D. E.

SCHOLIUM IV.

De Retardatione ex ſecundâ Causâ.

SI AB, *Logarithmicæ Aſymtotos, Spatium à Corpore in* [illegible]*percurſum* 2012.
repræſentat, poterunt Velocitates, in ſingulis punctis, Ordinatis repræſen[illegible] TAB. [illegible]
ſunt enim Velocitatum decrementa, in Spatiis infinitè exiguis æqualibus, Fig. 1.
AD, DF, FH, &c. ut ipſæ Velocitates *, & decrementa Ordinatarum *2007.
AC, DE, FG, &c. ut ipſæ Ordinatæ *. *1996.

Unde ſequitur, ſi Spatia fuerint æqualia, ut AL, LX, XB, Velocitates [illegible]
in punctis A, L, X, B, quæ deſignantur Ordinatis AC, LM, XZ, BK,
eſſe in Progreſſione geometricâ *; ut notavimus in N. 1973. *1993.

Sit AT Logarithmicæ Aſymtos; BY Logarithmica; BM ejuſdem con- 2014.
tinuatio, in ſitu contrario poſita. TAB. [illegible]II.

Si nunc ſumamus Ordinatam quamcunque, ut TYM; Logarithmus ra- Fig. 3.
tionis TM ad AB eſt AT *, qui etiam eſt Logarithmus rationis AB *1995.
ad TY; ſunt ergo in continuâ Proportione TM, AB, TY *: & Qua- *1993.
dratum AB valet TM × TY *: ſuntque æqualia eidem Quadrato AB, i- *17. El. V[illegible]
deoque inter ſe, Rectangula omnia ut TY × TM, SX × SL; PE × PG, &c.

Idcirco creſcunt Ordinatæ, quæ Curvâ BM terminantur, ut minuuntur 2015.

reſpon-

respondentes, quæ Curvâ BY terminantur; suntque primæ inverse ut secundæ.

2016. Spatiola infinitè exigua Velocitate æquabili singula percurruntur; sunt ergo Momenta, quibus talia Spatiola æqualia AC, CP, PQ, &c. percurruntur,
* 120. inverse ut Velocitates, quibus hæc ipsa percurruntur *; id est, inverse ut
* 2012. AB, CD, PE, &c. *; aut directè ut AB, CF, PG &c. *; quæ sunt ut
* 2015. differentiæ, Bb, Ff, Gg &c. *.
* 1996. Totum igitur Tempus, quo linea ut AQ percurritur, omnibus hisce differentiis conjunctim repræsentatur, id est, lineâ NH; eodem modo OM repræsentat Tempus, quo QT percurritur: si vero Spatia AQ, QT, fue-
* 1996. rint æqualia, erit NH ad OM, ut QH ad TM *; id est, inverse ut QK
* 2015. ad TY *, aut AB ad QK *.
* 1993.
2017. Tempora ergo, quibus Spatia æqualia successivè percurruntur, sunt inverse ut Velocitates in fine, aut inverse ut Velocitates in initiis Spatiorum, ut; monuimus in N. 1973.

2018. Ponamus iterum Corpus, quod in lineâ AB movetur, & ex secundâ cau-
TAB. LXII. Fig. 2. sâ solâ retardatur; sit AC Velocitas in A, & CM Logarithmica, quæ in aliis punctis Velocitates determinat *; ut hac Curvâ, & Tabulis, utamur in
* 2012. computationibus, necesse est, ut determinemus magnitudinem Subtangentis Logarithmicæ, quæ usu venire potest in casu quocunque proposito; aut, quod idem est, debemus determinare, in Figurâ datâ quacunque, quodnam Spatium Subtangente repræsentatur.

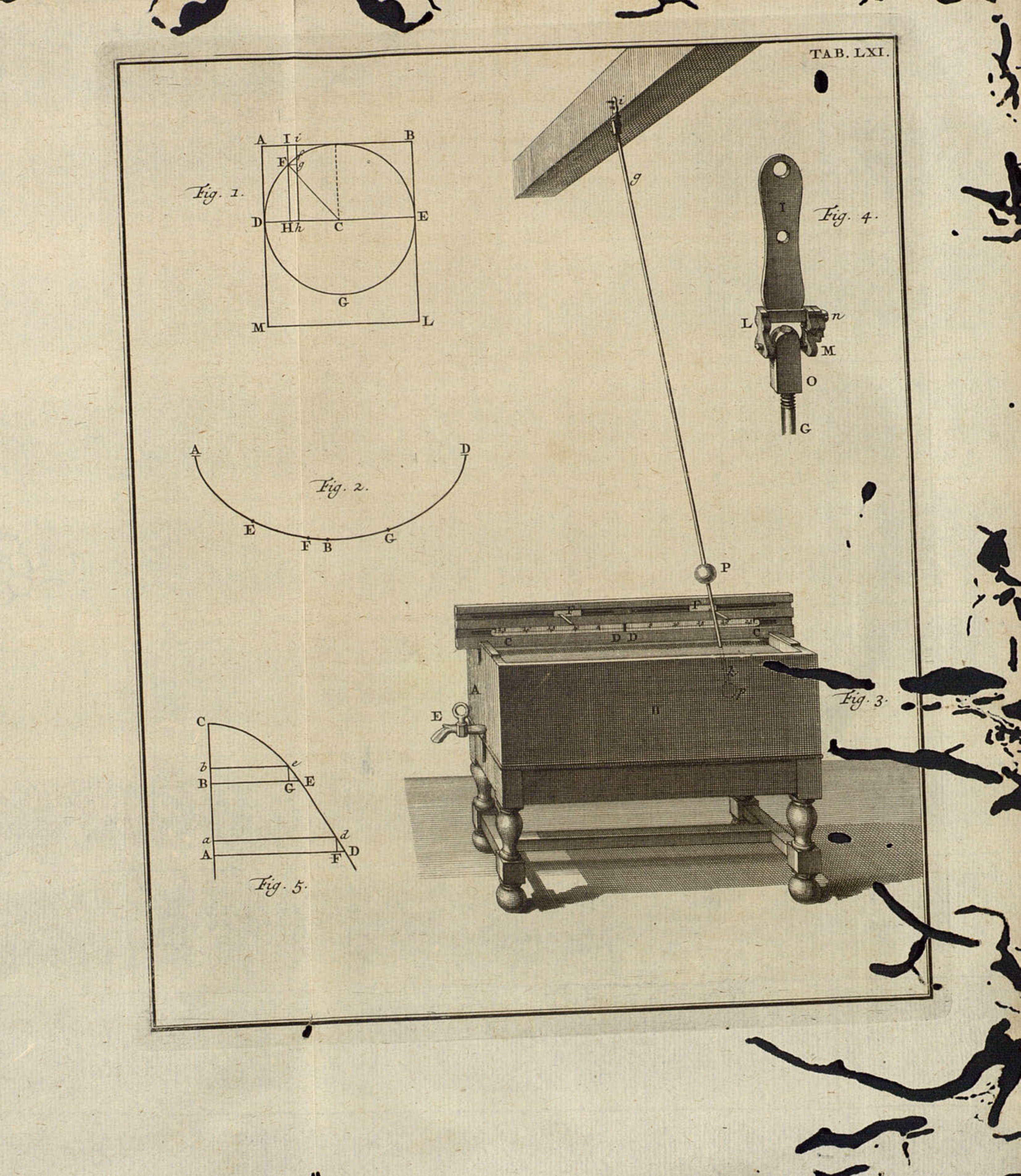
Ponamus AC esse Velocitatem, quâ si Corpus in Fluido feratur, Resistentia ex secundâ causâ ipsi ponderi Corporis æqualis sit.

2019. Ergo Corporis pondus, id est, *Pressio ex Gravitate*, *quæ* Corpus adscendens retardat, *æqualis est Pressioni*, quam Corpus, de quo agimus, *ex Resistentiâ ex secundâ causâ* patitur. Pressiones hæ ambæ immediatè Corpus transferunt, quando in hoc agunt: ergo *æqualiter eundem Motum ejusdem Corporis mutare possunt*; estque Retardatio, quam Corpus in Fluido patitur in primo Momento, æqualis Velocitati, quam in Momento æquali Corpus adscendens, & quod Gravitate *retardat*ur, amittit.

2020. Sit nunc Cc Retardatio, quam Corpus patitur percurrendo AD, erit Cc Velocitas, quam Corpus amittit, adscendendo ad Altitudinem AD, quando Gravitate retardatur. Concipiamus nunc Parabolam descriptam, cujus Axis sit in AB, & quæ per puncta C & E transeat, id est, eandem habeat Tangentem CT cum Logarithmicâ, quæ per C & E transit, & cujus Asymtos est AB.

Ordinatæ Logarithmicæ hujus designabunt Velocitates Corporis in Fluido
* 2012. moti, cujus Velocitas in A est AC *: & AX Axis Parabolæ, cujus Vertex est X, demonstrabit Altitudinem, ad quam Corpus, Velocitate AC in
* 2009. altum projectum, & solâ Gravitate retardatum, potest adscendere *; igitur
2021. XA, *dimidium Subtangentis* AT *, *designat Altitudinem à quâ Corpus in va-*
* La Hire sect. con. lib. *cuo cadendo acquirit Velocitatem*, *quâ si Corpus per Fluidum moveatur*, *Resi-*
2. prop. 20. *stentiam patitur ponderi ipsius Corporis æqualem*, quæ Altitudo datur *.
* 1940. Hisce positis sequentia sponte sequuntur. Sit AL spatium à Corpore percursum.

Ut


TAB. LXI.
Fig. 1.
A
I
i
B
F
g
D
H
h
C
E
G
M
L
Fig. 2.
A
D
E
F
B
G
Fig. 3.
P
C
D D
C
A
E
H
Fig. 4.
I
L
n
M
O
G
Fig. 5.
C
b
e
B
G
E
a
d
A
F
D



Ut AX, *Altitudo, à quâ Corpus, in Vacuo cadendo, acquirit Velocitatem, quæ dat Resistentiam Ponderi Corporis æqualem, ad* AL, *spatium à Corpore in Fluido percursum, ita dimidium Subtangentis Tabularum,* id est AX, numeris Tabularum expressa, ad AL iisdem numeris designatam, id est, ut 0,21714. 72409. * *ad Logarithmum rationis inter Velocitates in initio & in fine Spatii* *. 2022. *2001. *2012.

Numeri quicunque in Tabulis, quorum Logarithmorum differentia est Logarithmus Rationis detectus, sunt inter se ut hæ Velocitates *. 2023. *1995.

Eâdem hac Regulâ, datâ ratione inter Velocitates in initio & fine Spatii percursi, detegitur Spatium hoc. 1993. 2024.

Logarithmus rationis 2. ad 1. habetur, subtrahendo ex Log. numeri duo 0,30102. 99957. Log. 0. Unitatis; ergo ut 0,21714. 72409, ad 0,30102. 99957, id est, ut 10000000000. ad 13862945972, ita Altitudo, à quâ, in Vacuo cadendo, Corpus acquirit Velocitatem, quæ dat Resistentiam ponderi æqualem, ad Spatium, in quo Corpus dimidium Velocitatis amittit *. Congruit hoc cum indicatis in N. 1974. 2025. *2021.

Si in puncto quocunque *Retardatio ex secundâ causâ fiat æquabilis, Spatium in quo tota destruitur Velocitas* dimidiatâ Subtangente repræsentatur, ut sequitur ex demonstratione N. 2019., quæ & hîc applicari potest; cùm autem Subtangens constans sit *, sequitur etiam in Fluido homogeneo, quale in his ubique ponimus, Spatium illud non mutari, quomodocunque varietur Velocitas; & hoc *æquari Altitudini à quâ, in Vacuo cadendo, Corpus acquirit Velocitatem, quâ positâ, Resistentia ponderi æqualis est* *. 2026. *1997. *2022.

SCHOLIUM V.

De ambabus Retardationibus conjunctim.

Sit AM linea, quam Corpus in Fluido percurrit; sit hæc Asymtos Logarithmicæ ISP, cujus AI est Ordinata; sit præterea GFB Parabola, cujus Axis est IB; Vertex B; Ordinata GI, parallela AM; Parameter BI. Si AB fuerit ad BI, ut Retardatio ex primâ causâ ad Retardationem ex secundâ in puncto A, poterit Velocitas in puncto quocunque, ut C, determinari. Nam si in hoc puncto detur CD, ad AM perpendicularis, Ordinata Logarithmicæ, & per D ducta sit DF ad IG & AM parallela, erunt GI & FE, ut Velocitates in punctis A, & C, si Logarithmica ritè determinata sit; de quâ determinatione statim agam. TAB. LXII. Fig. 4.

Ut hoc demonstremus ponimus A*a* & C*c* infinitè exiguas, & æquales; si Velocitates, in punctis *a* & *c*, ut in puncto C determinentur, erunt hæ KH & *ef*; decrementa ergo Velocitatum, dum spatia æqualia A*a*, C*c* percurruntur, sunt G*g* & FL; demonstrandum, si G*g* resolvatur in duas partes quæ sint ut AB ad BI, FL posse resolvi in duas ita, ut partes primæ utriusque decrementi sint inversè ut GI ad FE *, & secundæ directè in eâdem ratione GI, aut BI * (quia hæc est Parabolæ Parameter), ad FE *: id est, debe- 2028. *2006. *La Hire sect. con. lib. 3. prop. 2. *2007.

debemus probare Gg se habere ad FL, ut $\frac{AB}{GI}+\frac{BI}{GI}$ ad $\frac{AB}{FE}+\frac{FE}{GI}$.

* 2010. Hæc autem est demonstratio; Gg, FL :: $\frac{IK}{GI}$, $\frac{Ee}{FE}$ *; sed IK, Ee :: AI,

* 1996. AE *; ergo Gg, FL :: $\frac{AI}{GI}=\frac{AB}{GI}+\frac{BI}{GI}$, $\frac{AE}{FE}=\frac{AB}{FE}+\frac{BE}{FE}$.

Verùm $\frac{BE}{FE}=\frac{BE\times FE}{FE\times FE}=\frac{BE\times FE}{BE\times BI}$ * $=\frac{FE}{BI}=\frac{FE}{GI}$ propter æquales BI,

* La Hire sect. con lib. 3. prop. 2.

GI: Ergo Gg, FL :: $\frac{AB}{GI}+\frac{BI}{GI}$, $\frac{AB}{FE}+\frac{FE}{GI}$. Quod demonstrandum erat.

Spatium in quo Corpus totam amittit Velocitatem est BP, aut AQ, in
* 2027. puncto enim Q Velocitas nulla est *.

2029. Ut nunc ipsam Logarithmicam determinemus, & hæc Figura computationi inserviat, Spatium, datâ lineâ repræsentatum, determinandum est; ut & ratio quæ datur inter IB & BA; ad quæ sine Experimentis, circa ipsas Retardationes institutis, pervenire non possumus.

2030. Ponimus ergo Experimento detectum fuisse Spatium AQ, *in quo Corpus totam amittit Velocitatem*; quo *Spatio dato*, ratio inter AB & BI, quæ est *ratio Retardationum* in puncto A, nempe *in initio*, *detegi potest*, sequenti modo.

2031. Velocitas in A lineâ GI, aut BI ipsi æquali, repræsentatur; & Retardatio, dum Spatium Aa percurritur, est Gg, ut vidimus; hæc (propter Subtangentem Parabolæ duplam Abscissæ BI *, ideoque duplam GI) dimidium est ipsius gH, aut *ik*.

* La Hire sect con lib. 2. prop. 20.

Logarithmicam ISP tangit linea IkO; sumtâ AM duplâ AO, ductâque IM, quæ secat *ki* in *m*, erit *ki* dupla *mi*, quæ ergo Gg æqualis est, Retardationemque repræsentat.

Sit ad AI parallela MT; quam in N secat BP producta; ita ut æquales sint AB, MN, ut & BI, NT; ductâ ergo IN, quæ *mi* secat in *n* erit AB, ad BI, id est, prima Retardatio ad secundam in puncto A, ut *mn*, ad *ni*; repræsentant idcirco hæ separatim utramque Retardationem; nam summa Retardationes conjunctim designat.

Est nunc *ni* Retardatio, quam Corpus, dum BI, quæ GI æqualis est, Velocitatem in A exprimit, ex secundâ causâ solâ patitur. Si igitur concipiamus Logarithmicam IR, cujus Asymtos sit BN, & quæ transeat per I & *n*, designabit PR Velocitatem quam Corpus, si ex solâ secundâ causâ retardaretur, superstitem haberet, percurrendo Spatium, Experimento dete-
* 2012. ctum, AQ, aut BP *; potestque ratio inter BI & PR detegi *.
* 2022. Subtangens Logarithmicæ IR est BN, aut AM dupla AO, quæ est Subtangens Logarithmicæ IP.

Si ergo AQ, æqualis BP, Logarithmo rationis BI ad PR, in duas partes æquales dividatur in V, & VS detur perpendicularis ad AQ, erit BI
* 2002. ad PR, ut AI ad VS *. Sunt autem in continuâ Proportione AI, VS,

QP

QP *; ergo AI^q ad VS^q, id eſt, BI^q ad PR^q, ut AI ad QP, aut AB; & dividendo * 1993.

$$BI^q - PR^q, PR^q :: AI - AB = BI, AB.$$

Quod ſic enuntiari poteſt: *ut Quadratum Velocitatis Corporis in initio minus Quadrato Velocitatis, quam, ſi Corpus ex ſolâ ſecundâ cauſâ retardaretur, ſuperſtitem haberet, poſt percurſum Spatium, in quo, dum ex ambabus cauſis retardatur, totum motum amittit, ad hoc ultimum Quadratum, ita Retardatio ex ſecundâ cauſâ ad Retardationem ex primâ, in primo momento motûs.* 2032.

His præmiſſis, computatione detegimus Velocitatem in puncto quocunque dato lineæ AQ, ut C. 2033.

Quærimus in numeris Tabularum Logarithmum rationis BI ad PR *, qui eſt Logarithmus rationis AI ad VS; ſi hic duplicetur habemus numerum qui repræſentat AQ, ſi ponamus ISP eſſe Logarithmicam Tabularum: demonſtrata enim ad Logarithmicam quamcunque applicari poſſunt; Dicatur hic numerus *L*. * 2022.

Ut ſpatium AQ, in quo Corpus totum motum amittit, ad Spatium datum AC, id eſt, AQ ad AC, ita *L* ad Logarithmum rationis AI ad CD aut AI ad AE: qui ergo datur, poteſtque deſignari litterâ *M*.

Sumto nunc ad libitum numero, qui deſignat AI, Log. AI — *M* erit Log. numeri qui deſignat CD *, aut AE. Log. AI — *L* eſt Log. numeri, qui deſignat QP, aut AB: quos numeros determinamus: dantur ergo tres numeri, qui ſunt inter ſe ut AI, AE, AB; quare ex primis duobus ſubtracto ultimo, reſtant numeri, qui ſunt ut BI ad BE, id eſt, ut Quadrata Velocitatum in A & C *, in initio & puncto dato. * 1995. * 2017. *La Hire Sect. con.* lib. 3. prop 1.

Operatione contrariâ, datis Velocitatibus GI & FE, & Spatio AQ, in quo Corpus totam amittit Velocitatem, detegitur punctum C. Nam datâ AQ, detegitur ratio inter BI & BA *; ſumtoque numero qui Velocitatem GI, æqualem BI, exprimit, datur BA; ſed ut GI^q ad FE^q ita BI ad BE, datur ergo numerus qui lineam hanc exprimit; ideoque numeros determinamus, qui ſunt inter ſe ut AB, AE, AI. Ex demonſtratis autem conſtat * differentiam Log. AI, AB, ad differentiam Log. AI, AE, ita AQ ad AC, ſpatium percurſum, quod ergo detegitur. 2034. * 2032. * 2028.

Determinatur etiam CQ, Spatium in quo Corpus amittit totum Motum, datâ aliâ Velocitate FE in initio, ſubtrahendo nempe AC ex AQ. 2035.

Poſuimus Experimento detectum fuiſſe ſpatium AQ, in quo Corpus totam amittit Velocitatem, quando in A, id eſt, in initio, habet Velocitatem, cum quâ ipſum Experimentum fuit inſtitutum. Si verò, datâ aliâ Velocitate, Experimentum fuiſſet tentatum; tali Ex. gr., quæ ſe haberet ad Velocitatem in initio, ut FE ad GI, eaſdem computationes inire poſſemus. 2036. * 1940.

Spatium Experimento detectum eſt CQ. Si ponamus IR eſſe Logarithmicam Tabularum, cùm BI ſit æqualis GI Velocitati in A, detegimus numerum Tabularum qui exprimit XP *, aut CQ; hic numerus exprimit dimidiatam CQ, ſi agatur de Logarithmicâ IDP *; duplicato igitur nume- 2037. * 2021. * 2000.

 ro

ro habemus CQ, Log. rationis inter CD & QP, id est, AE & AB. Cum verò detur ratio inter FE & GI, datur etiam ratio inter BE, BI, quæ illius est duplicata; ex quibus deducimus numeros qui sunt ut BI ad AB, ut in N. 2031.

Si nunc concipiamus, datâ Velocitate GI, solam locum habere Retarda-
* 2026. tionem ex secundâ causâ, hancque æquabilem fieri, datur Spatium in quo to-
2038. ta destruitur Velocitas *; hoc autem Spatium se habet ad *Spatium*, *in quo*,
* 2011. *solâ Resistentiâ ex primâ causâ*, *tota Velocitas destruitur*, ut AB ad BI *;
* 2032. 2037. quæ ratio cum detur *, etiam *determinamus* Spatium hoc. *Spatia* autem *hæc*,
2039. *in diversis Fluidis*, *sunt inversè ut partium Cohæsiones* *.
* 2011.

SCHOLIUM VI.

De Corporibus in altum projectis.

2040. C*Orpus*, *Fluido specificè gravius*, *quod in hoc in altum projicitur*, *tribus ex causis retardatur*, ex Gravitate, & ambabus causis in hoc Capite expli-
* 377. 1961. catis. Retardatio ex Gravitate, & ex primâ causâ, sunt ambæ æquabiles *,
2041. & conjunctæ æquabilem tantum efficiunt Retardationem; quare & *hîc applicari possunt*, *quæ in superiori Scholio demonstrata sunt*.

2042. *Si* ergo *unico Experimento constet*, *ad quam Altitudinem Corpus in Fluido*, *datâ Velocitate*, *adscendit*, sequentia Problemata solvuntur.

1. *Detegitur Altitudo*, *ad quam*, *datâ aliâ Velocitate quacunque*, *Corpus ad-*
* 2035. *scendere potest* *.
2043. 2. *Datâ Velocitate in initio*, *detegitur Velocitas in puncto dato* *.
* 2033. 3. *Detegitur*, *datâ Velocitate*, *Spatium*, *in quo*, sepositâ Resistentiâ ex se-
2044. cundâ causâ, *solâ Retardatione ex Gravitate respectivâ & Cohæsione conjunctim*,
* 2038. *Corpus Motum suum amitteret* *.
2045. 4. *Detegitur Spatium in quo Corpus*, datâ Velocitate motum, *ex solâ Cohæsione Motum amitteret.*

2046. Nam cùm Velocitas detur, datur Altitudo, ad quam Corpus in Vacuo adscendere potest; est hæc ad Altitudinem ad quam in Fluido Corpus, dum solâ Gravitate respectivâ retardatur, adscendit, ut Gravitas hæc respectiva est ad
* 2011. pondus integrum *.

Est verò Altitudo hæc ultima ad Altitudinem, ad quam adscendit Corpus, dum Gravitate respectivâ & Cohæsione retardatur, quæ Altitudo
* 2044. etiam datur *, ut Retardatio ex his ambabus causis ad Retardationem ex solâ
* 20[illegible]. Gravitate respectivâ *.

2047. Idcirco dividendo *ut differentia harum Altitudinum ad ultimam*, *ita Retardatio ex Cohæsione ad Retardationem ex Gravitate respectivâ*; & in eâdem ratione Altitudo dum sola Gravitas respectiva retardat, ad Spatium, in quo solâ
* 2011. Cohæsione Motus perit *.

2048. 5. Tandem, *datâ Velocitate*, *detegimus Spatium*, *in quo Corpus in Motu horizontali*, *dum Cohæsione & Inertiâ retardatur*, *Motum amitteret*. Quod distinctius explicandum est.

Datur

Datur in præcedenti computatione ratio inter Retardationem ex Cohæsio- 2049.
ne & Retardationem ex Gravitate respectivâ *. Datur idcirco ratio inter pri- * 2047,
mam harum & ipsarum summam. Datur quoque Altitudo, ad quam datâ Velocitate, Corpus adscendit, dum totum motum amittit, quando ex hisce
duabus causis, ut & Inertiâ, retardatur *; unde deducimus rationem, quæ da- * 2042.
tur inter Retardationem ex Cohæsione & ex Gravitate respectivâ conjunctim,
id est, inter dictam summam, & Retardationem ex Inertiâ *. Ratio quæ ex * 2032.
his ambabus rationibus componitur, illa est, quæ datur inter Retardationem ex Cohæsione & Retardationem ex Inertiâ. Si hæc referamus ad
figuram Scholii præcedentis, datur ratio inter AB & BI, positâ GI Ve- TAB. LXII. Fig. 4.
locitate, de quâ agitur; & quæritur AQ, Posset quidem FE haberi pro Velocitate propositâ, in quo casu ex ratione, inter BE & FE, Parameter
BI Parabolæ detegenda foret; sed determitatæ sese adstringere Figuræ inutile est.

Ex notâ ratione inter AB & BI deduci potest ratio BI ad PR *; quâ * 2031.
datâ detegitur BP *, aut AQ. * 2032.

Corpus Fluido specificè levius, eodem modo in hoc sursum fertur, ac 2050.
gravius Fundum petit; quare demonstrata in hoc Scholio, ad Corpora Fluidis specificè leviora, & in his motu impresso descendentia, referri possunt.

SCHOLIUM. VII.

De Corporibus in Fluidis cadentibus.

C*Orpus, quod in Fluido sponte cadit, continuò æquabiliter acceleratur *, sed* 2051.
*interea Resistentiam patitur, quæ est ut Quadratum Velocitatis *.* * 370 1961.

Quæ motum hunc spectant etiam Parabolâ, & Logarithmicâ, exhibentur. * 1965.

Sit QAR Logarithmicæ BDH Asymtos; Ordinata hujus Curvæ ad 2052.
Asymtoton perpendicularis AB; quæ etiam est Axis Parabolæ BFQ, cu- TAB. LXII. Fig. 5.
jus Parametrum ponimus AB, & Verticem in B.

Si AR repræsentet Spatium cadendo percursum, posito in A puncto ex quo Corpus demittitur, determinatur Velocitas in puncto quocunque ut C, ductâ CD ad AB parallelâ, & per D ad RAQ parallelâ DEF; Velocitatem quæsitam designabit Parabolæ Ordinata EF, dum AQ Velocitatem maximam exprimit, ad quam Corpus non pertingit, nisi post percursum Spatium AR in infinitum productum.

Hæc patebunt si, sumtis ad libitum Spatiolis, æqualibus, infinitè exiguis, Cc, Gg demonstremus augmenta Velocitatum, quæ hìc fL & kM exprimunt, esse inter se inversè ut lineæ FE & KI, quas Velocitates exprimere
dicimus, sublatis partibus, quæ sunt ut ipsæ hæ lineæ FE & KI *. * 2006. 2007. 2051.

fL,

* 2010. * 1996. $fL, kM :: \frac{Ee}{FE}, \frac{Ii}{KI}$ * $:: \frac{CD}{FE} = \frac{BA}{FE} - \frac{BE}{FE}, \frac{GH}{KI} = \frac{BA}{KI} - \frac{BI}{KI}$ *;

* La Hire sect. con. lib. 3. prop. 2. Sed $BE \times BA = FE \times FE$ *; ergo $\frac{BE}{FE} = \frac{FE}{BA}$. Eodem modo $\frac{BI}{KI} = \frac{KI}{BA}$. Idcirco

$$fL, kM :: \frac{BA}{FE} - \frac{FE}{BA}, \frac{BA}{KI} - \frac{KI}{BA}$$

Quod demonstrandum erat.

2053. Ut Figurâ hac in computatione utamur, Velocitas maxima, ad quam Corpus pertingere potest, & quæ QA repræsentatur, determinanda est:

Quærimus igitur Velocitatem, quâ concessâ, Retardatio ex secundâ causâ Accelerationi, ex Pondere respectivo, demtâ Retardatione ex primâ causâ, æqualis est; hæc enim est uniformis Acceleratio, quæ, Retardatione ex se-
* 1979. cundâ causâ, destruenda est, ut Acceleratio cesset *.

2054. Hic iterum Experimento indigemus; detur idcirco Altitudo, ad quam, in Fluido, Corpus, datâ Velocitate quacunque, adscendit; ex hac notâ, elicimus rationem inter Accelerationem ex Pondere respectivo & Retardatio-
* 2047. nem ex Cohæsione *; ideoque rationem Accelerationis hujus ad hanc ipsam, demtâ Retardatione ex Cohæsione: estque hæc ratio ipsa, quæ datur inter Altitudinem, à quâ Corpus in Vacuo cadendo acquirit Velocitatem, quæ dat Resistentiam ponderi respectivo æqualem, quæ Altitudo da-
* 1937. 1938. tur *, & Altitudinem à quâ Corpus, in Vacuo cadendo, acquirit Velocita-
* 374. 1965. tem quæsitam QA *.

2055. Hac autem detectâ Altitudine, detegimus etiam aliam à quâ nempe Corpus in Fluido cadendo, sepositâ Resistentiâ ex secunda causâ, hanc eandem Velocitatem QA acquireret; est enim Altitudo in Vacuo ad Altitudinem in Flui-
* 2011. do,* ut Retardatio ex pondere respectivo, demptâ Retardatione ex Cohæsione partium, ad Retardationem ex integro pondere *. Concipiamus hanc Altitudinem repræsentari lineâ BA, bO designabit Velocitatem, eodem modo ca-
* 2005. dendo ab Altitudine Bb, acquisitam *.

2056. Præterea debemus determinare Spatium, notâ quadam portione rectæ AR, designatum; quod fiet si ad hoc attendamus; in principio casûs Corpus accelerari pondere respectivo, demtâ Retardatione ex primâ causâ, quia hæc Acceleratio æquabilis est; non autem retardari ex secundâ causâ, quia Velocitas nulla est; ideoque Velocitatem bO, in primo momento infinitè exiguo, cadendo ab Altitudine quæ Aa repræsentatur, acquiri ut in motu indicato, cadendo per Bb; repræsentantque idcirco Bb & Aa, in his lineis diversis, Spatia æqualia: sed est Bb ad Aa, aut bN, ut BA ad AP, Logarithmicæ subtangentem; designant ergo etiam BA & AP Spatia æ-

2057. qualia; Spatiumque, subtangente repræsentatum, est *Altitudo, à quâ Corpus in Fluido cadendo, sepositâ Resistentiâ ex inertiâ, Velocitatem maximam acquirere potest.*

Ubi

Ubi nunc Tabulis utendum est, patet, Altitudinem hanc *se habere ad Altitudinem quamcunque datam*, AG, *ut Subtangens Tabularum* 0,43429, 44819. * *ad numerum in Tabulis, qui Altitudinem datam exprimit. Numerus hicce est Logarithmus rationis* BA & GH, quæ ergo ratio datur; quare etiam datur ratio AB & BI, quæ est ratio *Quadratorum* Velocitatum AQ & IK *; id est, *Velocitatis maximæ & Velocitatis, quam Corpus in Fluido revera acquirit, cadendo ab Altitudine datâ* AG *. 2058. * 2001. * La Hire sect. con. lib. 3 prop. 3. * 2052.

SCHOLIUM VIII.

Illustratio quorundam quæ ad retardationem spectant.

VAria circa Retardationes illustranda sunt, quæ, dum ex ante demonstratis sequuntur, non tamen bene inter se, aut cum ante demonstratis, convenire videntur, saltem primo intuitu; quos ut removeam scrupulos, & ipsis sublatis, magis, mutuâ omnium partium convenientiâ, confirmentur & Virium & Retardationum Theoriæ, Scholium hoc reliquis addere necessarium duxi.

Scrupulus primus spectat quod diximus in N°. 2003., Retardationem & Accelerationem, in singulis Momentis infinitè exiguis, durante Momento, esse æquabiles; difficultas autem datur respectu Accelerationis, & spectat convenientiam hujus Propositionis cum demonstratis de Viribus insitis. 2059.

Concipiamus Corpus quiescens in Fluido agitato; hoc illi in Momento primo, infinitè exiguo, Velocitatem, infinitè exiguam, communicat: Dividatur Momentum in duas partes æquales, in singulis partibus æqualis communicatur Velocitas, propter Accelerationem æquabilem; id est, in primâ parte unicus gradus, infinitè exiguus, Vis, & in secundâ tres similes gradus communicantur Corpori *; licet Actio respectiva non aucta fuerit, quod impossibile videtur. 2060. * 753.

Ut hunc tollamus scrupulum distinguendum dicimus inter Actiones absolutas & Actiones respectivas. Dum has consideramus, in casu de quo agitur, æquales sunt gradus Velocitatis, qui in partibus æqualibus momenti, infinitè exigui, communicantur, propter non sensibiliter mutatam Actionem respectivam; etiam, ad Motus respectivos attendendo, non major Vis in secundâ parte quàm in primâ, ipsius Momenti, Corpori imprimitur: Corpus, cui superadditur gradus unus Velocitatis, unicum gradum Vis acquirit in Nave, in qua Corpus quiescebat, quacunque Velocitate hæc feratur. 2061.

In examine autem Actionum absolutarum non tantum Actiones respectivæ, sed & absolutæ, considerandæ veniunt; ut hoc antea demonstravimus, ubi de Collisionibus egimus *. Corpus A Velocitate *a* motum, in Corpus B incurrens, majorem huic communicat Vim, si B ad eandem partem cum A feratur, quàm si quiesceret *, licet Velocitas respectiva in illo 2062. * 995. * 996. 997. 998.

 casu

caſu minor ſit, ſi modo Velocitas Corporis B certum limitem non excedat. Diverſa eſt Actio in Corpus pro diverſâ Vi, qua jam gaudet, & impoſſibile ſi videatur, Corpus idem, eodem modo motum, in idem Corpus incurrens, majorem huic communicare Vim in certo caſu, in quo Velocitas reſpectiva eſt minor, ad non bene intellectam Virium Theoriam illud referendum eſt; quod enim Experimentis immediatè probatur, ad impoſſibilia minime referri poſſe clarum eſt; ſed rem ipſam ſatis illuſtravi-
* 1002. mus *.

2063. Quando ex Cauſis Effectus determinare ſuſcipimus, ad hos integros debemus attendere. Ubi de Actione reſpectivâ agitur, Effectui reſpectivo integro proportionalis illa erit; ſi Actio ſit abſoluta, omnem Effectum quemcumque conſiderare debemus; & omnibus Effectibus junctis Cauſa reſpondet.

Ad Fluidorum Actiones hæc referri debere clarum eſt; & cum Actionum reſpectivarum, & abſolutarum, mutationes non eandem ſequantur rationem, etiam in Effectibus reſpectivis, & abſolutis, eandem rationem locum habere non poſſe clare patet.

2064. Scrupulus ſecundus, in hoc Scholio removendus, ſpectat Retardationem
* 1961. ex primâ cauſâ, quam æquabilem eſſe demonſtravimus *; unde ſequitur ex
* 1896. Actione, à Cohæſione partium oriundâ, quam ſuperius explicavimus *, æquali Tempori, æqualem Corpori quieſcenti communicari Velocitatem, qua-
* 1955. 1962. cunque Velocitate Fluidum in hoc incurrat *.

Hæc autem convenire non videntur cum ante demonſtratis: vidimus enim Corpus, ex Actione à partium Cohæſione oriundâ, quando in Loco re-
* 1958. 1911. tinetur, pati Preſſionem, quæ ad inſtar Velocitatis augetur *; & circa Preſſionem in genere demonſtravimus, hanc Corpori quieſcenti, in momento determinato, infinitè exiguo, communicare Velocitatem, quæ ipſius Preſſionis
* 133. 355. rationem ſequitur *.

2065. Fundamentum ratiocinii, quo hanc tolli credimus difficultatem, ſuperius
* 1956. indicavimus *, ipſum nunc ratiocinium clarius explicabimus.

Diximus diſtinguendum inter Preſſionem, quæ immediatè Corpus transfert, & Preſſionem quæ non immediatè Corpus transfert. De primâ agitur in N°. 133., & ipſius demonſtratio non poteſt applicari ad caſum, in quo Preſſio, quæ ſeparat particulas, ita agit, ut & eodem Tempore Obſtaculum transferre debeat.

Hæc actiones, toto cœlo diſtinctas, exſerit, pro ut in Obſtacula immobilia aut mobilia, majora, aut minora, agit. Ut autem, quæ hoc genus Preſſionum ſpectant, determinemus, quæ ſequuntur conſideranda erunt.

TAB. LXII. Fig. 6. Actio Fluidi in Corpus, ex Cohæſione partium oriunda, analoga & ſimilis eſt Actioni, quam Corpora ut A, B, Filo juncta, in Corpus C exſerunt,
* 1896. dum ad latera hujus tranſeunt, Filumque, Actione ſuâ in C, frangunt *.

Corpora A & B, quamdiu partes Fili cohærent, premunt punctum C; Filo fracto ceſſat Preſſio; ſed ſi ſtatim, eodem modo, alia duo ſimilia D & F, premant, & poſt hæc G & H, &c. dabitur Preſſio, quæ à Preſſione Fluidi, ex Cohæſione oriundâ, non differt. Satis ergo erit demonſtrare,

strare, motis hisce Corporibus, æquali Tempore, æqualem Corpori C communicari Velocitatem, quacunque Velocitate ferantur Corpora A, B, D, F, G, H, &c. quæ æqualia ponimus, & æquali Velocitate mota; ipsa autem hæc Corpora in Obstaculum immobile exserere Pressionem, quæ sequitur rationem Velocitatis, qua feruntur.

Corpus omne, quod quiescit, aut cujus Velocitas datur, *eo magis resistit* 2066.
quo celerius acceleratur; dum enim determinatum gradum Velocitatis acquirit, determinatus gradus Vis ipsi communicatur; & dum gradum determinatum Vis acquirit, determinatam exserit Resistentiam *: hæc idcirco eadem *361.
est, sive lentius sive velocius gradus hicce Vis communicetur, considerando nempe totalem Resistentiam. Eâdem de causâ, Resistentia instantanea eo major est, quo celerius Corpus acceleratur; totalis enim Resistentia sequitur proportionem Resistentiæ instantaneæ, & Temporis, per quod duravit; si ergo hoc minuatur illa augenda erit, ut totalis Resistentia servetur: Tempus verò minuitur in ratione, in qua ipsa Acceleratio augetur, & *crescit cum ipsâ* 2067.
Acceleratione instantanea Resistentia, si totalis Resistentia determinata sit.

Quando Acceleratio æquabilis est, resistit Corpus in ratione Velocitatis quam habet *. *751.

Generaliter ergo *Corporis, quod acceleratur, instantanea Resistentia est in ratione compositâ Velocitatis, quam habet, & ipsius Accelerationis.* 2068.

Si ergo *constans sit Resistentia instantanea, Velocitas Corporis est inversè, ut Acceleratio.* 2069.

Propositio hæc ad casum de quo agitur applicanda nunc est.

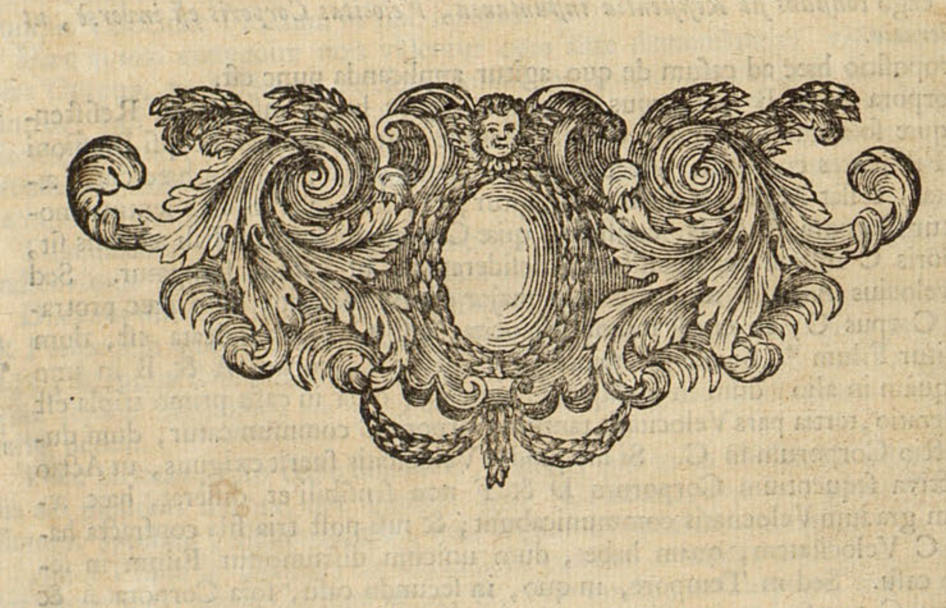
Corpora A & B in Corpus C agunt, donec hujus instantanea Resistentia, quæ sola cum Pressione contrariè agere potest, æqualis sit ipsi Pressioni 2070.
qua Fili partes cohærent; Acceleratio eo usque durat; sed ubi hæc datur æqualitas, cessat Actio, & Filum frangitur; &, sive celerius sive lentius moveantur Corpora A & B, constans, quæ Cohæsioni partium Fili æqualis sit, Corporis C instantanea Resistentia desideratur, ut Filum frangatur. Sed quo velocius A & B moventur, eo major est Acceleratio, dum hæc protrahunt Corpus C; eo ergo minor Velocitas ipsi C communicata est, dum frangitur Filum *. Si ex. gr. tripla sit Velocitas Corporum A & B in uno *2069.
casu quàm in alio, dum in utroque C quiescit; quia in casu primo tripla est Acceleratio, tertia pars Velocitatis tantum Corpori C communicatur, dum durat Actio Corporum in C. Si hic gradus Velocitatis fuerit exiguus, ut Actio respectiva sequentium Corporum D & F non sensibiliter differat, hæc æqualem gradum Velocitatis communicabunt; & nisi post tria fila confracta habebit C Velocitatem, quam habet, dum unicum disrumpitur Filum in secundo casu. Sed in Tempore, in quo, in secundo casu, sola Corpora A & B juxta C transeunt, in primo transeunt, A, B, & D, F, ut & G, H; id est, tria Fila in primo casu franguntur, dum unicum in secundo dilaceratur, & æqualibus Temporibus memoratæ æquales communicantur Velocitates. Quod demonstrandum erat. Simile quid antea vidimus ubi de Corporum Collisione egimus *. *1034.
1035.

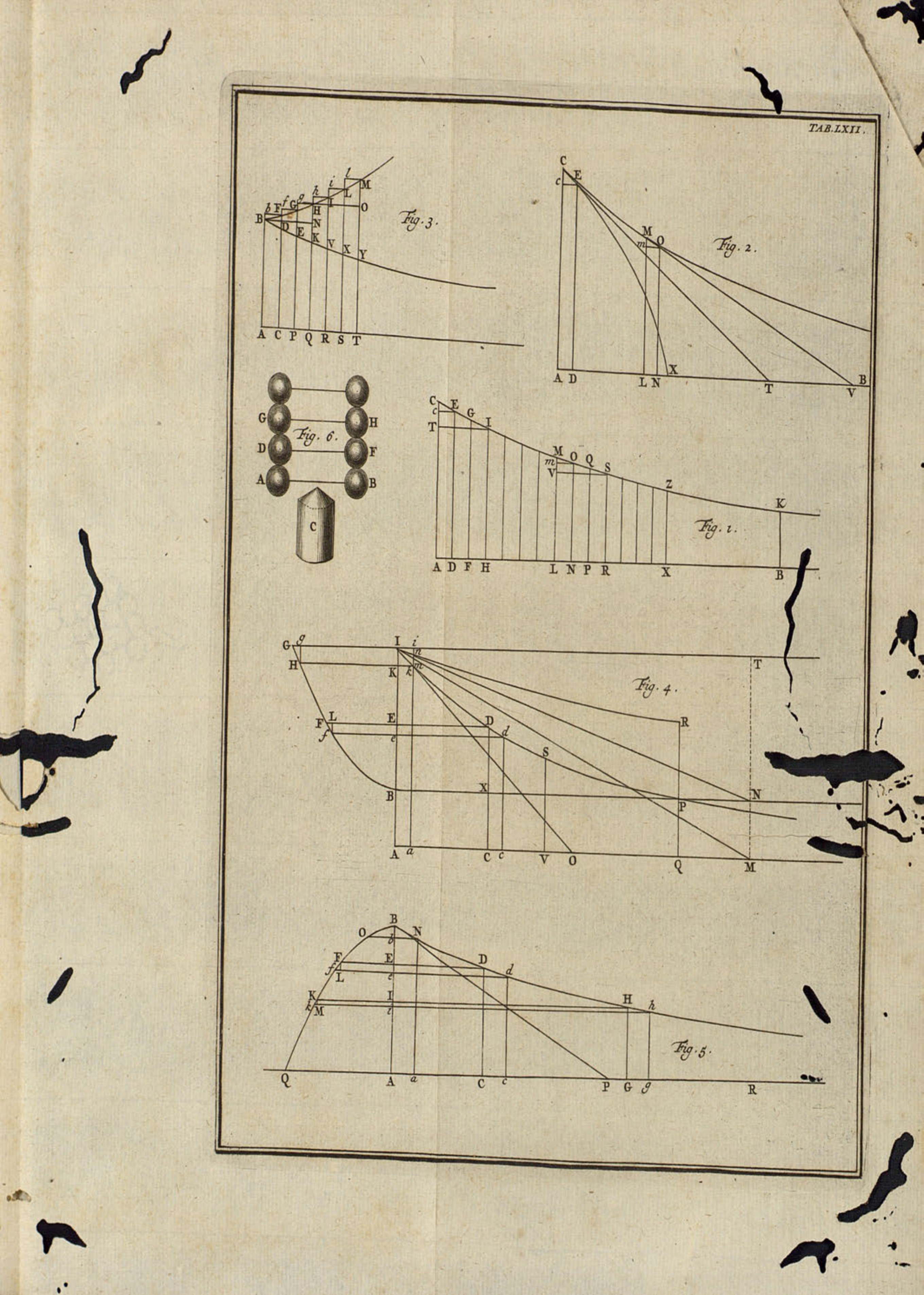
2071. Res vulgo nota est Corpori, quod Filo protrahitur, eo minorem communicari Velocitatem, dum Filum frangitur, quo celerius hoc trahitur; hac de causâ si lente Corpus acceleretur, ipsi magna poterit communicari Velocitas, licet tenui Filo trahatur.

2072. Quando Corpora A & B, frangendo Filum, Vim communicant Corpori C, ex Viribus amittunt, quantum communicant, & quantum desideratur, ad Filum dilacerandum; eo ergo minus ex Vi amittunt, quo celerius moventur.

2073. Si ex loco cedere nequeat Obstaculum C, unicus est effectus Actionis Corporum A & B, & ex Vi tantùm amittunt, quantum desideratur ad Filum frangendum; & Actio, quam patitur illud quod retinet C in loco, eadem est pro singulis Filis quæ franguntur. In præcedenti casu, quo lentius moventur Corpora A & B, eo diutius agunt antequam C resistat quantum requiritur, ut Filum dilaceretur; in hoc autem casu eo ipso momento quo Filum ad Corpus C accedit, hæc jam datur Resistentia: Quare in hoc casu Actio, quam patitur C, sequitur rationem Filorum, determinato Tempore fractorum; id est, Velocitatis Corporum. Quod etiam demonstrandum erat.

LIBRI TERTII FINIS.




Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.


S'GRAVESAN
ELEMENTA
MATHEMA